# Analiza właściwości dynamicznych detektorów propagacji fali temperaturowej w przepływie powietrza i mieszaniny powietrze – dwutlenek węgla

Paweł Ligęza

Instytut Mechaniki Górotworu PAN; ul. Reymonta 27, 30-059 Kraków

#### Streszczenie

Jedną z metod pomiarowych stosowanych w anemometrii powolnych przepływów jest metoda fal temperaturowych. Metoda ta umożliwia wyznaczanie prędkości oraz współczynnika dyfuzji cieplnej płynącego medium. Metoda posiada cechy metody absolutnej, co pozwala na wykorzystanie jej w pomiarach wzorcowych. Polega ona na wytworzeniu w badanym przepływie zaburzenia temperaturowego i badaniu jego propagacji za pomocą detektorów temperatury. W pracy poddano analizie właściwości dynamiczne detektorów propagacji fali temperaturowej w przepływie powietrza i mieszaniny powietrze – dwutlenek węgla.

Slowa kluczowe: fale temperaturowe, detektory temperatury, częstotliwość graniczna, modelowanie

# 1. Wprowadzenie

Fale temperaturowe wytwarzane w przepływie gazu znajdują zastosowanie w pomiarach prędkości przepływu, oraz innych parametrów, takich jak współczynnik dyfuzji cieplnej i pośrednio skład chemiczny [1-3]. Idea takiego pomiaru polega na wytworzeniu w przepływie fali temperaturowej o zadanych parametrach, odbiorze sygnału temperaturowego w wybranych punktach oraz wyznaczeniu mierzonego parametru w oparciu o przyjęty model zjawiska i wyznaczone parametry [4,5].

Istotnym zagadnieniem jest sposób wytwarzania i odbioru fali temperaturowej. Jedną z metod jest zastosowanie nadajnika i odbiornika fali wykonanych jako rezystancyjne przetworniki temperatury w postaci cienkiego drutu, folii lub elementu dyskretnego, przykładowo termistora czy elementu półprzewodnikowego. Ze względu na niewielką inercję termiczną w precyzyjnych pomiarach znajdują zastosowanie elementy wykonane z drutu o średnicy kilku mikrometrów. Umożliwia to generację i detekcję fali o częstotliwościach rzędu setek herców. Jako nadajniki i detektory fali stosuje się druty z materiału, którego rezystancja w sposób istotny zależy od temperatury, na przykład z wolframu lub platyny. Drut taki rozpięty jest w przestrzeni między specjalnymi wspornikami, przy czym w przypadku nadajnika ogrzewany jest prądem elektrycznym, a jego temperatura mierzona jest poprzez pomiar rezystancji. Odbiornik pracuje w układzie termometru rezystancyjnego, zasilany jest prądem umożliwiającym pomiar rezystancji drutu lecz nie wpływającym na jego temperaturę. Nadajnik i odbiornik fali temperaturowej posiadają konstrukcję zbliżoną do czujnika termoanemometrycznego [6].

Układ generacji fali temperaturowej powinien umożliwiać generację fali o zadanym kształcie, amplitudzie i przebiegu czasowym. Możliwa jest realizacja układu generacji z wymuszeniem sygnałem analogowym lub cyfrowym. Układ analogowy został opisany w pracy [7], natomiast układ cyfrowy w pracy [8]. Umożliwia on generację sygnału termicznego wymuszanego za pomocą danych cyfrowych. Pozwala to na generację przebiegów o dowolnym, zadanym kształcie.

W artykule poddano analizie właściwości dynamiczne detektorów propagacji fali temperaturowej w przepływie powietrza i mieszaniny powietrze – dwutlenek węgla. Przedstawiono uproszczony model

detektora fali temperaturowej, stanowiący dynamiczną zależność przebiegu temperatury mierzonej od temperatury medium. Parametrami w modelu są wielkości fizyczne opisujące właściwości detektora i płynącego medium. Na podstawie modelu wyznaczono częstotliwość graniczną detektora w zależności od parametrów medium, oraz określono możliwości aplikacyjne detektora w metodzie fal temperaturowych.

## 2. Model detektora fali temperaturowej

Budowa detektorów fali temperaturowej stosowanych do badania propagacji zaburzenia termicznego w przepływie przedstawiona jest na rysunku 1.



Rys. 1. Dwupunktowe i czteropunktowe detektory fali temperaturowej

Elementem czynnym jest cienki drut (włókno) o średnicy kilku mikrometrów i długości od ułamka do pojedynczych milimetrów wykonany z platyny lub wolframu. Jest on rozpięty na wspornikach stanowiących doprowadzenia elektryczne. Przy dużym stosunku długości do średnicy drutu można przyjąć, że włókno takie jest przybliżeniem liniowego czujnika fali temperaturowej. Pomiar temperatury włókna odbywa się poprzez pomiar jego rezystancji. Wymaga to zasilenia włókna prądem o stałej wartości i pomiaru napięcia na włóknie. Rysunek 1 (a) przedstawia włókno zasilane dwupunktowo. Na rysunku 1 (b) przedstawiono włókno, w którym rozdzielenie doprowadzeń prądowych i napięciowych następuje na końcu wsporników. Natomiast na rysunku 1 (c) przedstawione jest włókno, w którym zastosowano rozdzielenie wsporników doprowadzających prąd od wsporników pomiaru napięcia. Detektor taki umożliwia precyzyjny pomiar rezystancji aktywnej części włókna pomiędzy wewnętrznymi wspornikami, a tym samym precyzyjny pomiar jego temperatury. Wiąże się to jednak z bardziej rozbudowaną konstrukcją detektora. W pomiarach propagacji fali temperaturowej stosowane są głównie czujniki z Rys. 1. (a) i (b), ponieważ dodatkowe wsporniki (c) mogą powodować większe zaburzenie przepływu przez detektor.

Dla detektorów fali temperaturowej przyjmujemy linową zależność rezystancji włókna od jego temperatury. Przyjmijmy także, że wartość prądu zasilającego włókno w celu pomiaru jego rezystancji jest tak mała, że nie powoduje istotnego wzrostu jego temperatury. Dynamika procesu związana jest z magazynowaniem ciepła we włóknie, a wymiana ciepła pomiędzy włóknem a przepływem następuje na drodze konwekcji. Nie uwzględniamy przepływu ciepła na drodze promieniowania, oraz wpływu wsporników na przebieg procesu. Takie założenia prowadzą do bilansu strumienia ciepła w postaci:

$$\frac{\rho_w c_w d^2}{4} \frac{\partial T_w}{\partial t} + N u \lambda (T_w - T) = 0 \tag{1}$$

gdzie:

- $T_w$  temperatura włókna,
- T temperatura medium,
- $\rho_w$  gęstość materiału włókna,

 $c_w$  – ciepło właściwe materiału włókna,

- d średnica włókna,
- $\lambda$  współczynnik przewodzenia ciepła medium,
- Nu liczba Nusselta.

Dla konwekcyjnej wymiany ciepła pomiędzy włóknem, a medium wielkość liczby Nusselta przyjmujemy zgodnie z [9] w postaci:

$$Nu = 0.42 \operatorname{Pr}^{0.2} + 0.57 \operatorname{Pr}^{0.33} \operatorname{Re}^{0.5}$$
(2)

Liczba Prandtla we wzorze (2) opisana jest zależnością:

$$\Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda} \tag{3}$$

a liczba Reynoldsa związkiem:

$$\operatorname{Re} = \frac{vd\rho}{\mu} \tag{4}$$

gdzie:

 $\mu$  – współczynnik lepkości dynamicznej medium,

 $c_p$  – ciepło właściwe medium przy stałym ciśnieniu,

 $\rho$  – gęstość medium,

v – prędkość przepływu medium.

Po uwzględnieniu w (1) związków (2), (3), (4) otrzymujemy model detektora fali temperaturowej w postaci:

$$\tau \frac{\partial T_w}{\partial t} = -T_w + T \tag{5}$$

gdzie:

$$\tau = \frac{\rho_w c_w d^2}{4\lambda \left[ 0.42 \left(\frac{\mu c_p}{\lambda}\right)^{0.2} + 0.57 \left(\frac{\mu c_p}{\lambda}\right)^{0.33} \left(\frac{\nu d\rho}{\mu}\right)^{0.5} \right]}$$
(6)

jest stałą czasową układu inercyjnego pierwszego rzędu (5), o wzmocnieniu 1. Stała ta jest funkcją wielkości fizycznych opisujących właściwości detektora i płynącego medium.

Dla układu inercyjnego pierwszego rzędu definiuje się częstotliwość graniczną  $f_g$ , przy której ustalona amplituda sygnału spada do poziomu  $1/\sqrt{2}$  wartości amplitudy wymuszenia sinusoidalnego, a więc o 3 dB. Przesunięcie fazy wynosi wtedy  $-\pi/4$ . Zależność częstotliwości granicznej od stałej czasowej opisuje zależność:

$$f_g = \frac{1}{2\pi\tau} \tag{7}$$

W przypadku metody fal temperaturowych, w zależności od wariantu metody, może być wymagana znacznie większa dokładność pomiaru amplitudy i fazy fali temperaturowej. Na Rys. 2. przedstawiono zależność błędu względnego pomiaru amplitudy fali od częstotliwości wymuszenia sinusoidalnego odniesionej do  $f_g$ .

Natomiast na Rys. 3. przedstawiono zależność błędu względnego w okresie pomiaru fazy fali od częstotliwości wymuszenia sinusoidalnego odniesionej do  $f_g$ .



**Rys. 2.** Zależność błędu względnego pomiaru amplitudy od częstotliwości odniesionej do  $f_g$ 



Rys. 3. Zależność błędu względnego pomiaru fazy od częstotliwości odniesionej do fg

Z wykresów możemy odczytać, że dla częstotliwości  $f = 0.3 f_g$  uzyskujemy błąd amplitudy i fazy poniżej 5%, a dla częstotliwości  $f = 0.05 f_g$  poniżej 1%. Tak więc przy ocenie właściwości dynamicznych detektora fali temperaturowej należy wziąć pod uwagę wymaganą w danej metodzie dokładność pomiaru amplitudy i fazy fali temperaturowej.

# 3. Zależność częstotliwości granicznej detektora fali temperaturowej od parametrów medium

Na podstawie zależności (6) i (7) wyznaczono zależność częstotliwości granicznej detektora fali temperaturowej w zależności od parametrów medium. Do obliczeń przyjęto parametry detektora z włóknem wolframowym o średnicy  $d = 3 \mu m$ . Przyjęto gęstość wolframu  $\rho_w = 18950 \text{ kg/m}^3$ , oraz ciepło właściwe  $c_w = 138 \text{ J/(kgK)}$ . Włókno wolframowe o takiej średnicy jest jeszcze stosunkowo trwałe, cieńsze włókna oraz wykonane z platyny są mało odporne mechanicznie i łatwo ulegają uszkodzeniu. Tak więc detektory z włóknem wolframowym o średnicy  $d = 3 \mu m$  są standardowo stosowane w pomiarach dynamicznych. Długość włókna nie występuje jawnie we wzorze (6). Jednak w celu minimalizacji wpływu wsporników stosunek długości włókna do średnicy powinien być odpowiednio duży. Ponadto im większa długość włókna, tym większa jego rezystancja, a więc i sygnał napięciowy z detektora. Czynnikiem ograniczającym długość włókna jest natomiast wymiar liniowy nadajnika fali, ponieważ detektor powinien znajdować się całą długością w śladzie temperaturowym. Typowa długość stosowanych czujników wynosi ok. 1 mm, co daje rezystancję czujnika rzędu 10  $\Omega$  w temperaturze 273 K. Parametry fizyczne powietrza i dwutlenku węgla zebrano w tabeli 1. Odnoszą się one do temperatury 373 K.

Parametr	ρ [kg/m <sup>3</sup> ]	λ [W/(m K)]	μ [s Pa]	с <sub>р</sub> [J/(kg K)]
powietrze	0.933	$30.70 \times 10^{-3}$	$21.24 \times 10^{-6}$	$1.010 \times 10^{3}$
CO <sub>2</sub>	1.539	$20.93 \times 10^{-3}$	$18.45 \times 10^{-6}$	$0.914 \times 10^{3}$

Tab. 1. Parametry fizyczne powietrza i dwutlenku węgla w temperaturze 373 K

Dla tych parametrów na Rys. 4. przedstawiono zależność częstotliwości granicznej od prędkości przepływu dla powietrza, a na Rys. 5 dla dwutlenku węgla.



Rys. 4. Zależność częstotliwości granicznej od prędkości przepływu dla powietrza



Rys. 5. Zależność częstotliwości granicznej od prędkości przepływu dla dwutlenku węgla

Częstotliwość graniczna dla powietrza jest ok. 40% wyższa od częstotliwości dla CO<sub>2</sub>. Decydującym parametrem jest tu większa wartość współczynnika przewodzenia ciepła powietrza. W zakresie prędkości od 0 do 5 m/s częstotliwość graniczna ulega w przybliżeniu podwojeniu, co jest rezultatem wpływu konwekcji wymuszonej.

Dla mieszaniny powietrza i dwutlenku węgla o stężeniu k [%] CO<sub>2</sub> zastosowano liniową aproksymację wartości parametrów fizycznych zebranych w tabeli 1. Na Rys. 6 przedstawiono zależność częstotliwości granicznej od stężenia mieszaniny dla prędkości 0 m/s, a na Rys. 7 przedstawiono zależność częstotliwości granicznej od stężenia mieszaniny dla prędkości 5 m/s.



**Rys. 6.** Zależność częstotliwości granicznej od stężenia mieszaniny powietrza i  $CO_2$  dla v = 0 m/s



**Rys.** 7. Zależność częstotliwości granicznej od stężenia mieszaniny powietrza i  $CO_2$  dla v = 5 m/s

Dla prędkości zerowej spadek częstotliwości granicznej ze wzrostem stężenia jest praktycznie liniowy, natomiast dla prędkości 5 m/s zauważalna jest niewielka nieliniowość przebiegu.

### 4. Konkluzje

W metodzie fal temperaturowych jednym z istotnych czynników decydujących o dokładności metody jest system generacji i detekcji fali. System ten składa się z nadajnika i detektorów fali oraz układu elektronicznego współpracującego z czujnikami. W pracy poddano analizie właściwości dynamiczne detektorów propagacji fali temperaturowej w przepływie powietrza i mieszaniny powietrze – dwutlenek węgla. Przedstawiono model detektora oraz na jego podstawie oszacowano zależność częstotliwości granicznej od parametrów medium dla czujnika z włóknem wolframowym 3 mm, stosowanym w pomiarach. Częstotliwość ta zawiera się w granicach od ok. 230 Hz dla nieruchomego dwutlenku węgla do ponad 660 Hz dla powietrza o prędkości 5 m/s. Zakres zmienności jest więc blisko 3-krotny. W tego typu pomiarach rozszerzenie pasma przenoszenia na drodze korekcji elektronicznej lub programowej jest trudne, ponieważ wymaga znajomości aktualnej prędkości przepływu i stężenia medium.

W metodzie fal temperaturowych, w zależności od wariantu metody, może być wymagana duża dokładność pomiaru amplitudy i fazy fali temperaturowej. Dotyczy to w szczególności metody z pojedynczym detektorem, w której inercja detektora ma bezpośredni wpływ na dokładność pomiaru. W takim przypadku dla uzyskania błędu fazy na poziomie 1% maksymalna częstotliwość fali nie powinna przekroczyć  $f=0.05 f_g$ , a więc dla omawianych detektorów około 10 Hz. Dla metod z dwoma detektorami uzyskuje się redukcję wpływu inercji detektorów na wynik pomiaru. Jednak ze względu na rozrzut parametrów detektorów oraz pracę w różnych odległościach od nadajnika maksymalna częstotliwość stosowanych fal powinna leżeć znacznie poniżej częstotliwości granicznej. Dla częstotliwości  $f = 0.3 f_g$  uzyskujemy błąd amplitudy i fazy poniżej 5%, co daje dla omawianych detektorów częstotliwość rzędu 60 Hz.

Projekt został sfinansowany ze środków Narodowego Centrum Nauki przyznanych na podstawie decyzji numer DEC-2012/07/B/ST8/03041: "Badania przestrzennej propagacji oraz optymalizacja metod generacji, detekcji i analizy fal temperaturowych w aspekcie bezwzględnego pomiaru prędkości przepływu i dyfuzyjności cieplnej gazów"

#### Literatura

- [1] Lambert D.K., Harrington C.R.: An Air Flow Sensor Based On Interface Thermal Wave Propagation; J. Appl. Phys. 59, 1, s. 59-65, 1986.
- [2] Castro I.P., Pulsed-wire anemometry; Exp. Therm. Fluid Sci., 5, s.770-780, 1992.
- [3] Sukru Cubukcu A., Reyes Romero D.F., Urban G.A.: *A dynamic thermal flow sensor for simultaneous measurement of thermal conductivity and flow velocity of gases*; Sensors and Actuators A, 208, s. 73-87, 2014.
- [4] Rachalski A.: High-precision anemometer with thermal wave; Rev. of. Sci. Instr. 77, 9, 2006.
- [5] Rachalski A.: *Absolute measurement of low gas flow by means of the spectral analysis of the thermal wave*; Rev. of. Sci. Instr. 84, 2, 2013.
- [6] Ligeza P.: Układy termoanemometryczne struktura, modelowanie, przyrządy i systemy pomiarowe; Wydawnictwa AGH, Kraków, 2001.
- [7] Ligęza P.: *Modelowanie analogowego układu generacji fali temperaturowej*; Prace Instytutu Mechaniki Górotworu PAN, 15, 3-4, s. 77-82, 2013.
- [8] Ligęza P.: *Struktura i model matematyczny cyfrowej metody generacji fali temperaturowej w przepływach*; Prace Instytutu Mechaniki Górotworu PAN, 16, 3-4, s. 47-52, 2015.
- [9] Bruun H.H.: Hot-wire Anemometry. Principles and Signal Analysis; University Press, Oxford, 1995.

### Analysis of the dynamic properties of detectors of temperature wave propagation in air flow and mixture of air – carbon dioxide

### Abstract

One of the methods used in measuring of low flow velocities is thermal wave method. This method allows determining the velocity and coefficient of thermal diffusivity of the medium. The method has the characteristics of an absolute method, which allows its use in the standard measurements. It involves the generation of thermal waves in the tested flow, and analyze its propagation by means of temperature detectors. The study analyzed the dynamic properties of temperature detectors of wave propagation in air flow and mixture of air – carbon dioxide.

Keywords: thermal waves, temperature detectors, frequency limit, modeling