# Indukcyjny czujnik odkształceń wykonany z miedzi w zmodyfikowanym obwodzie rezonansowym

JANUSZ NURKOWSKI

Instytut Mechaniki Górotworu PAN, ul. Reymonta 27; 30-059 Kraków

#### Streszczenie

W opracowaniu przedstawiono autorską modyfikację obwodu rezonansowego, umożliwiającą kompensację termiczną indukcyjnego czujnika odkształceń wykonanego z drutu miedzianego, włączonego w ten obwód. Generator drgań z tym obwodem tworzy przetwornik odkształcenie-częstotliwość. Atrakcyjność czujnika miedzianego wynika z możliwości zastosowania w obwodzie rezonansowym kondensatorów o dużej wartości, kilkunastokrotnie większej niż w przypadku czujnika wykonanego ze stalowego drutu wysokorezystywnego, stosowanego obecnie. W efekcie pomiary odkształceń takim czujnikiem będą odpowiednio mniej destabilizować generator. W pomiarach właściwości próbek skał w komorze ciśnieniowej, wartość pojemności połączeń zależy głównie od temperatury i ciśnienia oddziaływujących na przepusty elektryczne w ścianie komory. W artykule zamieszczono matematyczną analizę zmodyfikowanego obwodu rezonansowego w oparciu o fazowy warunek generacji drgań. Uzyskane teoretyczne wyniki skonfrontowano z pomiarami stabilności termicznej czujnika w zakresie od 0 do 100°C, w ciśnieniu normalnym.

Słowa kluczowe: indukcyjny czujnik odkształcenia, oscylator z obwodem rezonansowym o dużym tłumieniu, liniowa poprawka częstotliwości

### 1. Wstęp

Przetwornik odkształcenie-częstotliwość jest używany w Pracowni Odkształceń Skał do pomiarów własności skał, szczególnie w warunkach wysokiego ciśnienia. W przetworniku tym wykorzystuje się bezrdzeniowy, indukcyjny czujnik stanowiący część obwodu rezonansowego generatora LC. Czujnik umieszczony na próbce, w komorze ciśnieniowej, zmienia swoją długość wraz z deformacją badanego materiału co zmienia częstotliwość napięcia wyjściowego generatora znajdującego się poza komorą. Głównym problemem takiej metody pomiarowej jest negatywny wpływ temperatury czujnika oraz zmian pojemności jego połączeń z generatorem na częstotliwości sygnału. Wartość pasożytniczych pojemności połączeń zmienia się głównie pod wpływem temperatury, ciśnienia oraz możliwego przemieszczania się czujnika i doprowadzeń względem siebie i elementów otaczających, np. metalowych ścian komory.

W klasycznej konstrukcji generatorów odległość cewki indukcyjnej od obwodu rezonansowego oraz układu elektronicznego generatora wynosi w praktyce kilka do kilkunastu milimetrów. Można zatem uzyskać dobre wyrównanie temperatury wszystkich elementów generatora i stabilizować ich temperaturę. Ponadto ewentualny wpływ zmian temperatury na częstotliwość kompensuje się stosując kondensator w obwodzie rezonansowym o dobranym odpowiednio termicznym współczynniku pojemności. W przypadku bezrdzeniowego indukcyjnego czujnika odkształceń umieszczonego w komorze ciśnieniowej [1] takich możliwości kompensacji nie ma. W dalszej części opracowania bezrdzeniowy indukcyjny czujnik będzie nazwany krótko *czujnikiem.* Czujnik znajduje się w zupełnie innym środowisku niż generator i jest oddalony od niego o kilkaset milimetrów, a zmiany temperatury oddziałujące na czujnik mogą dochodzić do kilkudziesięciu stopni. Wzrost temperatury czujnika, czyli cewki indukcyjnej, skutkuje wydłużeniem przewodnika z którego jest wykonany czujnik, powodując wzrost średnicy jego zwojów, a zatem indukcyjności, więc w efekcie spadek częstotliwość oscylacji. Jednocześnie w generatorach z dzieloną pojemnością, np. w układzie Colpitts'a, termiczny wzrost rezystancji cewki powoduje wzrost częstotliwości oscylacji. Zjawisko zwane w teorii generatorów LC liniową poprawką częstotliwości [2, 3], która kompensuje częściowo spadek częstotliwości na skutek termicznego wzrostu indukcyjności. Tym sposobem kompensację termiczną udało się osiągnąć dla czujnika wykonanego ze stali wysokorezystywnej, ale wówczas maksymalna możliwa pojemność obwodu rezonansowego wynosiła około 1000 pF, podczas gdy pojemność ciśnieniowych przepustów elektrycznych to 60 pF. Tak duża pojemność przepustów, których wartość zależy od temperatury i ciśnienia, destabilizuje generator, stając się głównym źródłem błędów. Wartość pojemności obwodu rezonansowego ograniczona jest przez jego małą dobroć, wynikającą z dużej rezystancji stalowej cewki.

Wykonanie cewki-czujnika z drutu miedzianego pozwalało wprawdzie znacznie zwiększyć pojemność obwodu, ale stosując klasyczny obwód rezonansowy z dwoma kondensatorami w obwodzie sprzężenia zwrotnego, nie udało się nawet częściowo zmniejszyć wpływu temperatury na czujnik. Opracowano zatem modyfikację obwodu rezonansowego, polegającą na zbocznikowaniu cewki (czyli czujnika) kondensatorem o pojemności porównywalnej do pojemności dzielnika obwodu rezonansowego. Taka modyfikacja umożliwiła radykalne zmniejszenie wpływu temperatury czujnika na częstotliwość oscylacji, w pewnym przedziale temperatury.

Dokonano matematycznej analizy tak zmodyfikowanego obwodu rezonansowego w oparciu o fazowy warunek generacji drgań. Wyprowadzone formuły pozwalają na przybliżone obliczanie wartości pojemności kondensatorów obwodu rezonansowego, przy których możliwa jest kompensacja. Przedstawiono konfrontację obliczeń z wynikami pomiarów charakterystyk częstotliwościowo-termicznych czujnika, która potwierdziła poprawność wyprowadzonych formuł.

### 2. Zmodyfikowany obwód rezonansowy

Czujnik odkształceń jest indukcyjnością obwodu rezonansowego generatora Colpitts'a, na rysunku 1 oznaczony jako  $L_s$ . Dzięki temu zmiany jego indukcyjności pod wpływem zmian długości badanego materiału, do którego jest przymocowany, przekładają się na zmiany częstotliwości oscylacji, co można łatwo i dokładnie zmierzyć, a następnie wyliczyć odkształcenie. Na rysunku tym  $C_p$  i  $L_p$  to pojemność i indukcyjność połączeń, a  $R_s$  rezystancja czujnika. Z teorii generatorów sprzężeniowych, do których należy generator Colpitts'a, wiadomo że do wystąpienia oscylacji wymagane jest spełnienie między innymi warunku fazy sygnału doprowadzonego z wyjścia na wejście elementu aktywnego generatora (tranzystora). Warunkiem jest, aby suma przesunięcia fazowego sygnału przechodzącego przez układ wzmacniający i sprzęgający wynosiła wielokrotność  $2\pi$ . Generator będzie oscylował z taką częstotliwością przy której spełniony jest postulat fazy.



Rys. 1. Schemat ideowy generatora Colpitts'a, z którym współpracuje czujnik  $L_S$ 

Przesunięcie fazy sygnału, więc i częstotliwość oscylacji, zależą głównie od wartości pojemności i indukcyjności obwodu rezonansowego, ale także w niewielkim stopniu od rezystancji obwodu, w tym cewki. Efekt wpływu rezystancji cewki na częstotliwość nazywany jest liniową poprawką częstotliwości. W generatorze Colpitts'a poprawka ta ma przeciwny znak do zmian częstotliwości wynikłych z wpływu temperatury na indukcyjność cewki, nieznaczne zmniejszając ten wpływ. Jednak w tradycyjnych konstrukcjach generatorów nie jest możliwe osiągnięcie całkowitego lub nawet zauważalnego skompensowania termicznego cewki wykonanej z drutu miedzianego.

Dotychczas czujniki odkształcenia wykorzystywane w Pracowni Odkształceń Skał wykonywano z drutu wysokorezystywnego osiągając kompensację termiczną dla odpowiednio dużej wartości pojemności obwodu rezonansowego. Nie przekraczała ona jednak około 1,5 nF. Zmiany wartości pojemności połączeń destabilizują pracę generatora, powodując powstanie błędów pomiarowych, są to przede wszystkim pojemności ciśnieniowych przepustów elektrycznych w ścianach komory ( $C_p$  na rys. 1).

Z wcześniejszych badań [3] wynika, że pojemność przepustu wynosząca około 60 pF może zmieniać się w sumie nawet o  $\Delta C_p = 0.5$  pF dla ciśnień do 300 MPa i zmian temperatury ±10°C. Pojemność obwodu rezonansowego przy której następuje kompensacja termiczna czujnika z drutu wysokorezystywnego o rezystancji 20  $\Omega$  i indukcyjności 2 µH wynosi około 1000 pF. Czujnik wraz z generatorem tworzy przetwornik odkształcenie – częstotliwość i w zależności od wykonania, jego względna czułość s<sub>R</sub> (definiowana jako względna zmiana częstotliwości pod wpływem zmiany długości) waha się od C do 3\*10<sup>-5</sup>/µm. W przybliżeniu częstotliwość obwodu rezonansowego jest określona znanym wzorem  $f = 1/(2\pi (LC)^{0.5})$ , wiec dla małych  $\Delta C$  można określić błąd pomiaru deformacji próbki:

$$\Delta l_C = \frac{\Delta f_{Cp}}{f} \cdot \frac{1}{s_R} \approx -\frac{\Delta C_p}{2C_r} \cdot \frac{1}{s_R} \quad \text{dla} \quad \Delta C_p \ll C_r \tag{2.1}$$

gdzie:

 $C_p$  – pojemności pasożytnicze połączeń,  $C_r$  – całkowita pojemność obwodu rezonansowego,

 $s_R$  – względna czułość czujnika.

Dla podanych wyżej wartości pojemności oznacza błąd pomiaru od 8 µm przy  $s_R = 3*10^{-5}/\mu m$  do 25 µm dla  $s_R = 1*10^{-5}/\mu$ m.

Bład względny pomiaru będzie tym większy im mniejsza będzie deformacja próbki  $\Delta l_m$ . Na przykład podczas pomiaru ściśliwości skał błąd ten określi wzór:

$$\frac{\Delta l_s}{\Delta l_m} \approx -\frac{\Delta C_p}{2s_R C_r} \cdot \frac{1}{p \kappa l_m}$$
(2.2)

gdzie:

p – ciśnienie hydrostatyczne,

 $\kappa$  – ściśliwość badanego materiału,

 $l_m$ ,  $l_s$  – długość próbki (baza pomiarowa) i czujnika.

Maksymalna baza pomiarowa w aparacie GTA-10 jest ograniczona wymiarami komory ciśnieniowej do 40 mm a ciśnienie 400 MPa. Osiągane ściśliwości skał w tych warunkach to, w zależności od skał, od 0,1 %(granit) do 10 % (wegiel). Stad możliwe są deformacje, odpowiednio, od 40  $\mu$ m do 4  $\mu$ m, więc błąd względny pomiaru odkształcenia mało ściśliwych materiałów może wynosić nawet 200%. W efekcie pomiar odkształcenia skał mało ściśliwych jednym czujnikiem (metoda bezpośrednia) jest praktycznie niemożliwy. Obniżenie błędów do akceptowalnej wartości osiągnięto stosując porównawczą metodę pomiaru, czyli umieszczenie drugiego czujnika, o możliwie zbliżonych parametrach do czujnika pomiarowego, na materiale o znanych własnościach mechanicznych. Ze wskazań obu czujników wyliczane jest odkształcenie badanego materiału [5]. Metoda ta redukuje błędy na tyle, że w przedstawionych warunkach pomiary nawet mikronowych deformacji sa możliwe z błędem kilku procent, przy zachowaniu dużej staranności w przygotowaniu i wykonaniu pomiaru oraz ograniczeniu zmian temperatury w komarze ciśnieniowej do kilku °C.

Mniejsze błędy pomiarów można by osiągnąć zwiększając pojemność obwodu rezonansowego, minimalizując tym wpływ pojemności pasożytniczych, głównie przepustów ciśnieniowych komory, których wartość zależy od temperatury i ciśnienia. Nie jest to możliwe dla czujnika wykonanego z drutu wysokorezystywnego ( $\rho = 9.1 \cdot 10^{-7} \Omega m$ ), ze względu na dużą rezystancję a tym samym małą dobroć. Nadmierne zwiększanie pojemności doprowadziłoby do zerwania drgań. Czujnik wykonany z drutu miedzianego można by włączyć w obwód rezonansowy o pojemności kilkadziesiąt razy większej, ze względu na znacznie mniejszą rezystywność miedzi ( $\rho = 0.16 \cdot 10^{-7} \Omega m$ ), ale niestety w klasycznym układzie generatora, przedstawionym na rys. 2, nie można skompensować go termicznie wykorzystując efekt liniowej poprawki częstotliwości. W eksperymentach, w przeciwieństwie do czujnika ze stali wysokorezystywnej, nawet dla bardzo dużych wartości pojemności dzielnika, na granicy zerwania drgań, nie zaobserwowano nawet zmniejszenia oddziaływania temperatury na czujnik.

Kompensację termiczną dla cewki miedzianej osiągnięto modyfikując obwód rezonansowy przez dołączenie równolegle do cewki dodatkowego kondensatora  $C_L$  o wartości porównywalnej z kondensatorami C1 i C2, co przedstawiono na rys. 2. Wprawdzie taki dodatkowy kondensator stosuje się w wielu rozwiązaniach praktycznych, ale służy on tylko do przestrajania generatora w niewielkich granicach, tak aby uzyskać



Rys. 2. Schemat zastępczy (a) i ideowy (b) generatora ze zmodyfikowanym obwodem rezonansowym, czyli z dołączonym kondensatorem  $C_L$ 

żądaną częstotliwość, lub do termicznej stabilizacji częstotliwości generatora jako całości (czyli kondensatorów, cewek, tranzystorów, rezystorów i innych elementów). Nie stosuje się go do termicznej stabilizacji samej cewki i ma on wartość kilkadziesiąt razy mniejszą od pojemności głównych [4]. W zmodyfikowanym obwodzie rezonansowym dla cewki miedzianej o rezystancji  $R = 0.2 \Omega$  dla prądu stałego i indukcyjności 3,2 µH osiągnięto pojemność obwodu około 25 nF. Stąd w stosunku do przetwornika z cewką z drutu wysokorezystywnego współpracującego z obwodem o pojemności 1 nF, według poprzednich wzorów błędy pomiaru powinny zmniejszyć się 25 razy. Poniżej przedstawiono analizę matematyczną zmodyfikowanego obwodu rezonansowego w oparciu o liczby zespolone.

# 3. Zależności fazowe napięcia sprzężenia zwrotnego w zmodyfikowanym obwodzie rezonansowym

Transmitancję toru sprzężenia zwrotnego  $\beta_u$ , czyli stosunek napięcia doprowadzonego na wejście wzmacniacza do napięcia na jego wyjściu,  $(U_S/U_2, \text{ według rys. 2})$  określa równanie:

$$\beta_{u} = \frac{U_{s}}{U_{2}} = \frac{i \cdot X_{C2}}{U_{2}} = \frac{\frac{U_{2}}{R_{s} + R_{K} + R_{w} + X_{Ls} + X_{X}} + X_{C2}}{U_{2}} X_{C2}$$

$$\beta_{u} = \frac{X_{C2}}{\frac{(R_{r} + X_{Ls}) X_{CL} + (R_{r} + X_{Ls} + X_{CL}) X_{C2}}{R_{r} + X_{Ls} + X_{CL}}} = \frac{\frac{1}{j\omega C_{2}}}{\frac{R_{r} + j\omega L_{s}}{j\omega C_{L}} + \frac{R_{r} + j\omega L_{s} + \frac{1}{j\omega C_{L}}}{j\omega C_{2}}}$$

$$(3.1)$$

Rezystancje: czujnika  $R_s$ , tranzystorowego przełącznika czujników (klucza)  $R_k$  i przetransformowana rezystancja obciążenia generatora do zacisków cewki  $R_w$  to dominujące straty obwodu rezonansowego. Ich sumę można nazwać rezystancją tego obwodu i oznaczyć jako  $R_r$  włączoną szeregowo z cewką:

$$R_r = R_s + R_K + R_w \tag{3.2}$$

Przy czym:

$$R_{w} = \frac{G_{o}L_{s}}{4C_{L} + 2C_{1,2}}$$
(3.3)

gdzie:

 $G_o$  – konduktancja wyjściowa generatora,

 $C_L$ ,  $C_{1,2}$  – pojemności obwodu rezonansowego dla  $C_1 = C_2 = C_{1,2}$ , (rys. 2a).

Obliczenia wykonane będą przy założeniu, że pojemności  $C_1 = C_2 = C_{1,2}$ . Założenie to spełnia postulat maksymalizacji pojemności obwodu rezonansowego, co redukuje szkodliwy wpływ pojemności pasożytniczych na stabilność oscylacji. Ponadto znacznie upraszcza działania matematyczne.

Po wymnożeniu ułamka przez  $\omega C_2$  oraz zgrupowaniu części rzeczywistej i urojonej otrzymamy:

$$\beta_{u} = \frac{-j}{\left(\frac{\omega L_{s}C_{2}}{C_{L}} + \omega L_{s} - \frac{1}{\omega C_{L}}\right) - j\left(R_{r} + \frac{R_{r}C_{2}}{C_{L}}\right)}$$

$$R_{r} + j\left(\omega L_{s} - \frac{1}{\omega C_{L}}\right)$$
(3.4)

Pulsacja własna obwodu rezonansowego będzie w przybliżeniu:  $\omega^2 = \frac{1}{L_s(C_L + 0.5 \cdot C_{1,2})}$ , wówczas:

$$\beta_{u} = \frac{-j}{\left(\frac{C_{1,2}}{C_{L}}\sqrt{\frac{L_{s}}{4C_{L}+2C}} - j\left(R_{r} + \frac{R_{r}C_{1,2}}{C_{L}}\right)\right)}{R_{r} + j\left(\sqrt{\frac{2L_{s}}{2C_{L}+C_{1,2}}} - \frac{\sqrt{L_{s}(4C_{L}+2C_{1,2})}}{2C_{L}}\right)}\right)}$$
(3.5)

Licznik powyższego ułamka ma charakter pojemnościowy i wprowadzi przesunięcie fazy napięcia sprzężenia zwrotnego o  $-\pi/2$  (między  $U_s$  a  $U_2$ ). Zatem całkowity kąt przesunięcia fazowego należy wyliczyć z zależności:

$$\phi_{\beta_{u}} = -\frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{-\left(\frac{R_{r}C_{1,2}}{C_{L}} + R_{r}\right)}{\frac{C_{1,2}}{C_{L}}\sqrt{\frac{L_{s}}{4C_{L} + 2C_{1,2}}}}\right) + \arctan\left(\frac{\sqrt{\frac{2L_{s}}{2C_{L}} + C_{1,2}} - \frac{\sqrt{L_{s}(4C_{L} + 2C_{1,2})}}{2C_{L}}}{R_{r}}\right)$$
(3.6)

/

A po przekształceniu:

$$\phi_{\beta_{u}} = -\frac{\pi}{2} + \arctan\left(R_{r}\left(1 + \frac{C_{L}}{C_{1,2}}\right)\sqrt{\frac{2(2C_{L} + C_{1,2})}{L_{s}}}\right) + \arctan\left(\frac{\sqrt{\frac{2L_{s}}{2C_{L} + C_{1,2}}} - \frac{\sqrt{L_{s}(4C_{L} + 2C_{1,2})}}{2C_{L}}}{R_{r}}\right)$$
(3.6a)

Wartość pierwszego tangensa dla praktycznie występujących parametrów obwodu rezonansowego, czyli po kilka nanofaradów, mikrohenrów i omów jest znacznie mniejsza od jedności (około 0,1), więc można przyjąć, że arctg $\varphi = \varphi$  i dokonać uproszczenia:

$$\phi_{\beta_u} = -\frac{\pi}{2} + R_r \left( 1 + \frac{C_L}{C_{1,2}} \right) \sqrt{\frac{2(2C_L + C_{1,2})}{L_s}} + \arctan\left( \frac{\sqrt{\frac{2L_s}{2C_L + C_{1,2}}} - \frac{\sqrt{L_s(4C_L + 2C_{1,2})}}{2C_L}}{R_r} \right)$$
3.6b)

1

lub

$$\phi_{\beta_{u}} = -\frac{\pi}{2} + R_{r} \left( 1 + \frac{C_{L}}{C_{1,2}} \right) \sqrt{\frac{2\left(2C_{L} + C_{1,2}\right)}{L_{s}}} + \arctan\left( \frac{-\sqrt{L_{s}\left(4C_{L} + 2C_{1,2}\right)}}{2R_{r}C_{L}\left(1 + 2\frac{C_{L}}{C_{1,2}}\right)} \right)$$
(3.6c)

1

Wzrost temperatury czujnika powoduje wzrost rezystancji obwodu rezonansowego z  $R_{r0}$  do  $R_{rT}$ , jak również wzrost indukcyjności czujnika z  $L_{s0}$  do  $L_{sT}$ , co będzie skutkować zmianą kąta przesunięcia fazy sprzężenia zwrotnego o  $\Delta \varphi_{BuT}$ :

$$\Delta\phi_{\beta_{uT}} = \left(\frac{R_{rT}}{\sqrt{L_{sT}}} - \frac{R_{r0}}{\sqrt{L_{s0}}}\right)\sqrt{2(2C_L + C_{1,2})} \left(1 + \frac{C_L}{C_{1,2}}\right) - \arctan\left(\frac{\sqrt{L_{sT}(4C_L + 2C_{1,2})}}{2R_{rT}C_L\left(1 + 2\frac{C_L}{C_{1,2}}\right)}\right) + \arctan\left(\frac{\sqrt{L_{s0}(4C_L + 2C_{1,2})}}{2R_{r0}C_L\left(1 + 2\frac{C_L}{C_{1,2}}\right)}\right)$$
(3.7)

Dalsze uproszczenia będą wykonane w oparciu o wzór:  $\operatorname{arctg}(x) + \operatorname{arctg}(y) = \operatorname{arctg}\left(\frac{x+y}{1-xy}\right)$  w dziedzinie  $\pm \pi$ . Podstawiając odpowiednio otrzymamy różnicę arctg w postaci:

$$- \arctan\left(\frac{\sqrt{L_{sT} (4C_{L} + 2C_{1,2})}}{2R_{rT}C_{L} \left(1 + 2\frac{C_{L}}{C_{1,2}}\right)}\right) + \arctan\left(\frac{\sqrt{L_{s0} (4C_{L} + 2C_{1,2})}}{2R_{r0}C_{L} \left(1 + 2\frac{C_{L}}{C_{1,2}}\right)}\right) = \arctan\left(\frac{\left(\frac{\sqrt{L_{s0}}}{R_{r0}} - \frac{\sqrt{L_{sT}}}{R_{rT}}\right) \left(\frac{\sqrt{(4C_{L} + 2C_{1,2})}}{2C_{L} \left(1 + 2\frac{C_{L}}{C_{1,2}}\right)}\right)}{1 + \frac{\sqrt{L_{s0}L_{sT}} (4C_{L} + 2C)}{4R_{rT}R_{r0}C_{L}^{2} \left(1 + 2\frac{C_{L}}{C_{1,2}}\right)^{2}}}\right)\right)$$
(3.8)

Z mianownika powyższego wyrażenia można usunąć "1", gdyż dla podanych wyżej wartości parametrów  $R_s$ ,  $L_s$ ,  $C_{1,2}$  i  $C_L$  pozostały składnik mianownika jest zdecydowanie większy od 1. Ponadto licznik jest znacznie mniejszy od mianownika, więc można przyjąć, że  $\operatorname{arctg} \varphi = \varphi$ . Dokonując tych uproszczeń oraz przekształceń otrzymamy ostatecznie różnicę dwóch arctg w postaci:

$$\operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{L_{sT}\left(4C_{L}+2C_{1,2}\right)}}{2R_{sT}C_{L}\left(1+2\frac{C_{L}}{C_{1,2}}\right)}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{L_{s0}\left(4C_{L}+2C_{1,2}\right)}}{2R_{s0}C_{L}\left(1+2\frac{C_{L}}{C_{1,2}}\right)}\right) \approx \frac{C_{L}\left(2+4\frac{C_{L}}{C_{1,2}}\right)\left(\frac{R_{rT}}{\sqrt{L_{sT}}}-\frac{R_{r0}}{\sqrt{L_{s0}}}\right)}{\sqrt{4C_{L}+2C_{1,2}}}$$
(3.8a)

Wyrażenie na zmianę kąta przesunięcia fazy sprzężenia zwrotnego będzie miało postać:

$$\Delta\phi_{\beta_{uT}} = \left(\frac{R_{rT}}{\sqrt{L_{sT}}} - \frac{R_{r0}}{\sqrt{L_{s0}}}\right)\sqrt{4C_L + 2C_{1,2}} \left(1 + \frac{C_L}{C_{1,2}}\right) + \frac{C_L \left(2 + 4\frac{C_L}{C_{1,2}}\right) \left(\frac{R_{rT}}{\sqrt{L_{sT}}} - \frac{R_{r0}}{\sqrt{L_{s0}}}\right)}{\sqrt{4C_L + 2C_{1,2}}}$$
(3.9)

Po przekształceniach otrzymamy, że ze względu na termiczną zmianę rezystancji czujnika, kąt przesunięcia fazy napięcia sprzężenia zwrotnego będzie się zmieniał według zależności:

$$\Delta\phi_{\beta_{uT}} = \left(\frac{R_{rT}}{\sqrt{L_{sT}}} - \frac{R_{r0}}{\sqrt{L_{s0}}}\right) \left(\frac{8\frac{C_L^2}{C} + 8C_L + 2C_{1,2}}{\sqrt{4C_L + 2C_{1,2}}}\right) = \left(\frac{R_{rT}}{\sqrt{L_{sT}}} - \frac{R_{r0}}{\sqrt{L_{s0}}}\right) \left(\frac{4\frac{C_L^2}{C_{1,2}} + 4C_L + C_{1,2}}{\sqrt{C_L + 0.5C_{1,2}}}\right)$$
(3.9a)

Oznaczając zależność rezystancji drutu czujnika od temperatury jako  $\alpha_R$  a jego rozszerzalność jako  $\alpha_l$  oraz rozpisując rezystancję obwodu rezonansowego jako sumę rezystancji: czujnika ( $R_s$ ), klucza ( $R_k$ ) i wyjściowej przetransformowanej na zaciski czujnika ( $R_w$ ) otrzymamy:

$$\Delta \phi_{\beta_{uT}} = \left(\frac{R_{WT} + R_{sT} + R_K}{\sqrt{L_{sT}}} - \frac{R_{W0} + R_{s0} + R_K}{\sqrt{L_{s0}}}\right) \left(\frac{8\frac{C_L^2}{C_{1,2}} + 8C_L + 2C_{1,2}}{\sqrt{4C_L + 2C_{1,2}}}\right) = \left(\frac{L_{s0}G_o\alpha_l\Delta T}{4C_L + 2C_{1,2}} + \frac{R_{s0}(\alpha_R - \alpha_l)\Delta T - R_K\alpha_l\Delta T}{1 + \alpha_l\Delta T}\right) \left(\frac{8C_{1,2} + 8C_L + 2C_{1,2}}{\sqrt{L_{s0}}(4C_L + 2C_{1,2})}\right)$$
(3.10)

Ostatecznie:

$$\Delta \phi_{\beta_{uT}} = 2\Delta T \left( \frac{L_{s0}G_o \alpha_l}{4C_L + 2C_{1,2}} + \frac{R_{s0} (\alpha_R - \alpha_l) - R_K \alpha_l}{1 + \alpha_l \Delta T} \right) \left( \frac{4\frac{C_L^2}{C_{1,2}} + 4C_L + C_{1,2}}{\sqrt{L_{s0} (4C_L + 2C_{1,2})}} \right)$$
(3.11)

Ponieważ współczynnik rozszerzalności metali  $\alpha_l$  (pomijając stopy i transuranowce) jest mały (~10<sup>-5</sup>) i wielokrotnie mniejszy od termicznego współczynnika zmian rezystancji  $\alpha_R$ (~10<sup>-3</sup>), można uprościć powyższe wyrażenie do postaci:

$$\Delta\phi_{\beta_{uT}} = \Delta T \left( \frac{L_{s0} G_o \alpha_l}{4C_L + 2C_{1,2}} + R_s \alpha_R \right) \left( \frac{8 \frac{C_L^2}{C_{1,2}} + 8C_L + 2C_{1,2}}{\sqrt{L_{s0} (4C_L + 2C_{1,2})}} \right)$$
(3.12)

Modyfikacja obwodu rezonansowego przez dodanie kondensatora  $C_L$  miała na celu zwiększenie zmiany kąta sprzężenia. Wyliczając iloraz wyrażenia na zmianę kąta sprzężenia dla obwodu z i bez kondensatora  $C_L$  można przekonać się o skuteczności tej modyfikacji:

$$\frac{\Delta\phi_{\beta_{uT}}(C_L)}{\Delta\phi_{\beta_{uT}}(C_L=0)} = \frac{\Delta T \left(\frac{L_{s0}G_o\alpha_l}{4C_L+2C_{1,2}} + R_{s0}\alpha_R\right) \frac{8\frac{C_L^2}{C_{1,2}} + 8C_L + 2C_{1,2}}{\sqrt{L_s}\left(4C_L+2C_{1,2}\right)}}{\Delta T \left(\frac{L_{s0}G_o\alpha_l}{2C_{1,2}} + R_{s0}\alpha_R\right) \frac{2C_{1,2}}{\sqrt{2L_sC_{1,2}}}} = \frac{\left(\frac{L_{s0}G_o\alpha_l}{4C_L+2C_{1,2}} + R_{s0}\alpha_R\right) \frac{8\frac{C_L^2}{C_{1,2}} + 8C_L + 2C_{1,2}}{\sqrt{(4C_L+2C_{1,2})}}}{\left(\frac{L_{s0}G_o\alpha_l}{2C_{1,2}} + R_{s0}\alpha_R\right)\sqrt{2C_{1,2}}}\right)}$$

$$(3.13)$$

Dla praktycznie występujących parametrów obwodu rezonansowego można zaniedbać składnik reprezentujący obciążenie generatora ( $G_o = 0$ ) otrzymując uproszczoną formę powyższego wzoru:

$$\frac{\Delta \phi_{\beta_{uT}}(C_L)}{\Delta \phi_{\beta_{uT}}(C_L = 0)} \approx \frac{4 \frac{C_L}{C_{1,2}} \left(1 + \frac{C_L}{C_{1,2}}\right) + 1}{\sqrt{2 \frac{C_L}{C_{1,2}} + 1}}$$
(3.14)

Z powyższej zależności wynika, że dla pojemności kondensatora bocznikującego równej pojemności kondensatorów dzielnika obwodu rezonansowego ( $C_L = C_{1,2}$ ) występuje 5 krotne zwiększenie wpływu przesunięcia fazy spowodowanego wzrostem rezystancji czujnika. Dla  $C_L = 2 C_{1,2}$  wzrost ten jest 11 krotny.

Wyniki obliczeń zmiany przesunięcia fazowego napięcia sprzężenia zaprezentowano w formie wykresów, dla różnych wartości parametrów obwodu rezonansowego. Na rysunku 3 przedstawiono względną zmianę kąta przesunięcia fazowego napięcia sprzężenia zwrotnego dla różnych wartości kondensatora bocznikującego  $C_L$ , po podgrzaniu czujnika miedzianego o 1°C, dla rezystancji obwodu rezonansowego  $R_r = 1 \Omega$ i 2  $\Omega$ . Wyliczenia dokonano według wzoru zawierającego funkcję *arctg* (wg 3.7) i po ich uproszczeniu (wg 3.11). Rezystancja  $R_r$  obwodu rezonansowego oznacza sumę rezystancji czujnika, jego doprowadzeń, ewentualnego przełącznika oraz rezystancji obciążenia wyjściowego przetransformowanego na zaciski cewki. Widać, że zarówno zmiana tłumienia obwodu rezonansowego jak i uproszczenie funkcji *arctg* mają niewielki wpływ na obliczenie zmiany kąta.



Rys. 3. Względna zmiana kąta przesunięcia fazowego napięcia sprzężenia zwrotnego czujnika miedzianego po podgrzaniu o 1°C, w funkcji pojemności kondensatora bocznikującego  $C_L$ 

# 4. Liniowa poprawka częstotliwości w zmodyfikowanym obwodzie rezonansowym

Wzrost kąta przesunięcia fazy sprzężenia zwrotnego spowoduje w generatorach z dzielnikiem pojemnościowym w obwodzie sprzężenia zwrotnego wzrost generowanych częstotliwości. Zjawisko to w literaturze nazwane jest liniową poprawką częstotliwości. Istnieje również nieliniowa poprawka częstotliwości związana z zaburzeniem równowagi energetycznej w obwodzie rezonansowym na skutek generowania drgań odkształconych od przebiegu sinusoidalnego czyli pojawieniem się harmonicznych, ale jest ona nieistotna dla kompensacji termicznej czujnika.

Wartość liniowej poprawki częstotliwości zależy od ilorazu dwóch głównych czynników wywołanych zmianą rezystancji cewki: zmianą kąta fazy sprzężenia podzieloną przez zmianę dobroci obwodu rezonansowego. Jeśli temperatura rośnie to rośnie rezystancja cewki co powoduje wzrost przesunięcia fazowego i zmniejszenie dobroci obwodu rezonansowego. Im mniejsza dobroć obwodu rezonansowego tym mniejsza stromość jego charakterystyki fazowo-częstotliwościowej co powoduje większe zmiany częstotliwości rezonansowej pod wpływem zmian fazy napięcia sprzężenia zwrotnego. Przedstawia to zależność:

$$\frac{\Delta T \left( \frac{L_s G_o \alpha_l}{4C_L + 2C_{1,2}} + R_s \left( \alpha_R - \alpha_l \right) - R_K \alpha_l \right) \left( \frac{8 \frac{C_L^2}{C_{1,2}} + 8C_L + 2C_{1,2}}{\sqrt{L_s \left(4C_L + 2C_{1,2}\right)}} \right)}{\frac{\Delta f_T(\alpha_R)}{f_0} = \frac{\Delta \phi_{\beta_u T}}{2Q_r(T)}} = \frac{2 \frac{1}{R_r(T)} \sqrt{\frac{L_s(T)}{C_L + C_{1,2}/2}}}$$

$$(4.1)$$

$$= \frac{\Delta T \left( \frac{L_s G_o \alpha_l}{4C_L + 2C_{1,2}} + R_s (\alpha_R - \alpha_l) - R_K \alpha_l \right) \left( \frac{4 \frac{C_L^2}{C_{1,2}} + 4C_L + C_{1,2}}{\sqrt{L_s (4C_L + 2C_{1,2})}} \right)}{\left( \frac{1}{\frac{L_s G_o (1 + \alpha_l \Delta T)^2}{4C_L + 2C_{1,2}}} + R_s (1 + \alpha_R \Delta T) + R_K \right)} \sqrt{\frac{L_s (1 + \alpha_l \Delta T)^2}{C_L + C_{1,2}/2}}$$

Ostatecznie:

$$\frac{\Delta f_T(\alpha_R)}{f_0} = \frac{2\Delta T \left(\frac{C_L^2}{C_{1,2}} + C_L + \frac{C_{1,2}}{4}\right)}{L_s(1 + \alpha_l \Delta T)} \left(\frac{L_s G_o \alpha_l}{4C_L + 2C_{1,2}} + R_s(\alpha_R - \alpha_l) - R_K \alpha_l\right) \left(\frac{L_s(1 + 2\alpha_l \Delta T) G_o}{4C_L + 2C_{1,2}} + R_s(1 + \alpha_R \Delta T) + R_K\right)$$
(4.1a)

Ponieważ zależność rezystancji i rozszerzalności od temperatury spełnia warunki:  $\alpha_R >> \alpha_l$  oraz  $\alpha_R$ ,  $\alpha_l << 1$  otrzymamy:

$$\frac{\Delta f_T(\alpha_R)}{f_0} = \frac{2\Delta T}{L_s} \left( \frac{C_L^2}{C_{1,2}} + C_L + \frac{C_{1,2}}{4} \right) \left( \frac{L_s G_o \alpha_l}{4C_L + 2C_{1,2}} + \alpha_R R_s \right) \left( \frac{L_s G_o}{4C_L + 2C_{1,2}} + R_s + R_K \right)$$
(4.2)

W powyższym wzorze względna zmiana częstotliwości jest proporcjonalna do zmian rezystancji czujnika i obwodu rezonansowego oraz pojemności obwodu a odwrotnie proporcjonalna do indukcyjności. Ostatni człon reprezentuje rezystancję obwodu włączoną szeregowo z cewką w postaci sumy konduktancji wyjściowej generatora przetransformowanej do zacisków czujnika oraz rezystancji czujnika i przełącznika.

Jeśli pominąć indukcyjności i pojemności doprowadzeń oraz założyć, że rezystancja obciążenia i klucza są nieistotne w porównaniu do rezystancji czujnika to otrzymamy:

$$\frac{\Delta f_T(\alpha_R)}{f_0} \approx \frac{2\Delta T}{L_s} \alpha_R R_s^2 \left( \frac{C_L^2}{C_{1,2}} + C_L + \frac{C_{1,2}}{4} \right) \approx \Delta T \alpha_R \frac{1}{Q_r^2} \quad \text{dla} \ R_K \ll R_s \ll \frac{1}{G_o}$$
(4.3)

Interpretacja powyższego wyrażenia jest oczywista: zmiany częstotliwości będą tym większe im temperatura powodować będzie większe zmiany rezystancji czujnika (duże  $\alpha_R$ ) oraz im mniejsza będzie dobroć obwodu  $Q_r$  (wiąże się to z mniejszą stromością nachylenia charakterystyki fazowej obwodu rezonansowego).

Przy doborze parametrów obwodu rezonansowego podczas termicznego kompensowania czujnika, należy dążyć do uzyskania odpowiednio małej dobroci przez zwiększenie wartości pojemności, bo dzięki temu pojemności pasożytnicze będą mniej destabilizować generator, a nie przez wzrost tłumienia obwodu (zwiększając konduktancję obciążenia lub rezystancję klucza).

Korzystając z ostatniego wzoru można wyliczyć w przybliżeniu jak bardzo obecność kondensatora bocznikującego czujnik zwiększa zmiany częstotliwości:

$$\frac{\Delta f(C_L)}{\Delta f(C_L) = 0} \approx \frac{\frac{C_L^2}{C_{1,2}} + C_L + \frac{C_{1,2}}{4}}{\frac{C_{1,2}}{4}} = 4 \frac{C_L^2}{C_{1,2}^2} + 4 \frac{C_L}{C_{1,2}} + 1 \quad \text{dla} \quad R_K \ll R_s \ll \frac{1}{G_o}$$
(4.4)

Jak łatwo policzyć, już dla  $C_L = C_{1,2}$  uzyskać można 9-cio krotny wzrost zmiany częstotliwości pod wpływem zmian temperatury, a przy  $C_L = 2C_{1,2}$  wzrost będzie 25-cio krotny. Efektywność zastosowania kondensatora bocznikującego czujnik jest więc bardzo duża. Wyniki obliczeń zmiany częstotliwości spowodowanego tym przesunięciem, zaprezentowano w formie wykresów, dla różnych wartości parametrów obwodu rezonansowego. Na rysunku 4 pokazano względne zmiany częstotliwości czujnika miedzianego w efekcie podgrzania go o 1°C, w funkcji pojemności kondensatora bocznikującego  $C_L$ .



Rys. 4. Względna zmiana częstotliwości czujnika miedzianego w efekcie podgrzania go o 1°C, w funkcji pojemności kondensatora bocznikującego C<sub>L</sub>, dla różnych wartości parametrów obwodu rezonansowego

Poziomą linią przerywaną zaznaczono względną zmianę częstotliwości wynikającą z rozszerzalności cieplnej drutu miedzianego, równą współczynnikowi rozszerzalności miedzi. Punkt przecięcia krzywej zmian częstotliwości z prostą przerywaną oznacza w przybliżeniu możliwość kompensacji termicznej czujnika. Wzrost temperatury powoduje spadek częstotliwości ze względu na rozszerzalność czujnika a wzrost ze względu na zmianę fazy sprzężenia wywołaną wzrostem rezystancji czujnika, co dla odpowiednich wartości parametrów obwodu rezonansowego prowadzi do kompensacji termicznej czujnika. Niestety pojemność i dobroć obwodu rezonansowego są ze sobą w opozycji, więc zyskując na jednym parametrze pogarszamy drugi. W praktyce należy dążyć do uzyskania maksymalnej pojemności przy zadawalającej amplitudzie oscylacji.

### 5. Dobroć zmodyfikowanego obwodu rezonansowego

Zastosowanie kondensatora bocznikującego czujnik powoduje wprawdzie wzrost zmiany częstotliwości oscylacji pod wpływem zmian temperatury czujnika, ale równocześnie zmniejsza się dobroć obwodu rezonansowego, zgodnie ze wzorem:

$$Q_{r} = \frac{1}{R_{r}} \sqrt{\frac{L_{r}}{C_{r}}} = \frac{1}{R_{s} + R_{K} + \frac{L_{s}G_{o}\alpha_{l}}{4C_{L} + 2C_{1,2}}} \sqrt{\frac{L_{s}}{C_{L}} + \frac{C_{1,2}}{2}} \approx \frac{1}{R_{s}} \sqrt{\frac{L_{s}}{C_{L} + \frac{C_{1,2}}{2}}}$$
(5.1)

Podobnie jak poprzednio wyliczmy iloraz dobroci obwodu z kondensatorem  $C_L$  i bez niego:

$$\frac{Q_r(C_L)}{Q_r(C_L) = 0} \approx \sqrt{\frac{\frac{L_s}{C_L + 0.5C_{1,2}}}{\frac{L_s}{0.5C_{1,2}}}} = \sqrt{\frac{0.5C_{1,2}}{C_L + 0.5C_{1,2}}} = \frac{1}{\sqrt{2\frac{C_L}{C_{1,2}} + 1}}$$
(5.2)

Ponieważ w modyfikacji obwodu rezonansowego chodzi zarówno o uzyskanie dużych zmian częstotliwości pod wpływem zmian temperatury jak i uzyskaniu obwodu o wystarczającej dobroci, utwórzmy iloczyn tych dwóch wielkości. Będzie on wyznaczał współczynnik zysku obwodu zmodyfikowanego  $\eta_m$ :

$$\eta_m = \frac{\Delta f(C_L)}{\Delta f(C_L = 0)} \cdot \frac{\mathcal{Q}(C_L)}{\mathcal{Q}(C_L = 0)} = \left(4\frac{C_L^2}{C_{1,2}^2} + 4\frac{C_L}{C_{1,2}} + 1\right) \sqrt{\frac{1}{2\frac{C_L}{C_{1,2}} + 1}}$$
(5.3)

a po uproszczeniu:

$$\eta_m \approx 3 \sqrt{\left(\frac{C_L}{C_{1,2}}\right)^3 + \left(\frac{C_L}{C_{1,2}}\right)^2 + \frac{C_L}{C_{1,2}}}$$
(5.4)

W tabeli poniższej (Tabela1) przedstawiono wyliczone wartości zmian częstotliwości, dobroci i współczynnika zysku dla zmodyfikowanego obwodu rezonansowego (z kondensatorem  $C_L$  bocznikującym czujnik) do obwodu klasycznego (wyłącznie z kondensatorami  $C_{1,2}$  dzielnika pojemnościowego), dla różnych proporcji  $C_L/C_{1,2}$ . Współczynnik zysku  $\eta_m$  wyliczono według wzoru przybliżonego i dokładnego.

Wielkość	$\frac{C_L}{C_{1,2}} = 0$	$\frac{C_L}{C_{1,2}} = 1$	$\frac{C_L}{C_{1,2}} = 1,5$	$\frac{C_L}{C_{1,2}} = 2$	$\frac{C_L}{C_{1,2}} = 2,5$
$\frac{\Delta f(C_L)}{\Delta f(C_L = 0)} \approx 4 \frac{C_L^2}{C_{1,2}^2} + 4 \frac{C_L}{C_{1,2}} + 1$	4	9	16	25	36
$\frac{Q_r(C_L)}{Q_r(C_L=0)} \approx \frac{1}{\sqrt{2\frac{C_L}{C_{1,2}}+1}}$	0,71	0,58	0,50	0,48	0,41
$\eta_m \approx 3 \sqrt{\left(\frac{C_L}{C_{1,2}}\right)^3 + \left(\frac{C_L}{C_{1,2}}\right)^2 + \frac{C_L}{C_{1,2}}}$	2,8	5,2	8,0	11,2	14,8
$\eta_m = \frac{\Delta f(C_L)}{\Delta f(C_L = 0)} \cdot \frac{\mathcal{Q}(C_L)}{\mathcal{Q}(C_L = 0)}$	2,84	5,22	8,0	12,0	14,8

Tab. 1

Można wnioskować, że należy dążyć do uzyskania ilorazu  $C_L/C_{1,2} > 1$ , gdyż można łatwo uzyskać kompensację termiczną czujnika, przy nieznacznym spadku dobroci obwodu rezonansowego, a więc otrzymania stabilnych oscylacji o wymaganej (odpowiednio dużej) amplitudzie.

# 6. Eksperymentalne potwierdzenie możliwości kompensacji termicznej miedzianego czujnika

Pomiary wykonano dla czujnika miedzianego w układzie podwójnym (dwie cewki połączone mechanicznie równolegle, a elektrycznie szeregowo) [6], zamocowanego do stalowych zaczepów zalanych w gipsowym odlewie (rys. 5). Cewki wykonano z miedzianego drutu o średnicy 0,4 mm, każda po 40 zwojów o średnicy zewnętrznej 5 mm. Indukcyjność czujnika wraz z doprowadzeniami wynosiła 3,2 µH. Czujnik zamocowany na gipsowym odlewie umieszczono w naczyniu wypełnionym naftą, którą podgrzewano elektrycznie w zakresie od około 0 do 100°C. Naczynie z naftą i generator izolowano termicznie od otoczenia.



Rys. 5. Miedziane cewki czujnika zamocowane do odlewu gipsowego, widoczny również czarny czujnik temperatury

Na rysunku 6 pokazano zespół krzywych zależności względnej zmiany częstotliwości (w odniesieniu do 20°C) w funkcji temperatury nafty, w której zanurzono czujnik zamocowany na gipsowym odlewie, dla wartości kondensatorów dzielnika pojemnościowego  $C_1 = C_2 = 18$  nF i  $C_L$  od 0 do 30 nF. Prawą pionową oś wyskalowano w mikrometrach i pokazuje ona błąd bezwzględny pomiaru odkształcenia spowodowany termiczną zmianą częstotliwości.

Widać, że dla  $C_L < 20$  nF czujnik jest niedokompensowany termicznie, a dla  $C_L > 27$  nF jest przekompensowany. Dla wartości pośrednich C<sub>L</sub> kompensacja termiczna występuje w otoczeniu różnych temperatur. Im mniejsza wartość  $C_L$  tym punkt kompensacji przypada dla większej temperatury. Przedstawia to kolejny rysunek (rys. 7) z krzywymi dla wartości  $C_L$ w otoczeniu stabilizacji. Krzywe mają kształt paraboliczny, w efekcie kompensacja całkowita jest punktowa czyli zachodzi tylko dla ściśle określonej temperatury. Jednak w praktyce, mając na względzie inne liczne źródła błędów pomiarowych, można uznać, że czujnik jest skompensowany termicznie w pewnym przedziale temperatur i błędów pomiarowych. Na rysunku zaznaczono przedział błędu  $\Delta l = 4$  mm, co dla próbki skały o długości 44 mm (mieszczącej się w komorze aparatu ciśnieniowego GTA-10) odpowiada maksymalnemu błędowi względnemu  $\delta l = 10^{-4}$ , dla zmian temperatury od 0 do 60°C (krzywa dla  $C_L = 24,5 \text{ nF}$ ).

Tak duże zmiany temperatury w dotychczasowej praktyce nie występują w komorze ciśnieniowej podczas sprężania i rozprężania cieczy roboczej wypełniającej komorę, gdyż są one ograniczone od 10 do 30°C, więc błąd nieskompesowania czujnika będzie zdecydowanie mniejszy od 4 μm.

Uzyskane krzywe można aproksymować funkcją drugiego stopnia z wystarczającą dokładnością.



Rys. 6. Względna zmiana częstotliwości czujnika miedzianego zanurzonego w nafcie podczas jej podgrzewania, dla różnych wartości pojemności kondensatora bocznikującego  $C_L$ 



Rys. 7. Względna zmiana częstotliwości czujnika miedzianego zanurzonego w nafcie podczas jej podgrzewania, dla różnych wartości pojemności kondensatora bocznikującego  $C_L$ , w otoczeniu punktu stabilizacji termicznej czujnika

## 7. Dyskusja otrzymanych wyników

a. Względne zmiany częstotliwości wyliczone z wyprowadzonej formuły (4.1a) (przypomniana poniżej) są praktycznie liniowe dla zmian temperatury  $\Delta T$ , więc dla pewnych wartości parametrów obwodu rezonansowego kompensacja termiczna czujnika powinna zachodzić dla znacznie większego zakresu temperatur niż okazuje się to w praktyce (paraboliczna charakterystyka  $\Delta f(T)$ ). Wprawdzie w tym wzorze indukcyjność czujnika  $L_s$  jest uzależniona od temperatury wprowadzając pewną nieliniowość, ale jest ona praktycznie niezauważalna na skutek bardzo małej wartości współczynnika rozszerzalności cieplnej materiału czujnika (dla miedzi  $\alpha_l = 16 \cdot 10^{-6}$ ), co wykazały obliczenia.

$$\frac{\Delta f_T(\alpha_R)}{f_0} = \frac{2\Delta T \left(\frac{C_L^2}{C_{1,2}} + C_L + \frac{C_{1,2}}{4}\right)}{L_s(1 + \alpha_l \Delta T)} \left(\frac{L_s G_o \alpha_l}{4C_L + 2C_{1,2}} + R_s(\alpha_R - \alpha_l) - R_K \alpha_l\right) \left(\frac{L_s(1 + 2\alpha_l \Delta T) G_o}{4C_L + 2C_{1,2}} + R_s(1 + \alpha_R \Delta T) + R_K\right)$$
(4.1a)

**b.** Można uznać, że wpływ konduktancji obciążenia jest praktycznie pomijalny w członie  $\left(\frac{L_s G_o \alpha_{ls}}{4C_L + 2C_{1,2}} + \alpha_R R_s\right)$  wzoru (4.1), również wpływ pojemności połączeń może być pominięty, w obu przypadkach ze względu na dużą wartość pojemności kondensatorów obwodu rezonansowego. Konduktancja obciążenia jest natomiast znaczącym czynnikiem w ostatnim członie równania (4.1a), czyli  $\left(\frac{L_s G_o}{4C_L + 2C_{1,2}} + R_s + R_K\right)$ , reprezentującym sumaryczną rezystancję zastępczą obwodu rezonansowego.

**c.** W literaturze poświęconej teorii generatorów [2, 3] równanie opisujące liniową poprawkę częstotliwości przedstawia się w postaci:

$$\omega_g^2 = \omega_0^2 \left( 1 + \frac{C_2}{C_1 + C_2} \cdot RG_{\Sigma} \right)$$
(7.1)

Po przekształceniach można otrzymać, że dla  $C_1 = C_2$ :

$$\frac{\Delta f_T(\alpha_R)}{f_0} = \frac{\alpha_R \Delta TRG_{\Sigma}}{4 + 2RG_{\Sigma}} \approx \frac{1}{4} \alpha_R \Delta TRG_{\Sigma}$$
(7.2)

Należy zwrócić uwagę, że powyższe dwie formuły są niezależne od indukcyjności cewki oraz pojemności obwodu rezonansowego. Jest to wyraźnie sprzeczne z rzeczywistym zachowaniem generatora, czego dowodzą liczne eksperymenty! W praktyce wzrost wartości poprawki liniowej występuje dla wzrastającej pojemności i malejącej indukcyjności obwodu rezonansowego, co zgodne jest z wyliczeniami na podstawie wzoru (4.1a) niniejszego opracowania. Jeśli bowiem podstawić w (4.1a) że  $C_L = 0$ , to wtedy:

$$\frac{\Delta f_T(\alpha_R)}{f_0} \approx 2\Delta T \frac{C}{4} R_s \alpha_R \left( \frac{L_s G_o}{2C_{1,2}} + R_s (1 + \alpha_R \Delta T) + R_K \right) \approx \frac{1}{4} R_s \alpha_R \Delta T G_o + \frac{1}{2L_s} C_{1,2} R_s \alpha_R \Delta T (R_s + R_k)$$
(7.3)

czyli, że dla  $C_L = 0$  równanie to zawiera pierwszy składnik identyczny z przekształconym równaniem podawanym w literaturze (7.2) ale istnieje również drugi składnik równania (7.3), w którym występuje pojemność i indukcyjność obwodu rezonansowego.

Przekształcając dalej (7.3), będzie:

$$\frac{\Delta f_T(\alpha_R)}{f_0} \approx \frac{1}{4} R_s \alpha_R \Delta T G_o + \frac{1}{2} \frac{C_{1,2}}{L_s} R_s^2 \alpha_R \Delta T \left( 1 + \frac{R_k}{R_s} \right) \approx \frac{1}{4} R_s \alpha_R \Delta T G_o + \frac{1}{2Q_L^2} \alpha_R \Delta T \left( 1 + \frac{R_k}{R_s} \right)$$
(7.4)

co sugeruje, że formuła podana w literaturze jest przybliżeniem dla cewek o bardzo dużej dobroci  $Q_L$ .

Należy podkreślić, że w literaturze zagadnienie liniowej poprawki częstotliwości traktuje się zdecydowanie marginalnie, jako nie mający większego znaczenia efekt, w niewielkim tylko stopniu destabilizujący obwód rezonansowy, bez praktycznych zastosowań.

#### Podsumowanie

W artykule przedstawiono wyniki badań eksperymentalnych i analizę teoretyczną zmodyfikowanego przetwornika odkształcenie-częstotliwość.

Przetwornik ten składa się z jednowarstwowej indukcyjnej cewki, która jest czujnikiem odkształcenia, wpiętej w obwód rezonansowy generatora LC. Czujnik przymocowany jest do badanego materiału i wraz z nim odkształca się, zmieniając częstotliwość generowanego sygnału. Modyfikacja polega na zbocznikowaniu niskorezystancyjnego czujnika, pojemnością o odpowiednio dużej wartości. Umożliwia to eliminację wpływu temperatury czujnika na częstotliwość rezonansową, w pewnym przedziale temperatury. Zaletą modyfikacji jest możliwość wykonania czujnika z drutu miedzianego, co kilkunastokrotnie zwiększa pojemność obwodu rezonansowego w porównaniu z wysokorezystancyjnym czujnikiem stalowym, stosowanym obecnie. Pozwoli to znacznie zmniejszyć błędy pomiarów odkształcenia, powodowane niestabilnością pojemności połączeń czujnika z generatorem, głównie pojemności przepustów elektrycznych w ścianie komory ciśnieniowej. Szczególnie dotyczy to pomiarów ściśliwości skał.

Przeprowadzono analizę teoretyczną obwodu rezonansowego w oparciu o fazowy warunek generacji drgań w czwórniku sprzężenia zwrotnego, która wyjaśnia mechanizm termicznej kompensacji przetwornika.

Uzyskane na tej podstawie odpowiednie równania umożliwiają obliczenia projektowe przetwornika. Eksperymenty wykonane w zakresie temperatur od 0 do 100°C, w ciśnieniu normalnym, wykazują zadawalającą zgodność z wyprowadzonymi równaniami.

Ponadto stwierdzono, że należy kontynuować badania eksperymentalne dla różnych parametrów czujnika i obwodu rezonansowego. Końcowe testy właściwości czujnika należy wykonać w komorze ciśnieniowej.

Przy pomiarze odkształcenia czujnikiem miedzianym w układzie różnicowym problemem jest duża rezystancja przełącznika półprzewodnikowego, naprzemiennie komutującego czujnik pomiarowy i odniesienia do generatora, w porównaniu do rezystancji czujnika miedzianego. W związku z tym należy zbadać możliwość komutacji mechanicznej za pomocą przekaźników lub kontaktronów miniaturowych. Jedyną wadą czujnika miedzianego jest jego mniejsza sprężystość (granica plastyczności  $\text{Re}_{\text{Cu}} = 60 \text{ MPa}$ ) w porównaniu z czujnikiem stalowym ( $\text{Re}_{\text{stali}} \approx 2000 \text{ MPa}$ ), co czyni go mniej odpornym na udary mechaniczne i ogranicza od góry zakres pomiarowy.

Praca została wykonana w roku 2010 w ramach prac statutowych realizowanych w IMG PAN w Krakowie, finansowanych przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego.

### Literatura

- [1] Nurkowski J.: Bezrdzeniowy indukcyjny sensor do pomiaru odkształceń próbek skalnych w komorze ciśnieniowej. Arch. Min. Sci., Vol. 52 (2007), No. 3, p. 311-330.
- [2] Pawłowski J.: Wzmacniacze i generatory. Wydawnictwo Komunikacji i Łączności, W-wa 1980, s. 750.
- [3] Kuta S., Krajewski G., Jasielski J.: Układy elektroniczne część II. Wydawnictwa AGH.
- [4] Chojnacki W. SP5QU: Układy nadawcze i odbiorcze dla krótkofalowców. WKŁ, W-wa 1979, s. 125 i 136.
- [5] Nurkowski J.: Blędy w pomiarach odkształcenia wykonywanych w komorze ciśnieniowej czujnikiem indukcyjnym. Prace IMG PAN 2005, s. 155-178.
- [6] Nurkowski J.: Indukcyjny przetwornik odkształcenia w układzie różnicowym. Krajowy kongres Metrologii, Gdańsk 1998, s. 223-230.
- [7] Praca zbiorowa: Radioelektronika cz. 1. WKŁ, W-wa 1972, s. 165.

### An induction sensor made of copper, used as a deformation sensor, in a modified resonance circuit

#### Abstract

The study gives a detailed description of a modified resonance circuit designed by the Author, enabling the full thermal compensation of the deformation sensor made of copper wire and interacting with the circuit. One of the advantages of copper sensors in resonance circuits is that high-capacity condensers can be incorporated, much more powerful than when most popular high-resistance wire sensors are used. As a result, deformation measurements taken with such sensors would involve decidedly smaller errors as parasite capacities, associated with temperature and pressure in the pressure chamber, and these will affect the resonance circuit in much lesser degree. That is of key importance in measurements of rock properties in the high pressure conditions. The study provides the mathematical analysis of the modified resonance circuit, based on the phase conditions of its generation. Theoretical results are compared with thermal stability measurement data for the sensor, in the range from 0 to 100°C, under the normal pressure.

Keywords: deformation sensor, high-damping oscillator with resonance circuit, linear correction for frequency