

Laboratoryjne badanie rozptywu cieczy w rozgałazieniu z krętym dopływem

WŁADYSŁAW CIERNIAK, KATARZYNA MNICH

Instytut Mechaniki Górotworu PAN, ul. Reymonta 27; 30-059 Kraków

Streszczenie

Zazwyczaj opisując rozptyw płynów w sieci przewodów przyjmuje się, iż w każdej początkowej części gałęzi, rozwidlenia ciśnienia mają takie same wartości. Ponieważ w węzle następuje zmiana pędu, która może być wywołana tylko przez występujące tam siły, nie jest możliwa wspomniana poprzednio równość ciśnień. Prowadzone badania służą do poznania występujących w rozgałazieniach ciśnień przy przepływach laminarnych.

Opisywane badania polegały na wyznaczeniu różnic ciśnień w modelu rozgałazienia w funkcji dwu strumieni odpływowych. Gałąź dopływowa badanego rozgałazienia ma kształt odcinka koła. Gałęzie odpływowe są odcinakami prostymi rozchylonymi pod kątem 60°. Średnice wewnętrzne wszystkich gałęzi wynoszą 3±0,05mm. Badania prowadzone były przy użyciu wody destylowanej. Wielkości strumieni zadawano przy pomocy przelewów o regulowanym położeniu a wyznaczano metodą wagową.

Słowa kluczowe: mechanika płynów, przepływy w rozgałazieniach

Wstęp

Celem prowadzonych badań jest opracowanie matematycznego modelu rozgałazienia, w którym następują rozdziały oraz połączenia strumieni. Taki model może być użyty do obliczeń w sieciowym i hierarchicznym układzie przewodów. Przykładami układów sieciowych w technice są: wyrobiska kopalniane, sieci wentylacyjne, sieci wodociągowe. W przyrodzie najpospolitszymi sieciami przewodów są porowate struktury skał, struktury zaopatrywania roślin w wodę oraz układy krwionośne ludzi i zwierząt. Sieci w nich są zbliżone raczej do struktur hierarchicznych.

Ze względu na olbrzymią ilość rozgałazień w rozważanych przypadkach, model do obliczeń musi być znacznie uproszczony. Wydaje się, że układ wiążący różnice ciśnień pomiędzy węzłami ze strumieniami płynu w przewodach, zapewni dostateczną dokładność obliczeń rozptywu płynu (przynajmniej nie dla najbardziej skomplikowanych przypadków) przy jego niezbyt dużej komplikacji.

Omawiane struktury zwykle mają kręte przebiegi i dużo odgałazień. Bardzo duża ilość odgałazień w układzie, nie pozwala zaniedbywać w matematycznym modelu rozptywu zjawisk związanych z zachodzącymi w nich zmianami pędu. W pracach [Cieśllicki i Lasowska, 1999; Cieśllicki i in., 2000a,b] wykazano, że różnice ciśnienia wynikające z laminarnych przepływów w krętych i długich przewodach dają się wyrazić wzorami:

$$\Delta p = \left[1.626 + 0.097 \sqrt{Di} \right] \frac{8\pi\mu l Q}{\pi r^2} \quad (1)$$

$$Di = Re \sqrt{\frac{r}{R}} \quad (2)$$

$$\text{Re} = \frac{2Ur\rho}{\mu} \quad (3)$$

przy

$$\frac{r}{R} \geq \frac{1}{15} \quad (4)$$

$$U = \frac{Q_m}{\pi r^2}$$

$$\text{Re} = \frac{2r\rho Q_m}{\pi\mu r^2} = \frac{2Q_m}{\pi\mu r} = \frac{4Q_m}{\pi\mu d} \quad \text{liczba Reynoldsa}$$

$$Di = \text{Re} \sqrt{\frac{r}{R}} = \frac{2Q_m}{\pi\mu r} \sqrt{\frac{r}{R}} = \frac{2Q_m}{\pi\mu} \sqrt{\frac{1}{rR}} \quad \text{liczba Deana}$$

$$\begin{aligned} \Delta p &= \left[1.626 + 0.097\sqrt{Di} \right] \frac{8\mu l Q}{\pi r^4} = \left[1.626 + 0.097 \sqrt{\frac{2Q_m}{\pi\mu} \sqrt{\frac{1}{rR}}} \right] \frac{8\mu l Q}{\pi r^4} = \\ &= \left[1.626 + 0.097 \sqrt{\frac{2Q_m}{\pi\mu} \sqrt{\frac{1}{rR}}} \right] \frac{8\mu l Q_m}{\pi r^4 \rho} = \left[1.626 + 0.097 \sqrt{\frac{4Q_m}{\pi\mu} \sqrt{\frac{1}{dD}}} \right] \frac{128\mu l Q_m}{\pi d^4 \rho} = \\ &= \left[1.626 + 0.194 \sqrt{\frac{Q_m}{\pi\mu} \sqrt{\frac{1}{dD}}} \right] \frac{128\mu l Q_m}{\pi d^4 \rho} \end{aligned}$$

Dla przewodów prostych obowiązuje zależność:

$$\Delta p = \frac{8\mu l Q_m}{\pi r^4} = \frac{128\mu l Q_m}{\pi d^4}$$

nazwana prawem Hagera-Poiseuille'a dla strumienia masowego, gdzie:

- d – średnica przewodu, [m]
- l – długość przewodu, [m]
- Q – objętościowy strumień płynu, [m³/s]
- Q_m – masowy strumień płynu, [m/s]
- R – promień zgięcia przewodu, [m]
- r – wewnętrzny promień przewodu, [m]
- U – średnia prędkość w przewodzie, [m/s]
- Δp – jest różnica ciśnień pomiędzy początkiem i końcem przewodu, [Pa]
- μ – współczynnik lepkości dynamicznej, [Pas]
- ρ – gęstość cieczy, [kg/m³].

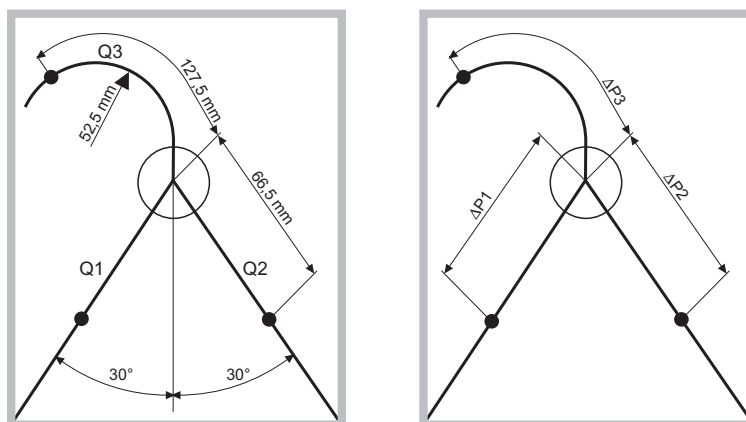
Podczas studiowania dostępnej literatury dla przepływów laminarnych, nie znaleziono informacji o zjawiskach związanych ze zmianami pędu w rozgałęzieniach, jak i spadku ciśnień w odcinkach przewodów do nich przylegających.

Obecnie dostępne środki techniczne pozwoliły na przeprowadzenie niżej opisanych, stosunkowo prostych eksperymentów w sztywnym modelu rozgałęzienia z krętym dopływem. Taki dopływ jest odpowiedni dla struktur przemysłowych, skalnych i roślinnych.

Układ krążenia jest jeszcze bardziej skomplikowaną strukturą do analizy, ze względu na występowanie elastyczności naczyń krwionośnych niż modele techniczne. Dodatkowymi utrudnieniami w tych sieciach są nieliniowe zmiany średnic tętnic wraz z ciśnieniem krwi i zależność współczynnika lepkości krwi od gradientu szybkości. Ponadto biochemiczne procesy regulacji przepływu krwi powodują zmiany ich średnic i sztywności.

Stanowisko badawcze

Pomiarów dokonywano na modelu pokazanym na rysunku (1) przedstawiającym rozgałęzienie.



Rys.1. Szcik rozgałazienia w którym badano rozplywy

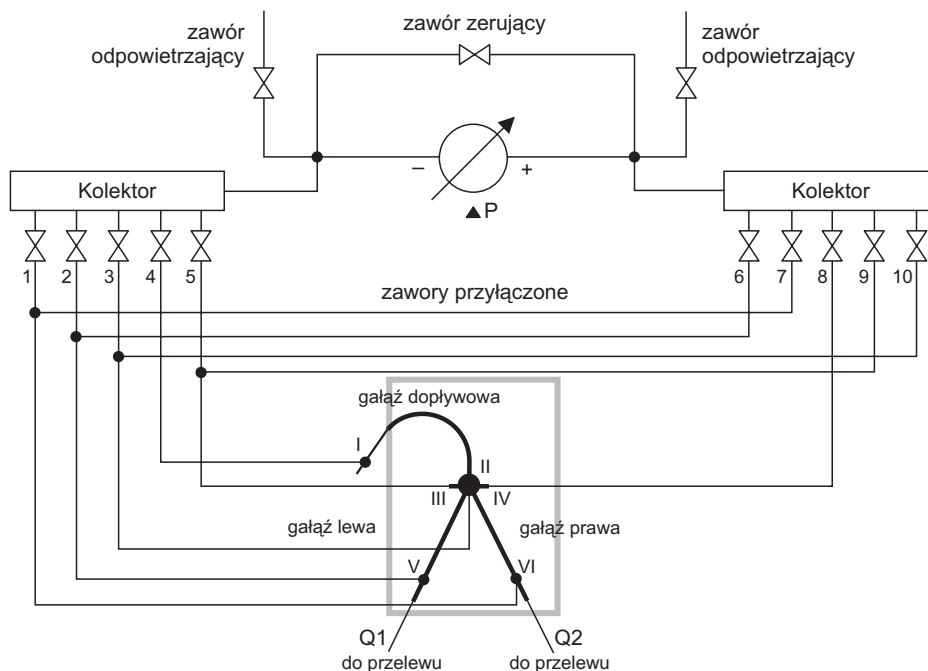
Mierzono różnice ciśnień pomiędzy punktami pomiarowymi zaznaczonymi na rysunku przy zadanych strumieniach w obu gałęziach odpływowych (Q1, Q2). Ponieważ dysponowano tylko jednym dostatecznie czułym miernikiem ciśnień, jego pomiary nie mogły się odbywać jednocześnie. Ogólny widok stanowiska przedstawia rysunek (2) a schemat układu pomiarowego jest pokazany na rysunku (3).

Wielkości strumieni wody destylowanej płynące przez odpływy wyznaczano metodą wagową zbierając ją podczas znanego czasu do pojemników.

Miernik różnicy ciśnień składał się z precyzyjnego przetwornika różnicy ciśnień na napięcie typu LPM 9381 i woltomierza cyfrowego typu TR-1676. Przed pomiarami miernik różnicy ciśnień, razem



Rys. 2. Widok stanowiska pomiarowego



Rys. 3. Schemat stanowiska pomiarowego

z woltomierzem, został wywzorcowany przy pomocy precyzyjnego manometru kompensacyjnego. Szacuje się, że niepewność pomiaru różnicy ciśnień, była mniejsza niż 0.5%. Dla zapewnienia założonej niepewności, czas zbierania wody wynosił od 30–90 [s], w zależności od wielkości strumieni. Niepewność wyznaczania strumieni zależy od niepewności ważenia i niepewności pomiaru czasu. Szacuje się, że była ona rzędu 0.5%. Zarejestrowane fluktuacje strumieni a szczególnie duże fluktuacje różnic ciśnień zdaniem autorów są spowodowane niestabilnością przepływów. Jak się wydaje jest ona generowana przez przelewy. W eksperymentach, w których przepływ wymuszano pompą tłokową obserwowano wielokrotnie mniejsze fluktuacje ciśnienia.

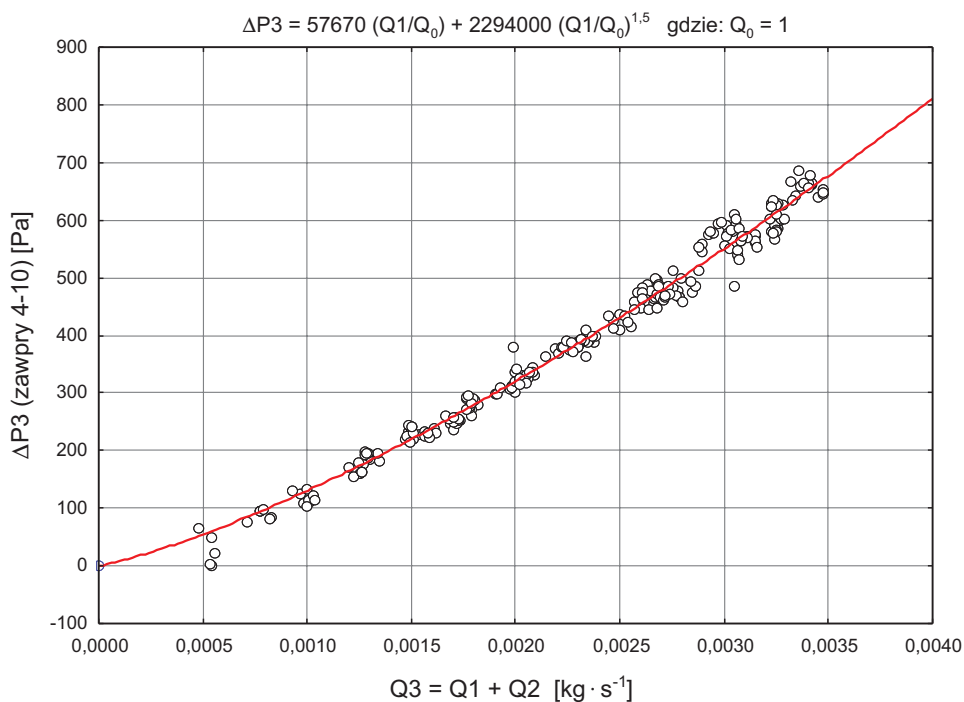
Wyniki pomiarów

Pomiaru różnic ciśnień dokonywano dla różnych wielkości strumieni zmieniających się od wartości równej zero do (w przybliżeniu) 2,7 g/s w odstępach mniej więcej 0.25 g/s dla każdego odgałęzienia. Ograniczenie górnej wartości było spowodowane wystąpieniem dużych fluktuacji różnicy ciśnień z niewyjaśnionych przyczynach (maksymalna liczba Reynoldsa w gałęzi dopływowej wynosiła 1440). Z tego też względu odrzucono część pomiarów, w których wartość sumy obu strumieni była większa od 3,5 g/s. Mierzono różnice ciśnień pomiędzy wszystkimi punktami pokazanymi na rysunku (3).

Dla obliczania rozprywu cieczy istotne są tylko różnice ciśnień występujące pomiędzy punktem środkowym rozgałęzienia i punktami pomiarowymi umieszczonymi na gałęzi dopływowej i odpływowych. Pozostałe różnice ciśnień mogą być przydatne podczas wyznaczania parametrów matematycznego modelu rozgałęzienia. Wyniki zostały pokazane na kolejnych wykresach począwszy od wykresu [1]. Przedstawiono na nich różnicę ciśnień w funkcji strumieni odpływowych Q1, Q2.

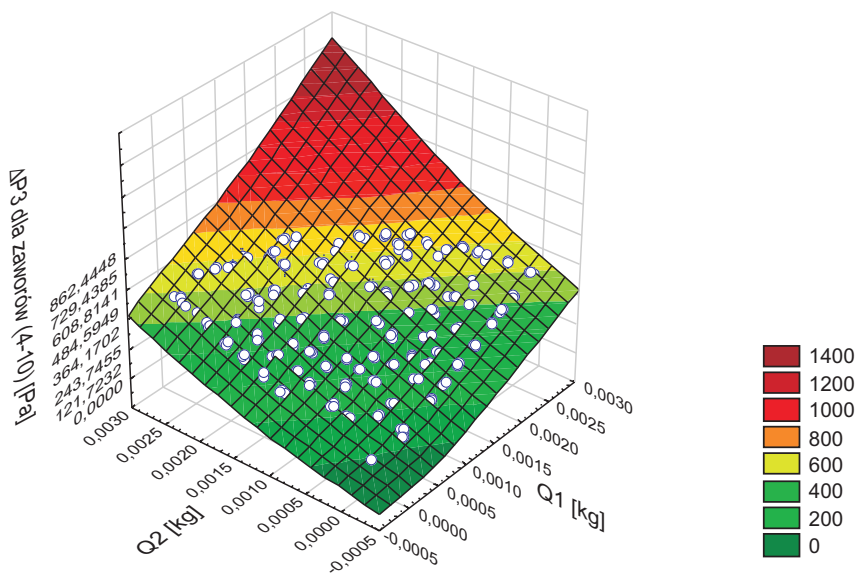
Różnica między wzorem CLS a aproksymowaną krzywą mieści się w granicach wynikających z niepewności wyznaczenia wewnętrznej średnicy rurki dopływowej.

Wykres (1b) pokazuje ten sam przypadek w postaci warstwic. Z analizy wykresów, w szczególności wykresu warstwicowego (1b) wynika, że spadek ciśnienia na gałęzi dopływowej z wystarczającą dokładnością jest tylko funkcją sumy strumieni Q1, Q2. Wynika to z praktycznie liniowego przebiegu poziomic (odchylenie izolinii od kąta 45° pochodzi z nierównomiernych skal na osi pionowej i poziomej). Można z tego wnioskować, że udział spadku ciśnienia w rozgałęzieniu w stosunku do spadku ciśnienia na krętym odcinku jest niewielki.

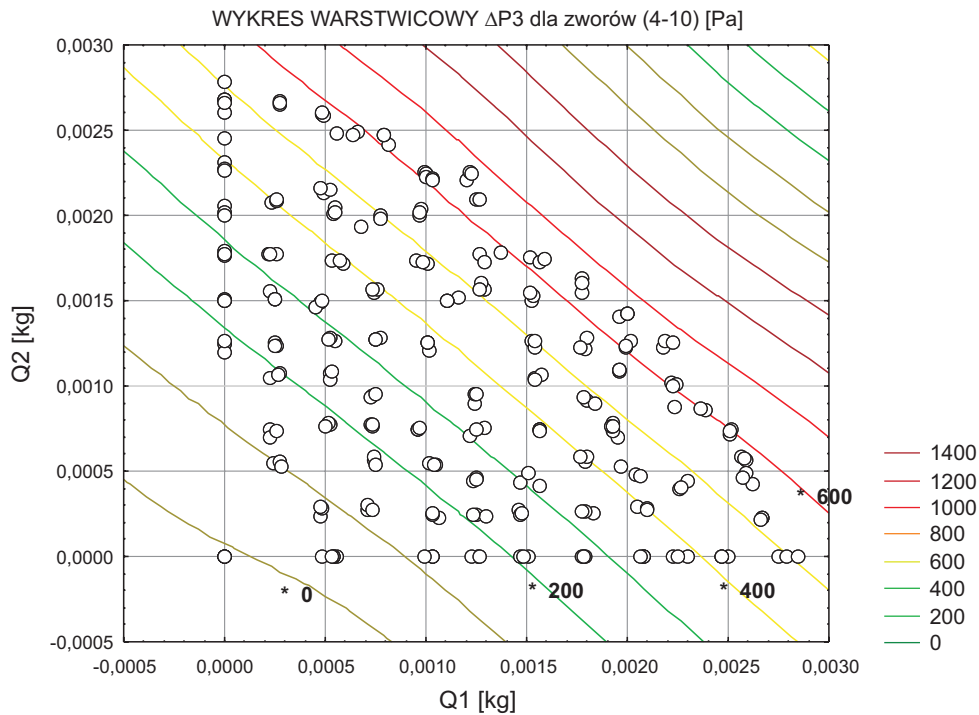


Wykres [1]. Różnica ciśnienia pomiędzy punktem pomiarowym na krętej gałęzi dopływowej w funkcji płynącego w niej strumienia. Wyniki pomiarowe zostały aproksymowane wzorem zamieszczonym nad rysunkiem co pokazuje linia ciągła. Według wzoru CLS [Cieśllicki i in.] spadek ciśnienia opisuje wzór: $\Delta P = [99808Q + 1629000Q^{1,5}]$

WYKRES PRZESTRZENNY DLA ΔP_3

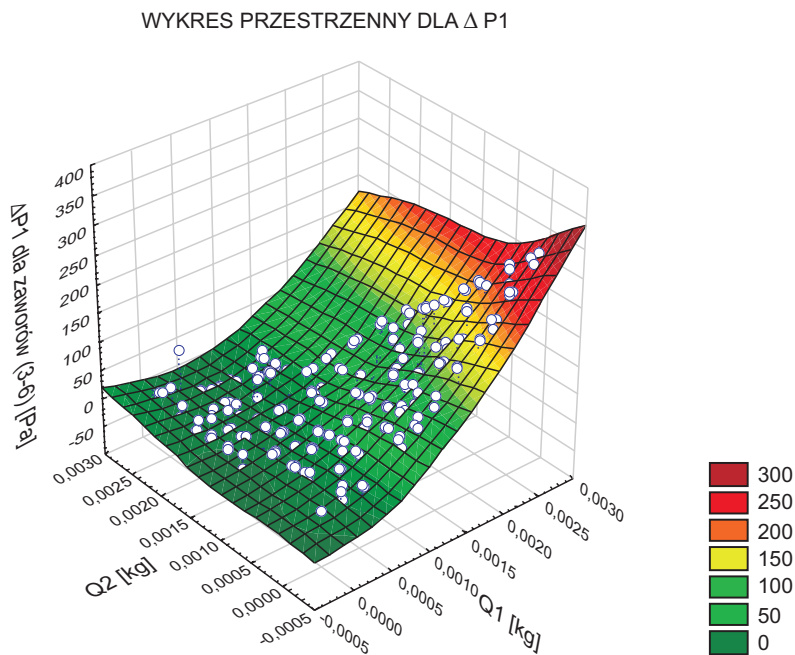


Wykres 1a. Różnica ciśnienia ΔP_3 pomiędzy punktem pomiarowym na krętej gałęzi dopływu a środkiem rozgałęzienia w funkcji strumieni odpływowych Q_1, Q_2

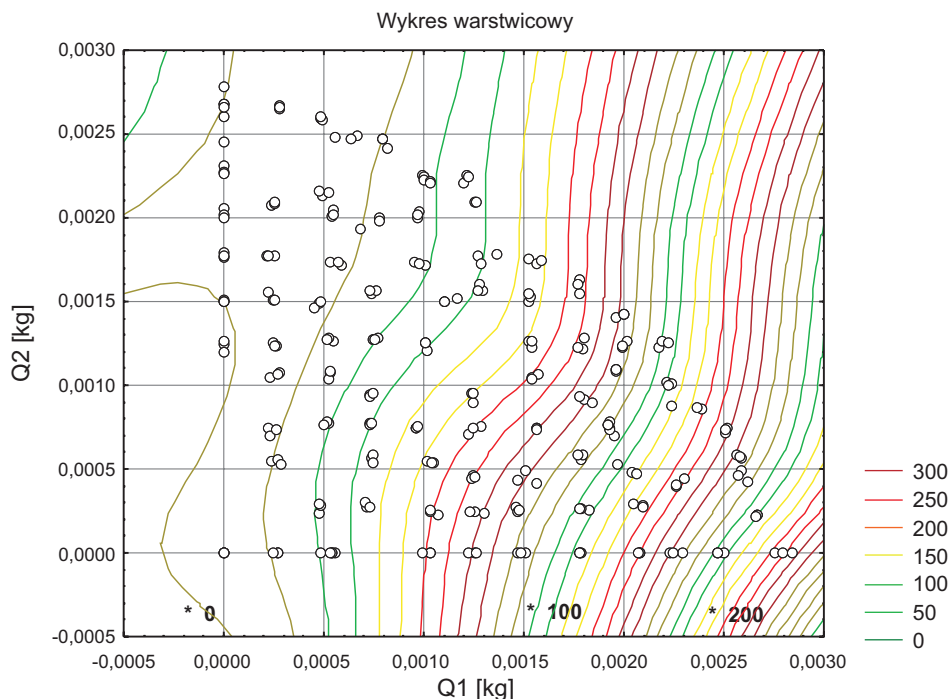


Wykres 1b. Różnica ciśnienia ΔP_3 pomiędzy punktem pomiarowym na krętej gałęzi dopływu a środkiem rozgałęzienia w funkcji strumieni odpywowych Q_1, Q_2 .

Kolejne wykresy [2a] i [2b] pokazują różnicę ciśnień ΔP_1 pomiędzy środkiem rozgałęzienia i punktem pomiarowym na lewej gałęzi odpywowej jako funkcje strumieni odpywowych Q_1, Q_2 . Wykresy zawierają powierzchnię aproksymowaną przez program i część punktów pomiarowych. Pozostałe punkty znajdujące się pod powierzchnią są niewidoczne.



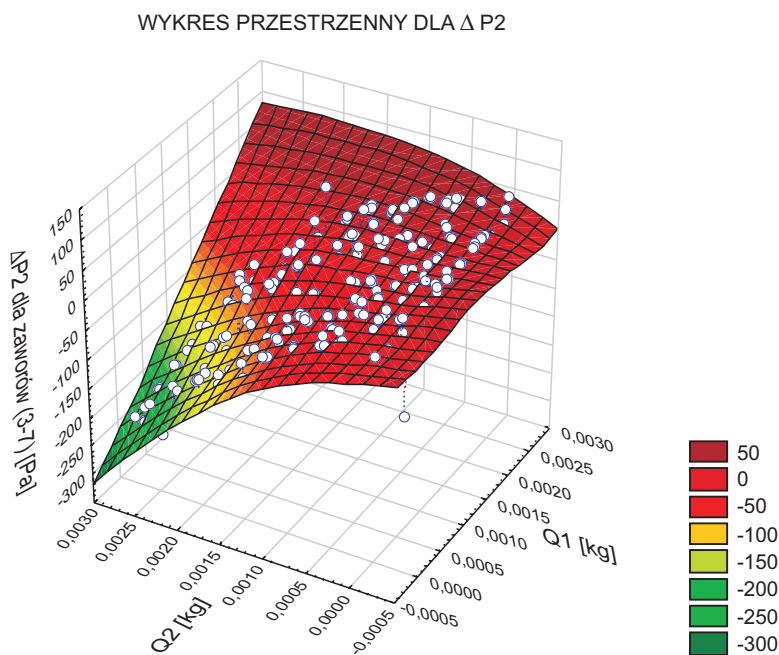
Wykres 2a. Wykres powierzchniowy różnicy ciśnienia ΔP_1 pomiędzy środkiem rozgałęzienia a punktem pomiarowym na gałęzi Q_1



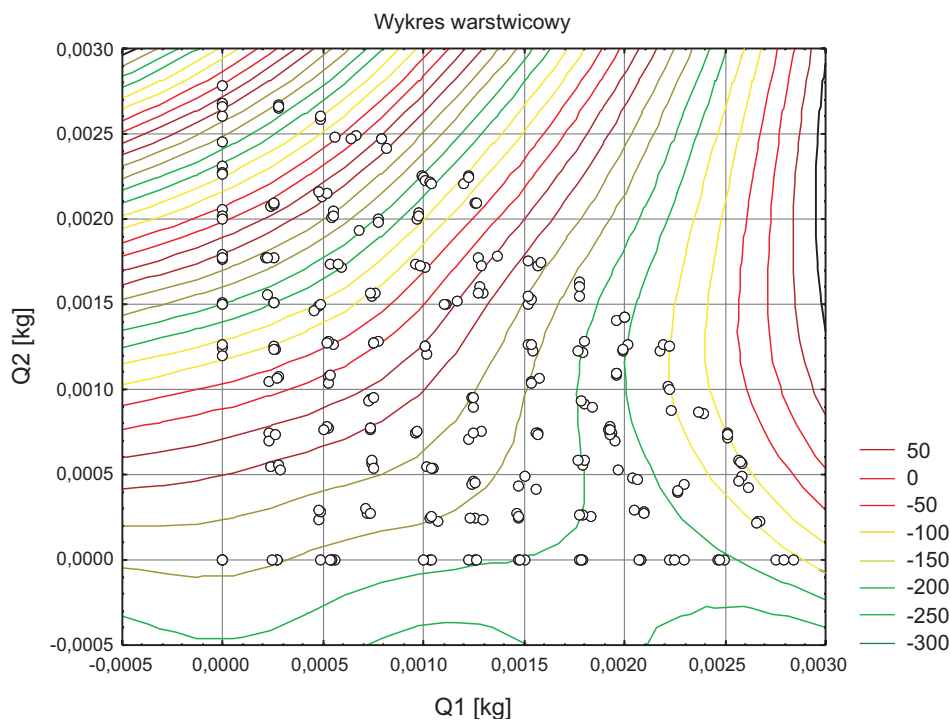
Wykres 2b. Wykres warstwiczny różnicy ciśnienia $\Delta P1$ pomiędzy środkiem rozgałazienia a punktem pomiarowym na gałęzi Q2

Jak łatwo z tych wykresów widać różnica ciśnienia $\Delta P1$ głównie zależy od wielkości strumienia $Q1$ płynącego w lewej gałęzi.

Różnicę ciśnienia pomiędzy środkiem rozgałazienia i punktem pomiarowym na prawej gałęzi rozgałazienia $\Delta P2$ w funkcji strumieni $Q1, Q2$ pokazują wykresy w postaci powierzchni i punktów pomiarowych z rysunku [3 a]. Tą samą różnicę w postaci izolinii różnicy ciśnienia pokazuje rysunek [3 b].



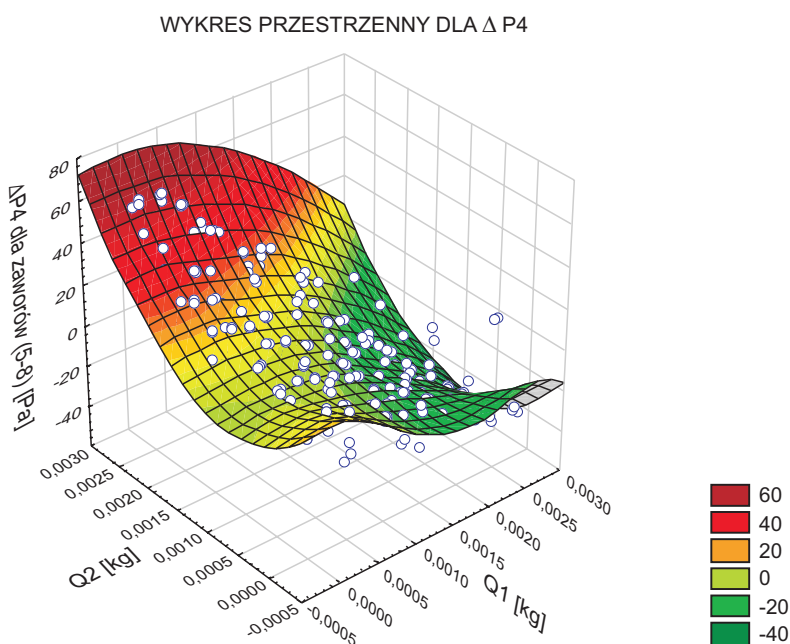
Wykres 3a. Wykres powierzchniowy różnicy ciśnienia $\Delta P2$ pomiędzy środkiem rozgałazienia a punktem pomiarowym na gałęzi Q2



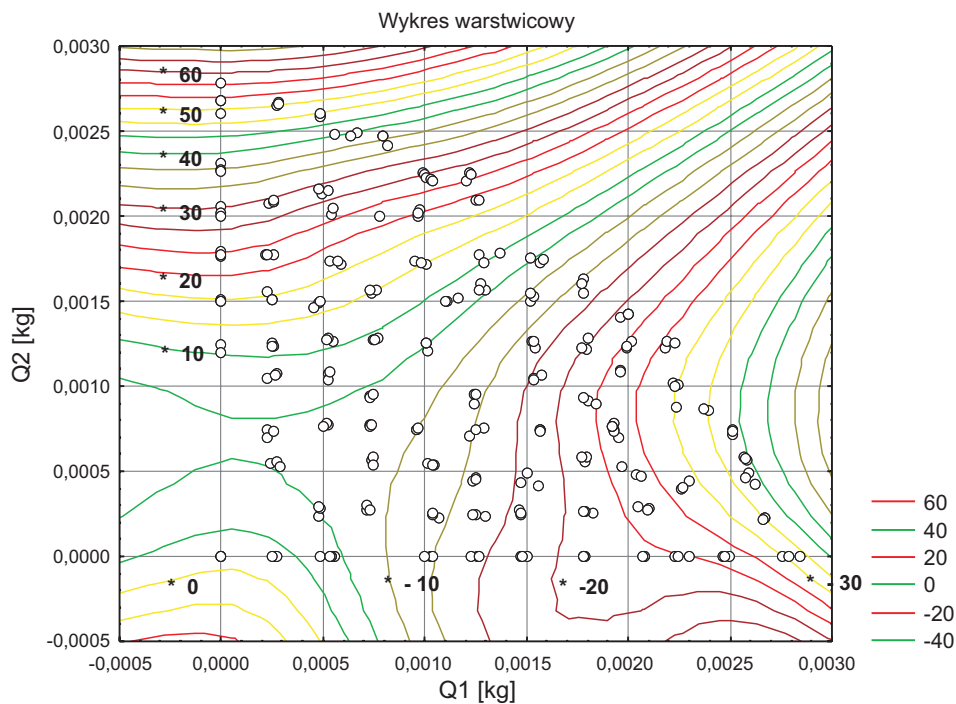
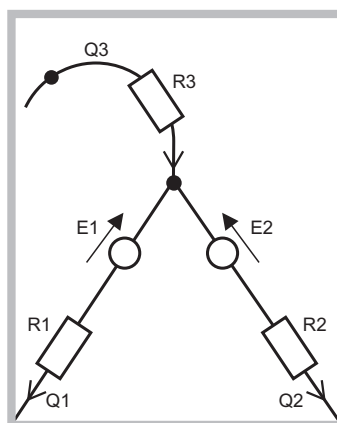
Wykres 3b. Wykres warstwiczny różnicy ciśnienia $\Delta P2$ pomiędzy środkiem rozgałęzienia a punktem pomiarowym na gałęzi Q1

Kolejne dwa wykresy [4a] i [4b] pokazują różnice ciśnienia występującą na przeciwnych ścianach rozgałęzienia w płaszczyźnie przewodów odpływowych.

Jak łatwo zauważyć z analizy zamieszczonych wykresów różnice ciśnień w gałęziach odpływowych są funkcją obydwu strumieni Q1 i Q2. Powoduje to utrudnienie obliczeń rozptywu w sieciach. Wydaje się, że pewnym sposobem może być przedstawienie rozgałęzienia w postaci analogu elektrycznego pokazanego na rysunku (3).



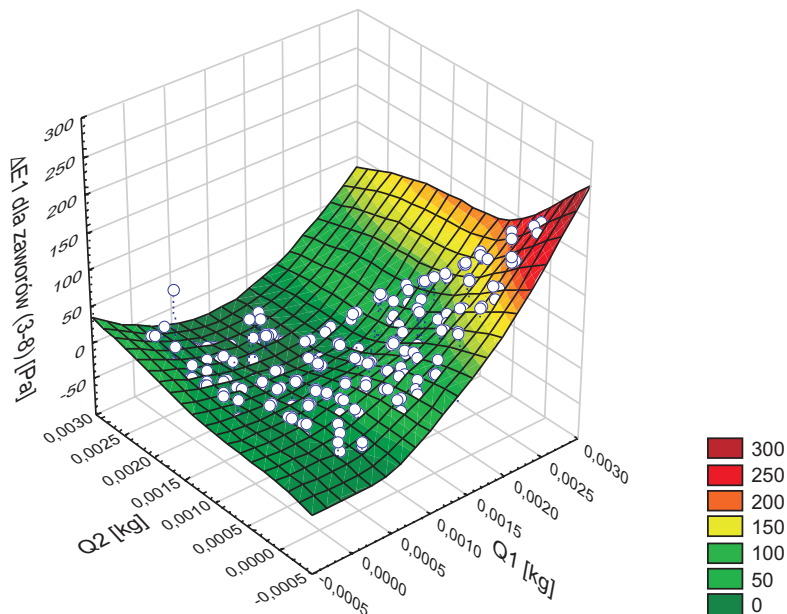
Wykres 4a. Wykres powierzchniowy pokazuje różnice ciśnienia $\Delta P4$ na przyłączach III i IV

Wykres 4b. Wykres warstwiczny różnicy ciśnienia ΔP_4 na przyłączach III i IV

Rys. 4. Analog elektryczny rozgałęzienia

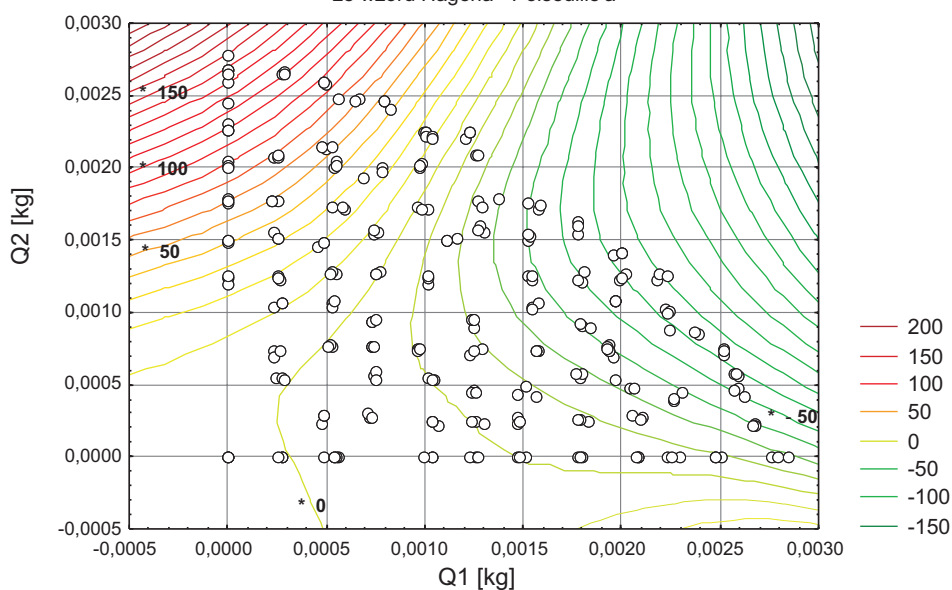
Źródła ciśnienia oznaczone są na rysunku okręgami ze strzałką ponad nimi. Wskazuje ona dodatni kierunek ciśnienia wyznaczono przez odjęcie od zmierzonej różnicy ciśnień wielkości wyliczonych ze wzoru Hagen-Poiseuille'a.

WYKRES PRZESTRZENNY DLA E1



Wykres 5a. Wykres powierzchniowy różnicy ciśnienia E1

WYKRES WARSTWICOWY dla różnicy pomiędzy ciśnieniem zarejestrowanym z pomiarów a wyliczonym ze wzoru Hagen - Poiseuille'a

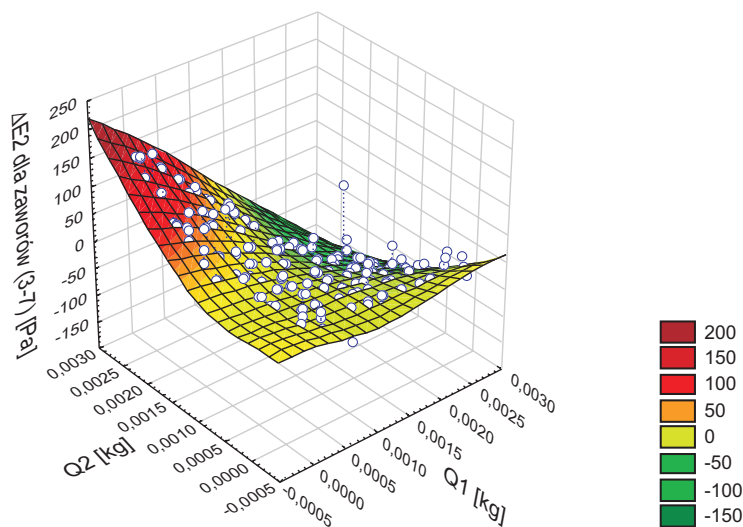


Wykres 5b. Wykres warstwiczny różnicy ciśnienia E1

Wnioski

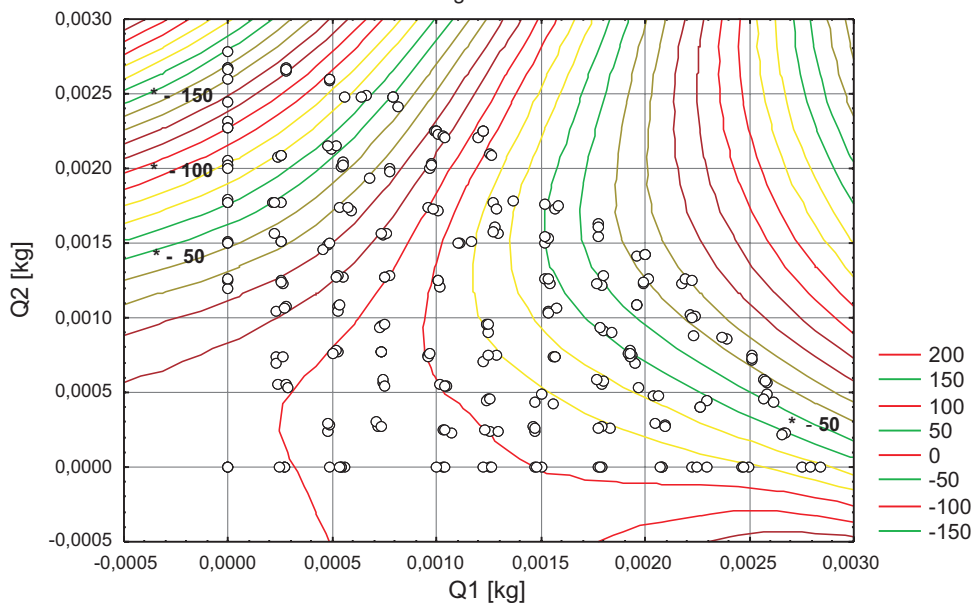
Ważnym praktycznym wnioskiem z przeprowadzonego eksperymentu jest unikanie stosowania przelewów przy eksperymentach z przepływami. Taki wniosek wyciągnięto z analizy zmienności mierzonych strumieni i różnic ciśnień przy ustalonych poziomach przelewów. Doskonale widać zmienność strumieni na wykresach warstwicznych jako małe chmurki punktów wokół zadanych wartości. Zaobserwowana została również dodatnia korelacja wielkości strumieni z poziomem cieczy w górnym zbiorniku. Analiza rozrzutu

WYKRES PRZESTRZENNY różnicy pomiędzy ciśnieniami zmierzonymi i wyliczonymi ze wzoru Hagen-Poiseuille'a



Wykres 6a. Wykres przestrzenny różnicy ciśnienia E2

WYKRES WARSTWICOWY różnicy pomiędzy ciśnieniami zmierzonymi i wyliczonymi ze wzoru Hagen-Poiseuille'a



Wykres 6b. Wykres warstwiczny różnicy ciśnienia E2

różnic ciśnień na wykresach jest trudniejsza. Najwyraźniej to widać na rysunku (4a). Jedyńm powodem tak dużych wahań może być zmienność chwilowych przepływów, które mogą wzbudzać drgania przenoszone na stanowisko z otoczenia. Niewielkie amplitudy tych drgań mogą być wzmocnione przez rezonanse jakie występują w takim układzie. Amplitudy tych drgań mogą być zbyt małe do obserwacji przez eksperymentatora ale siły występujące w długich przewodach związane z przyspieszeniami mogą być już znaczne. Siłą

podtrzymującą drgania po ich wzbudzeniu jest grawitacja. Siłami tłumiącymi są opory ruchu. Przy dużych średnicach przewodów są one niewielkie. Taki przypadek zachodzi pomiędzy górnym zbiornikiem i górnym przelewem oraz pomiędzy przelewami dolnymi. W układzie występują cztery swobodne powierzchnie wody (w górnym zbiorniku, w górnym przelewie oraz w obu przelewach dolnych) a w rozgałęzieniu zachodzą zjawiska nieliniowe. Z tego względu obraz zjawisk rezonansowych może być nadzwyczaj skomplikowany. Wydaje się, że właściwym rozwiązaniem jest zastosowanie dwu pomp. Jedna z pomp może tłoczyć płyn do przewodu dopływowego a druga ssać z jednego z przewodów odpływowych. W takim przypadku zostaje tylko jedna powierzchnia swobodna. I możliwe są tylko rezonanse wysokoczęstotliwościowe związane z rozchodzeniem się fal w przewodach.

Maksymalne wartości ciśnień zmierzone w odgałęzieniach odpływowych są około 2.2 razy większe od wartości wyliczonych ze wzoru Hagen-Poiseuille'a. Wynika z tego ważny wniosek, że gdy odcinki przewodów pomiędzy węzłami nie są bardzo długie w stosunku do swoich średnic, to przy obliczeniach rozptyłów w sieciach, nie można pomijać zjawisk związanych ze stratami energii i zmianami pędów w węzłach. Na podstawie tego jednego eksperymentu trudno orzec, czy w każdym przypadku w gałęzi dopływowej do obliczania różnicy ciśnień można uwzględniać tylko strumień przez nią przepływający.

Literatura

1. Cieśliski K., Lasowska A., 1999: *Nonlinearity of hydraulic resistance within the homogenized flow regime*. Drittes Deutsch-Polnische Seminar Innovation und Fortschritt in der Fluidtechnik, Zakopane 16-17 September 1999.
2. Cieśliski K., Lasowska A., Smolarski A.Z., 2000a: *Pressure-Flow Relation of Arterial Segments of Variable Geometry*, Pol. J. Med. Phys. Eng., 6, 55-67.
3. Cieśliski K., Lasowska A., Smolarski A.Z., 2000b: *The influence of channel tortuosity on hydraulic resistance*, Bul. Pol. Acad. S: Earth Sc., 48, 161-173.

Laboratory experiments with fluid flow for junction with spiral inflow

Abstract

In describing the fluid flow in junction pipes, it is generally assumed that the pressure in the region where branching takes place is constant. The above assumption is not valid, however, because at the junction momentum of the flow undergoes change due to forces acting upon the fluid. The experiments conducted in this study investigate the pressure distribution in the initial segments of the junction for laminar flow situation. The experiments were conducted with different outflow pressures prescribed in each of the two branches, thus establishing a pressure differential.

The inflow branch in the investigated junction geometry was a circular arc. Distilled water was used as the working fluid in these experiments. Gravity feed method was used to drive the flow. The flow rates in the apparatus were controlled by regulating the height difference between the inflow reservoir and outflow port. The relative flow rates in the two outflow branches were controlled by adjusting the outflow height of each branch.

Keywords: fluid mechanics, flow ramification

Recenzent: Prof. dr hab. inż. *Andrzej Z. Smolarski*, Instytut Mechaniki Górotworu PAN