

Teoretyczne, aparaturowe i programowe ograniczenia pracy anemometru z falą cieplną

JAN KIELBASA

Instytut Mechaniki Górotworu PAN, ul. Reymonta 27; 30-059 Kraków

Streszczenie

W pracy analizuje się zakres stosowalności opisu teoretycznego pracy anemometru z falą cieplną oraz ograniczenia wynikające z zastosowanych rozwiązań aparaturowych. Opis teoretyczny wynikający z rozwiązania równania przewodnictwa cieplnego daje się przy spełnieniu warunków podanych w pracy [1] zapisać w prostej iloczynowej postaci, w której łatwo jest wydzielić amplitudę i fazę fali temperaturowej. Znając teoretyczny rozkład fazy w funkcji odległości od źródła można podać formułę pozwalającą na wyznaczenie prędkości przepływu.

Metoda fal cieplnych może być łatwo wykorzystana do wzorcowania sond termooanemometrycznych w zakresie bardzo wolnych przepływów.

Słowa kluczowe: anemometr, anemometr z falą cieplną

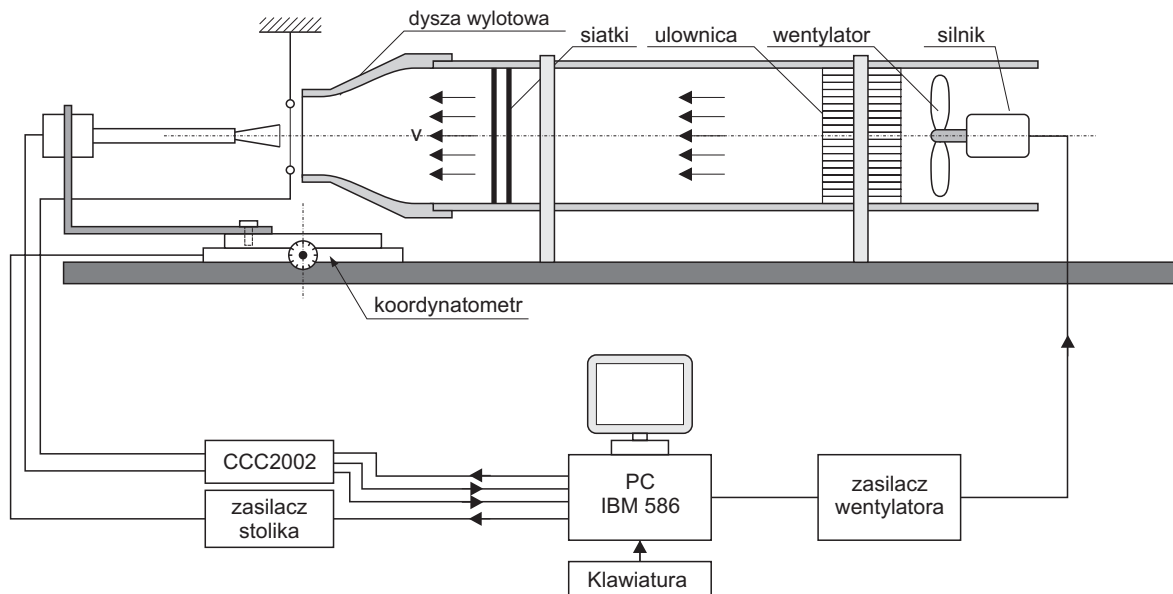
Ważniejsze oznaczenia

- b – nachylenie w liniowym rozkładzie fazy,
- f – częstotliwość generowanej fali,
- r – odległość punktu, w którym mierzymy temperaturę, od źródła,
- r_0 – promień grzanego włókna,
- v – prędkość przepływu gazu,
- v_T – prędkość fali temperaturowej,
- ε – względna niedokładność pomiaru prędkości,
- κ – współczynnik dyfuzji cieplnej płynącego medium,
- τ – czas przelotu fali temperaturowej na drodze Δl ,
- ω – częstość kątowna fali temperaturowej.

1. Wprowadzenie

Wstępne prace teoretyczne na temat wykorzystania metrologicznego fal cieplnych powstały w Instytucie Mechaniki Górotworu PAN w latach siedemdziesiątych. Wówczas w Pracowni Metrologii Przepływów autor i dr Józef Rysz przeprowadzili pod kierunkiem prof. dr. hab. inż. Andrzeja Smolarskiego podstawowe badania eksperymentalne potwierdzające teoretyczne przewidywania. Duże zainteresowanie anemometrami do bardzo powolnych przepływów sprawiło, że wrócono do idei budowy stanowiska do wzorcowania anemometrów cieplnych w zakresie małych prędkości. Schemat blokowy stanowiska przedstawia Rys. 1.

Tunel aerodynamiczny zasila wentylator, którego silnik sterowany jest z komputera poprzez falownik. Powietrze z wentylatora przechodzi przez „plaster miodu” a następnie przez baterię odpowiednio dobranych siatek uspokajających płynący strumień. Na końcu tunelu jest konfuzor. Wewnątrz tunelu zamontowana jest diafragma pozwalająca zmniejszyć prędkość przepływu około 3.3 razy. Zakres uzyskiwanych prędkości powietrza zawiera się w granicach od 2 m/s do 30 m/s.



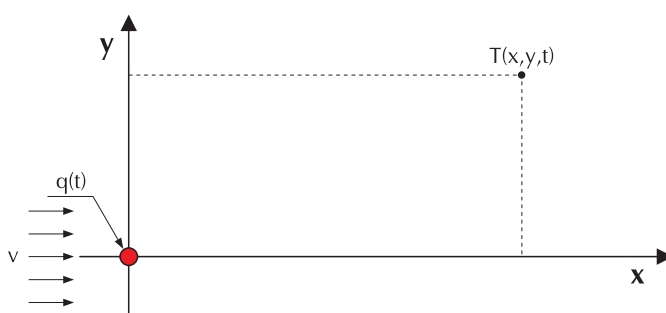
Rys. 1. Schemat blokowy stanowiska pomiarowego

Z ramą tunelu powiązany jest sterowany komputerowo stolik koordynatometryczny pozwalający przesuwając zamontowaną na nim sondę termooanemometryczną w zakresie 80 mm na 150 mm z krokiem 0.001 mm.

Sondy termooanemometryczne (do czterech sztuk) obsługuje czterokanałowy układ anemometryczny sterowany także poprzez komputer. Całość nadzoruje komputer IBM 584 z odpowiednim programem.

2. Zarys teorii pomiaru

W teorii rozpatrywano propagacją zmiennego sygnału cieplnego generowanego przez nieskończenie długi drut, którego temperatura zmienia się sinusoidalnie, opływany przez prostopadły strumień o ustalonej prędkości (Rys. 2).



Rys. 2. Liniowe źródło ciepła opływane przez medium

Równanie opisujące takie zagadnienie ma postać [1]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial x} = \kappa \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \frac{Q_0}{\rho c} \delta(x) \delta(y) \exp(i\omega t) \quad (1)$$

z warunkiem początkowym

$$T(x, y, 0) = 0 \quad (2)$$

i brzegowym

$$\lim_{r \rightarrow \infty} T(x, y, t) = 0 \quad \text{gdzie} \quad r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (3)$$

Rozwiązanie tego równania konstruuje się za pomocą funkcji Greena. Ma ono kształt:

$$T(x, y, t) = \int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} q(\xi, \eta, \tau) \psi(\xi, \eta; x, y; \tau; t) d\xi d\eta d\tau \quad (4)$$

Symbol $\psi(\dots)$ oznacza tutaj funkcję Greena, która w zagadnieniu dwuwymiarowym wyraża się następująco:

$$\psi(\xi, \eta; x, y; \tau; t) = \frac{1}{4\pi\kappa(t-\tau)} \exp\left[-\frac{[x-\xi-v(t-\tau)]^2 + (y-\eta)^2}{4\kappa(t-\tau)}\right]. \quad (5)$$

Gdy wykorzystamy się przy całkowaniu własności funkcji Diraca, że

$$\int_{-\infty}^{\infty} F(z-z_0) dz = F(z_0) \quad (6)$$

dostaje się

$$T(x, y, t) = \frac{Q_0}{4c\pi\rho\kappa} \exp\left(\frac{vx}{2\kappa} - i\omega t\right) \int_0^t \frac{1}{\tau} \exp\left[-(i\omega\tau + \frac{r^2}{4\kappa\tau} + \frac{v^2\tau}{4\kappa})\right] d\tau \quad (7)$$

Zauważmy, że słuszna jest relacja

$$\begin{aligned} T(x, y, t) &= \frac{Q_0}{4c\pi\rho\kappa} \exp\left(\frac{vx}{2\kappa} - i\omega t\right) \left[\int_0^{\infty} \dots d\tau - \int_t^{\infty} \dots d\tau \right] = \\ &= \frac{Q_0}{4c\pi\rho\kappa} \exp\left(\frac{vx}{2\kappa} - i\omega t\right) [T_1(x, y) + T_2(x, y; t)] = \\ &= \frac{Q_0}{4c\pi\rho\kappa} \exp\left(\frac{vx}{2\kappa} - i\omega t\right) T_1(x, y) \left[1 + \frac{T_2(x, y; t)}{T_1(x, y)} \right] \end{aligned} \quad (8)$$

Ze wzoru (8) widzimy, że funkcja $T_1(x, y)$ nie zależy od czasu, a więc o rozkładzie temperatury $T(x, y; t)$ będzie decydowała wartość funkcji $T_2(x, y; t)$.

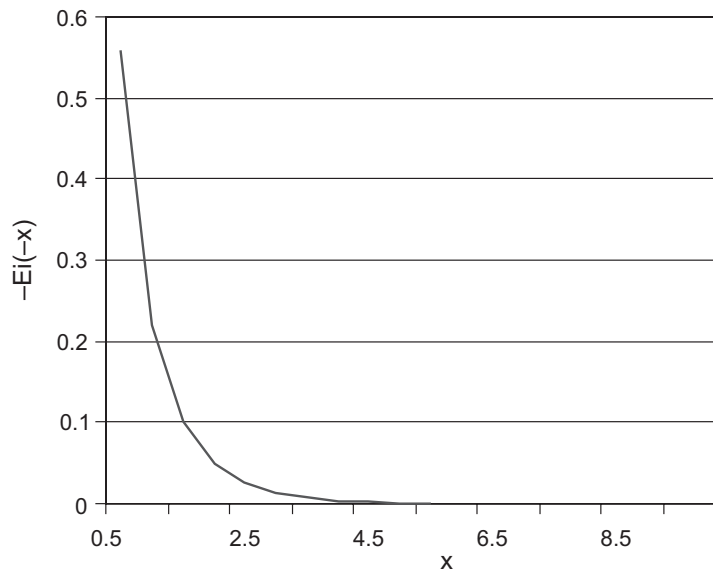
Wiadomo jednak, że

$$\begin{aligned} T_2(x, y, t) &= \left| \int_t^{\infty} \frac{1}{\tau} \exp\left[-(i\omega\tau + \frac{r^2}{4\kappa\tau} + \frac{v^2\tau}{4\kappa})\right] d\tau \right| \\ &\leq \int_t^{\infty} \frac{1}{\tau} \exp\left[-(i\omega\tau + \frac{r^2}{4\kappa\tau} + \frac{v^2\tau}{4\kappa})\right] d\tau \\ &\leq \int_t^{\infty} \frac{1}{\tau} |\exp[-(i\omega\tau)]| \exp\left[-(\frac{r^2}{4\kappa\tau} + \frac{v^2\tau}{4\kappa})\right] d\tau \\ &\leq \int_t^{\infty} \frac{1}{\tau} \exp\left[-(\frac{r^2}{4\kappa\tau} + \frac{v^2\tau}{4\kappa})\right] d\tau \\ &\leq \int_t^{\infty} \frac{1}{\tau} \exp\left[-\frac{v^2\tau}{4\kappa}\right] d\tau = -Ei\left(-\frac{v^2 t}{4\kappa}\right) \rightarrow \frac{\exp(-\frac{v^2 t}{4\kappa})}{\frac{v^2 t}{4\kappa}} \end{aligned} \quad (9)$$

Asymptotyczne zachowanie funkcji $-Ei(-x)$ określa zależność [5]:

$$-Ei(-x) \approx e^{-x} \left[\frac{1}{x} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{x^{n+1}} \right] \rightarrow 0 \quad (10)$$

Funkcja $Ei(-x)$ jest stabelaryzowana. Rysunek 3 przedstawia graficznie jej przebieg w tym zakresie.



Rys. 3. Funkcja $Ei(-x)$

Pamiętając, że

$$x = \frac{v^2 t}{4\kappa} \quad (11)$$

możemy wyznaczyć czas t_{\min} jaki musi upłynąć od załączenia źródła $Q(t)$ aby wpływ warunku początkowego był do zanedbania.

3. Ograniczenia wynikające z teorii

Z rozważań teoretycznych dotyczących propagacji fal cieplnych wynika, że:

1. Aby uformowała się fala cieplna musi upłynąć pewien czas od momentu załączenia źródła, który wynosi

$$t \gg \frac{30\kappa}{v^2} \quad (12)$$

gdzie:

- κ – współczynnik dyfuzji cieplnej płynącego medium;
- v – prędkość medium.

Wartość czasu wylicza się wg wzoru (12). Szacunkowo winno się odczekać ok. 10 okresów fali.

2. Jeżeli fala ma pokonać dystans l_0 , to też potrzebny jest na to czas. Zatem jeśli by rozpocząć pomiary natychmiast po załączeniu źródła to nastąpi „zagubienie” początkowego przebiegu fal.
3. Jeżeli fala nie jest generowana ciągle, a tylko w postaci pęczków zawierających kilka czy kilkanaście okresów to przy jej pomiarze ostatnie okresy fali będą się „rozmywać” w wyniku dyfuzji molekularnej.

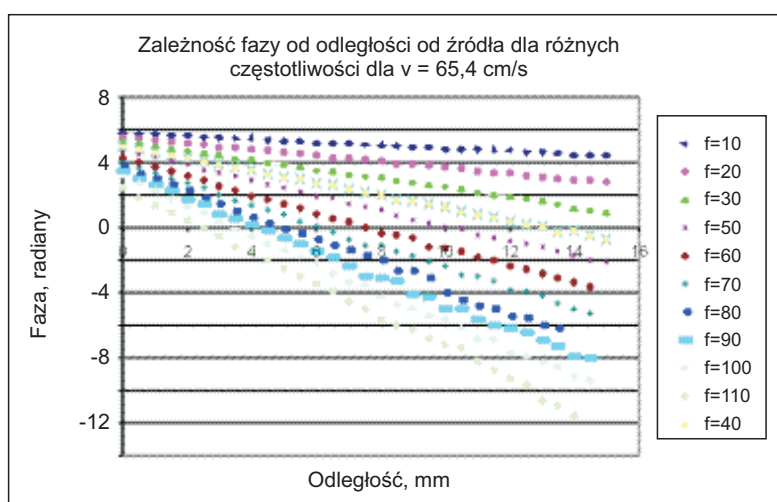
4. Przy wyznaczaniu prędkości przepływu medium korzysta się z liniowego rozkładu fazy fali temperaturowej. Ale taki zachodzi tylko przy spełnieniu poniższego kryterium [1], że

$$r_0 = \frac{\kappa}{4\varepsilon^4 \sqrt{v^4 + (4\kappa\omega)^2}} \quad (13)$$

gdzie:

- r_0 – odległość od źródła fali po przekroczeniu której, rozkład fazy jest liniowy z błędem nie przekraczającym ε ;
- ω – częstość fali;
- κ i v – jak wyżej.

Przykład rzeczywistego rozkładu fazy za nadajnikiem przedstawia Rys. 4.



Rys. 4. Rozkład fazy za grzanym włóknem w funkcji odległości od źródła fali dla różnych częstotliwości fali.

5. Wyliczona z rozkładu fazy prędkość jest prędkością v_T fali cieplnej a nie prędkością medium v . Obie prędkości wiąże zależność

$$v = v_T \sqrt{1 - \frac{4\kappa^2 \pi^2 f^2}{v_T^4}} \quad (14)$$

gdzie f jest częstotliwością fali.

Ze wzoru (2) widać, że jeśli

$$v_T \gg \sqrt{2\pi\kappa f} \quad (15)$$

to można przyjąć, że

$$v = v_T. \quad (16)$$

Dla powietrza wartość pierwiastka we wzorze (15) wynosi 3.36 cm/s dla $f=10$ Hz i 10.63 cm/s dla $f=100$ Hz. Jeśli v_T czterokrotnie przekracza wartość pierwiastka we wzorze (15) to można przyjąć, że $v = v_T$.

4. Ograniczenia aparaturowe

Czterokanałowy anemometr CCC2002, na bazie którego pracuje anemometr z falą cieplną ma określone warunki techniczne, z których najważniejsze podano w tabeli 1 poniżej.

Tab. 1. Dane techniczne dla każdego toru anemometru CCC2002

Zakres rezystancji czujników „na gorąco”	do 20 W
Prąd zasilania czujników	do 200 mA
Napięcie wyjściowe	do 10 V
Pasma przenoszenia	50 Hz

Zakres dopuszczalnych rezystancji czujników ogranicza nie tylko długości włókien stosowanych na nadajniki ale także ich średnicę. Wiemy, że rezystancja włókna R_0 związana jest z jego długością l i powierzchnią przekroju S , a więc i średnicą włókna d wzorem

$$R_0 = \rho_0 \frac{l}{S} = \rho_0 \frac{4l}{\pi d^2} \quad (17)$$

gdzie ρ_0 oznacza rezystancję właściwą materiału włókna w temperaturze odniesienia T_0 .

Z drugiej strony średnica włókna determinuje prąd I konieczny do zasilania włókna aby ten uzyskał współczynnik nagrzania N . Zależność wiążąca prąd zasilania I ze współczynnikiem nagrzania jest podana w pracy [4] i ma ona postać

$$I = \sqrt{\frac{\alpha}{\gamma R_0} \left(1 - \frac{1}{N}\right)} \quad (18)$$

gdzie:

- α – oznacza współczynnik przejmowania ciepła dla włókna czujnika;
- γ – współczynnik temperaturowy rezystancji dla materiału włókna,

$$N = \frac{R_w}{R_g} \quad (19)$$

gdzie:

- R_w – rezystancja nagrzanego włókna;
- R_g – rezystancja włókna w temperaturze napływającego medium.

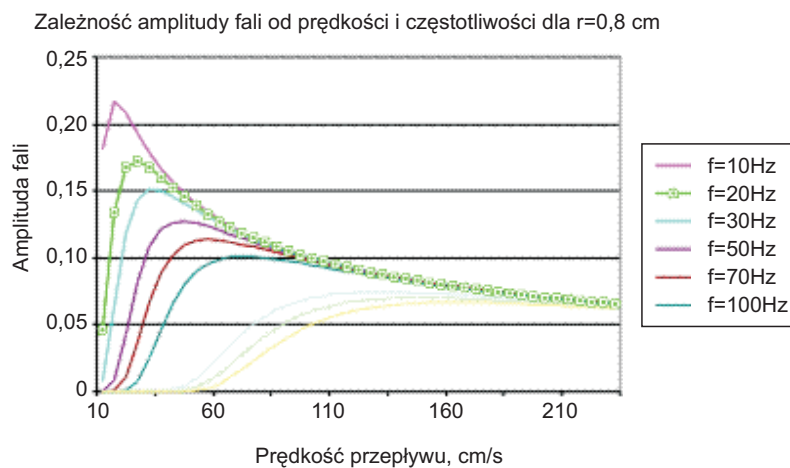
Z równań (18) i (19) musimy tak dobrać wielkości l , d i N aby nie przekroczyć dopuszczalnej rezystancji pracy włókna i dopuszczalnego prądu zasilania. Nieznanym parametrem w równaniu (18) jest współczynnik α , który musi się wyznaczyć eksperymentalnie. Sposób jego pomiaru podaje cytowana wyżej praca [4].

5. Ograniczenia programowe

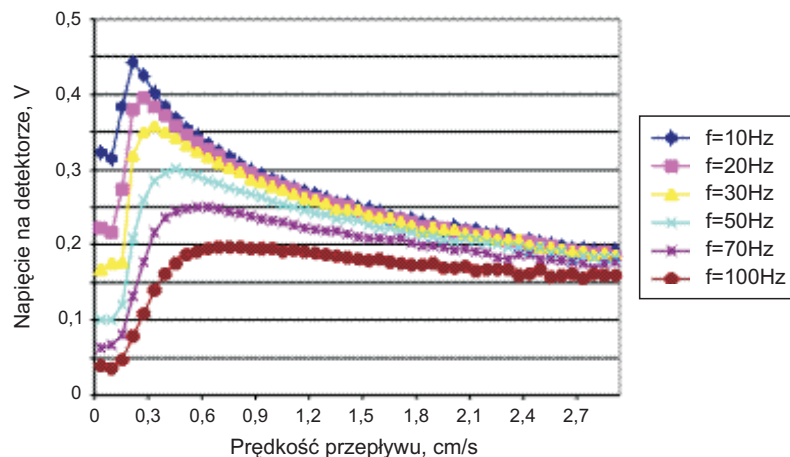
Pracą całego systemu pomiarowego steruje komputer wyposażony w odpowiedni program oraz przetworniki analogowo-cyfrowe i cyfrowo-analogowe. Zadania jakie realizuje są następujące:

1. Ustalać przed każdym pomiarem warunki eksperymentu.
2. Po każdej zmianie współczynnika nagrzania następuje pomiar napięć na detektorach temperatury i zapisywanie pomierzonych wartości na dysku.

Po wygenerowaniu zadanych okresów fali i zmierzeniu napięć na detektorach następuje rozkład tych danych w szereg Fouriera i zapis na twardym dysku uzyskanych współczynników rozkładu. Na rysunku 5 przedstawiono teoretyczne wartości amplitudy fali w miejscu odległym o r_0 od nadajnika, gdzie amplitudę fali przyjęto równą jedności. Na Rys. 6 pokazano pomierzone wartości amplitud napięć proporcjonalnych do amplitud temperatury w miejscu pomiaru. Widzimy jakościową zbieżność przedstawionych rozkładów.



Rys. 5. Teoretyczna zależność amplitudy fali w punkcie pomiarowym jako funkcja prędkości przepływu dla różnych częstotliwości



Rys. 6. Rzeczywisty rozkład amplitudy fali w punkcie pomiarowym jako funkcja prędkości przepływu dla różnych częstotliwości

3. Program umożliwia sterowanie obrotami wentylatora tunelu aerodynamicznego oraz stolikiem w płaszczyźnie poziomej x - y .
4. Prędkość przepływu medium wyznaczyć można dwiema metodami:
 - a) Jeśli wyznaczamy prędkość z zależności liniowego rozkładu fazy jako funkcji odległości od źródła fali, to korzysta się z formuły

$$\phi(x) = a + bx \quad (20)$$

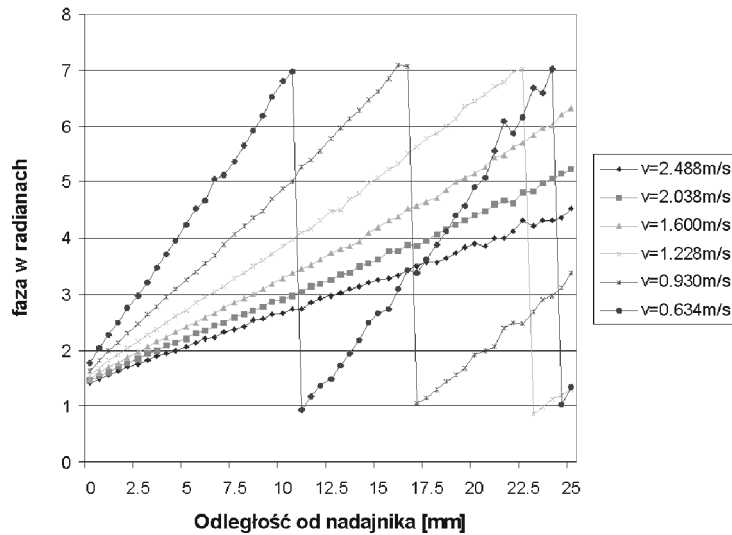
Stąd

$$\frac{d\phi}{dx} = b \quad (21)$$

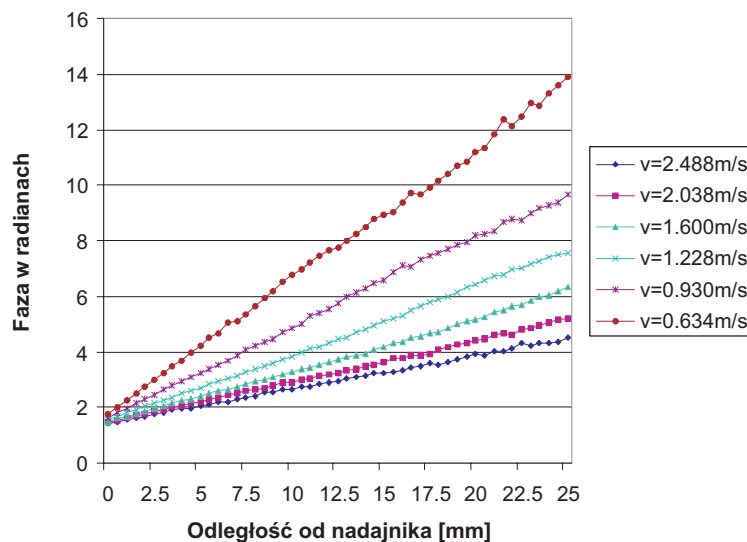
a prędkość fali wyraża wzór

$$v_T = \frac{2\pi f}{b} \quad (22)$$

Metoda ta wymaga jednego detektora fali, który się liniowo przemieszcza. Nadaje się tylko do pomiaru przepływów stacjonarnych. Przy pomiarze fazy należy zwracać uwagę na skoki fazy związane z okresem 2π i właściwie je korygować. Sytuacje te ilustrują Rys. 7 i Rys. 8.



Rys. 7. Rozkład fazy za grzanym włóknem w funkcji odległości od źródła fali dla różnych częstotliwości fali, widać skoki fazy



Rys. 8. Skorygowany rozkład fazy za grzanym włóknem w funkcji odległości od źródła fali dla różnych częstotliwości fali

- b) W drugiej metodzie używa się czujnika trójwłóknowego: nadajnik i dwa detektory. Odległości pomiędzy włóknami są znane. Mierzy się przesunięcie fazowe $\Delta\phi$ pomiędzy pierwszym a drugim detektorem. Ponieważ przesunięcie fazowe $\Delta\phi$ wiąże się z czasem przelotu fali wzorem

$$\Delta\phi = 2\pi f\tau \quad (23)$$

a ponieważ

$$\tau = \frac{l_2 - l_1}{v_T} \quad (24)$$

stąd

$$v_1 = 2\pi f \frac{l_2 - l_1}{\Delta\phi} = 2\pi f \frac{\Delta l}{\Delta\phi} \quad (25)$$

gdzie:

$\Delta\phi$ – oznacza opóźnienie fazowe fali na drodze między detektorami;

l_1 i l_2 – kolejno odległość pomiędzy nadajnikiem i pierwszym lub drugim detektorem;

τ – czas przelotu fali między pierwszym a drugim detektorem;

f – częstotliwość fali;

v_T – prędkość fali temperaturowej, którą wobec uwagi na stronie 5 możemy uznać za prędkość przepływu medium.

Jeśli na drodze $\Delta l = l_2 - l_1$ przesunięcie fazowe $\Delta\phi$ przekroczy wartość 2π wówczas powstaje błąd wyznaczenia prędkości. Sytuację taką uzyskaną w trakcie badań eksperymentalnych przedstawia praca [3].

6. Podsumowanie

Dyskusja w/w ograniczeń i rezultaty badań eksperymentalnych, których wyniki prezentuje praca [3] w pełni potwierdzają możliwość wykorzystania fal cieplnych do pomiaru prędkości przepływu medium.

Należy jednak podkreślić, że czujnik mierzy prędkość, jaka istnieje na odcinku nadajnik – pierwszy detektor lub pierwszy detektor temperatury – drugi detektor. Wydaje się, że pewną rolę odgrywa tu wpływ śladu aerodynamicznego jaki tworzy nagrzane włókno wytwarzające falę temperaturową. Winno to być przedmiotem dalszych badań.

Literatura

- [1] Kielbasa J., 2004: *Fale cieplne w przepływie ustalonym. Warunki ich wykorzystania do pomiaru prędkości przepływu ustalonego*, Archiwum Górnictwa (w druku).
- [2] Ligęza P., 2003: *Sterowany komputerowo wielokanałowy termoanemometryczny system pomiarowy pracujący w oparciu o koncepcję sterowanego układu stalotemperaturowego*, Prace Instytutu Mechaniki Górotworu, t. 5, nr 2, 237-244.
- [3] Kielbasa J., Ligęza P., Poleszczyk E., Rachalski A., 2004: *Eksperymentalna weryfikacja wielokanałowego termoanemometrycznego systemu pomiarowego jako anemometru z falą cieplną* (w tym numerze).
- [4] Kielbasa J., 2003: *Kilka uwag n/t anemometrów z grzanym włóknem*, Mechanizacja i Automatyzacja Górnictwa, 6/389, 24-30.
- [5] Gradsztejn I.S., Ryzhik I.M., 1962: *Tablicy integralow, summ, riadov i proizvedenij*, Gosudarstvennoe izdatelstvo fizyko-matematicheskoy literatury, Moskva, p. 354, nr 3, 471, 9.

Theoretical, instrumental and computational restrictions of thermal wave anemometer operation

Abstract

In this article an analysis of thermal wave anemometer restrictions due to theory and applied apparatus was presented. Theoretical discussion is based on solution of heat conduction equation applied to linear periodic heat source flowed by medium. On described in work [1] certain conditions a phase and amplitude of thermal wave can be easily derived. Calculated spatial phase distribution leads to formula of flow velocity. Thermal waves method can be used to calibration of thermoanemometric probes in very low flows.

Keywords: anemometer, thermal wave anemometer, thermal waves in low flow measurements

Recenzent: Prof. dr hab. inż. *Andrzej Z. Smolarski*, Instytut Mechaniki Górotworu PAN