Możliwość zastosowania wybranych wersji modelu Druckera-Pragera do opisu właściwości plastycznych soli kamiennej

JACEK SOBCZYK

Instytut Mechaniki Górotworu PAN, ul. Reymonta 27; 30-059 Kraków

Streszczenie

W pracy zaprezentowano próbę wykorzystania wybranych wersji modelu Druckera-Pragera do opisu zachowań plastycznych soli kamiennej. Do opisu zachowań sprężystych wykorzystano liniowe prawo Hooka, a do opisu zachowań lepkich – prawo potęgowe (Nortona) z umocnieniem czasowym. Analizę wykonano w oparciu o dane z typowych testów laboratoryjnych: wytrzymałości doraźnej, pełzania i relaksacji. Uzyskane wyniki wskazują, że rozszerzony model Druckera-Pragera dość dobrze opisuje zachowanie plastyczne soli kamiennej, przejawiające się w takich testach.

Slowa kluczowe: sól kamienna, prawo potęgowe, model Druckera-Pragera, matematyczne modelowanie, metoda elementów skończonych

1. Wstęp

Sól kamienna – kiedyś cenniejsza niż złoto, dziś jest po prostu kopaliną użyteczną. Wykorzystywana jest w wielu gałęziach przemysłu – począwszy od chemicznego, a skończywszy na spożywczym. Wielowiekowa tradycja wydobycia soli kamiennej sugeruje, że technologia eksploatacji kopalń powinna być już dokładnie poznana i opanowana. Okazuje się jednak, że o ile dość "rutynowym" zabiegiem jest sam proces urobku i wydobycia, to wpływ tych czynności na górotwór kryje jeszcze wiele tajemnic. Poważne wyzwanie stawia również coraz bardziej aktualny problem składowania w kawernach solnych odpadów radioaktywnych oraz ciekłych węglowodorów. Dlatego kontynuuje się badania właściwości soli kamiennej i poszukuje jej prawa materiałowego, aby móc poprawnie opisywać jej zachowanie.

Różne ośrodki badawcze propagują stosowanie różnych sposobów opisu zachowania soli kamiennej tak in situ, jak i w laboratorium. Większość badaczy przyznaje, że materiał ten trudno poddaje się opisowi matematycznemu [1]. Uzasadnienie tego stwierdzenia jest złożone [2] – sól kamienna:

- a) jest materiałem dość zróżnicowanym ze względu na domieszki i wtrącenia; mogą to być inne sole, np. potasowe, magnezowe, ale również iły, piaski, kalcyt itp.;
- b) wykazuje właściwości reologiczne, które różnią się nie tylko dla poszczególnych jej gatunków, ale również w obrębie tego samego gatunku;
- c) jest materiałem kłopotliwym w badaniach laboratoryjnych, chociażby ze względu na fakt, iż ulega dużym odkształceniom, o jeden lub dwa rzędy wielkości większym, niż większość standardowo badanych skał.

Dzięki rozwojowi metod numerycznych oraz wzrostowi mocy obliczeniowej komputerów pod koniec ubiegłego wieku, łatwiejsza stała się analiza wielu zagadnień geomechanicznych, a w szczególności określanie naprężeń wewnątrz badanych materiałów. Narzędzia te dostarczyły badaczom soli kamiennej nowych możliwości weryfikacji rozważań teoretycznych. Powstały tak złożone modele, jak SUVIC_{sh}, który zawiera elementy teorii ewolucji tzw. zmiennych stanu [3].

Jacek Sobczyk

Do niedawna większość rozważań matematycznych dotyczących określenia prawa materiałowego soli kamiennej prowadzono przy założeniu jej nieściśliwości. Takie też założenie przyjęto w niniejszej pracy. Od kilku lat rozwijane są również modele matematyczne, które uwzględniają zmiany objętości soli kamiennej w trakcie procesów geomechanicznych.

Obecnie przyjmuje się, że aby opisać zachowanie soli kamiennej, konieczne jest uwzględnienie jej właściwości: sprężystych, plastycznych i lepkich – zgodnie z regułą (1).

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^{el} + d\varepsilon_{ij}^{pl} + d\varepsilon_{ij}^{cr}$$
⁽¹⁾

gdzie:

 $d\varepsilon_{ii}$ – całkowita zmiana składowych tensora odkształceń,

 $d\varepsilon_{ij}^{el}$ – zmiana składowych odkształcenia sprężystego,

 $d\varepsilon_{ij}^{pl}$ – zmiana składowych odkształcenia plastycznego,

 $d\varepsilon_{ii}^{cr}$ – zmiana składowych odkształcenia lepkiego.

Podanie jawnej postaci prawa (1) wiąże się z wyborem odpowiednich reguł opisujących poszczególne właściwości soli kamiennej. Do opisu odkształceń sprężystych zastosowano w niniejszej pracy liniowe prawo Hooka (H):

$$\varepsilon_{ij}^{el} = \frac{1+v}{E} \sigma_{ij} - \frac{3v}{E} \sigma_m \delta_{ij}$$
(2)

gdzie:

 $\sigma_{ij} - \text{składowe tensora naprężeń,}$ $\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} - \text{naprężenie średnie,}$ v - współczynnik Poissona, E - moduł Younga, $\delta_{ij} = \begin{cases} 1 \Leftrightarrow i = j \\ 0 \Leftrightarrow i \neq j \end{cases} - \text{delta Kroneckera.}$

Do opisu odkształceń plastycznych wybrano dwie wersje modelu Druckera-Pragera [4], który wykorzystywany jest np. w mechanice gruntów:

1. Rozszerzony model Druckera-Pragera (D-P),

2. Zmodyfikowany model Druckera-Pragera z nakładką (D-P/C).

Ad. 1.

Liniowe kryterium plastyczności opisuje w modelu D-P funkcja:

$$f = t - p \, \tan\beta - d = 0 \tag{3}$$

gdzie:

$$t = \frac{1}{2}q \left[1 + \frac{1}{K} - \left(1 - \frac{1}{K}\right)\left(\frac{r}{q}\right)^{3}\right]$$
(4)

- p -ściskające naprężenie średnie,
- q zredukowane naprężenie wg hipotezy Hubera-Misesa-Hencky'ego,
- r trzeci niezmiennik dewiatora naprężeń,

d – kohezja,

- β kąt tarcia wewnętrznego,
- K stosunek naprężeń na granicach plastyczności: na ściskanie i rozciąganie.

$$G = t - p \tan \psi \tag{5}$$

gdzie:

 ψ – kąt dylatancji.

Potencjał płynięcia lepkiego G^{cr} opisuje funkcja:

$$G^{cr} = \sqrt{\left(0.1 \cdot \overline{\sigma}\big|_0 \tan \psi\right)^2 + q^2} - p \tan \psi \tag{6}$$

gdzie:

 $\overline{\sigma}|_{0}$ – początkowe naprężenie na granicy plastyczności (odczytane z tabeli umocnienia).

Ad. 2.

Powierzchnia plastyczności w modelu D-P/C składa się z trzech segmentów:

$$f = F_{\rm s} + F_t + F_c, \tag{7}$$

gdzie:

 F_s – fragment odpowiedzialny za ścinanie, opisany wzorem (3),

 F_c – część nakładkowa, opisana wzorem:

$$F_c = \sqrt{\left[p - p_a\right]^2 + \left[\frac{Rt}{\left(1 + \alpha - \alpha / \cos\beta\right)}\right]^2 - R\left(d + p_a \tan\beta\right)} = 0$$
(8)

 F_t – obszar przejścia, opisany wzorem:

$$F_t = \sqrt{\left[p - p_a\right]^2 + \left[t - \left(1 - \frac{\alpha}{\cos\beta}\right)\left(d + p_a \tan\beta\right)\right]^2 - \alpha\left(d + p_a \tan\beta\right) = 0$$
(9)

 p_a – parametr rozwoju części nakładkowej, którego ewolucja dana jest wzorem:

$$p_a = \frac{p_b - Rd}{\left(1 + R \tan\beta\right)} \tag{10}$$

 p_b – wartość ciśnienia na granicy plastyczności przy hydrostatycznym ściskaniu; zależy od niesprężystego odkształcenia objętościowego e^{in} (plastycznego e^{pl} i lepkiego e^{cr}):

$$p_b = p_b \left(e^{in} |_0 + e^{pl} + e^{cr} \right) \tag{11}$$

$$e^{in}|_0 = e^{pl}|_0 + e^{cr}|_0 \tag{12}$$

R – parametr sterujący kształtem nakładki,

 α – parametr sterujący obszarem przejścia.

Potencjał płynięcia plastycznego w obszarze naprężeń ścinających i w obszarze przejściowym G_s^{pl} opisuje funkcja:

$$G_s^{pl} = \sqrt{\left[\left(p_a - p\right) \cdot \operatorname{tg}\beta\right]^2 + \left[\frac{t}{\left(1 + \alpha - \alpha/\cos\beta\right)}\right]^2}$$
(13)

Potencjał płynięcia plastycznego w obszarze nakładki G_c opisuje funkcja:

$$G_c^{pl} = \sqrt{\left(p - p_a\right)^2 + \left[\frac{Rt}{\left(1 + \alpha - \alpha / \cos\beta\right)}\right]^2}$$
(14)

Potencjał płynięcia lepkiego G_s^{cr} gdy aktywny jest mechanizm kohezji opisuje funkcja:

$$G_s^{cr} = \sqrt{\left(0.1\frac{d}{1-\frac{1}{3}\tan\beta}\tan\beta\right)^2 + q^2} - p\,\tan\beta \tag{15}$$

Potencjał płynięcia lepkiego G_c^{cr} gdy aktywny jest mechanizm konsolidacji opisuje funkcja:

$$G_{c}^{cr} = \sqrt{(p - p_{a})^{2} + (Rq)^{2}}$$
(16)

Kryteria plastyczności: eksponentialne i hiperboliczne nie zostały wykorzystane w niniejszej pracy i dlatego nie zostały tu zaprezentowane. Szerszy opis modeli D-P i D-P/C można znaleźć np. w [13].

Związek pomiędzy regułą płynięcia a warunkiem plastyczności w modelach Druckera-Pragera przyjęto postaci:

$$d\varepsilon_{ij}^{pl} = \xi \frac{\partial G_{dp}^{pl}}{\partial \sigma_{ii}} \tag{17}$$

gdzie:

 ξ – współczynnik proporcjonalności,

 $G_{dp}^{\ \ pl}$ – potencjał płynięcia plastycznego: G^{pl} , $G_s^{\ pl}$ lub $G_c^{\ pl}$.

Formuła płynięcia lepkiego przyjmuje w tych modelach postać podobną do formuły płynięcia plastycznego:

$$d\varepsilon_{ij}^{cr} = \chi \frac{\partial G_{dp}^{cr}}{\partial \sigma_{ij}}$$
(18)

gdzie:

 χ – współczynnik proporcjonalności,

 G_{dp}^{cr} – potencjał płynięcia lepkiego: G^{cr} , G_s^{cr} lub G_c^{cr} .

Dla uzyskania kompletnego opisu mechanizmu pełzania lepkiego należy określić jeszcze prawo pełzania. Wielu autorów (np. [3, 5-7]) stwierdza, że mechanizm ten dobrze opisuje prawo potęgowe, zwane również prawem Nortona (N). W niniejszej pracy skorzystano z jednej z postaci tego prawa, tj. z umocnieniem czasowym [8]. W przypadku jednoosiowym oraz przy założeniu stałej temperatury, przyjmuje ono następującą formę:

$$\dot{\varepsilon}^{cr} = \frac{A}{t_0} \left(\frac{\sigma^{cr}}{\sigma_0}\right)^n \left(\frac{t}{t_0}\right)^m \tag{19}$$

gdzie:

 $\dot{\varepsilon}^{cr}$ – szybkość ekwiwalentnych odkształceń pełzania ε^{cr} ,

- σ^{cr} ekwiwalentne kohezyjne naprężenie pełzania (dla mechanizmu kohezji) lub efektywne ciśnienie pełzania (dla mechanizmu konsolidacji),
- σ_0 jednostka naprężenia,
- t całkowity czas,
- t_0 jednostka czasu,

A, n, m - parametry.

W praktyce inżynieryjnej często nie wyznacza się wszystkich właściwości soli kamiennej. Prace wydobywcze w kopalniach organizuje się tak, aby nie doszło do przekroczenia granicy wytrzymałości struktur nośnych, dlatego nie zachodzi potrzeba określania ich właściwości plastycznych. Bardzo istotne są natomiast właściwości sprężyste i lepkie. Właśnie za ich pomocą przewiduje się, jak nie dopuścić do przekroczenia tej granicy. Dlatego w niniejszej pracy wyróżniono dwa sposoby opisu zachowania soli kamiennej: spotykany najczęściej w ekspertyzach opis częściowy – sprężysto-lepki (HN) oraz pełny – sprężysto-lepko-plastyczny (HND-P lub HND-P/C).

Celem niniejszego opracowania było określenie, czy któryś z wybranych modeli: D-P lub/i D-P/C pozwala poprawnie opisać właściwości plastyczne soli kamiennej. Aby tego dokonać należało sprawdzić czy, a jeśli tak, to w jakim zakresie, stosując opis HND-P lub HND-P/C uzyskuje się lepszą zbieżność wyników teoretycznych z danymi laboratoryjnymi, w porównaniu z opisem częściowym – HN.

Dane eksperymentalne uzyskano z typowych testów laboratoryjnych na próbkach soli kamiennej pobranej z kopalni "Góra". Testy laboratoryjne reologiczne wykonane były przez OBR "Chemkop" [9], natomiast doraźne – w Pracowni Odkształceń Górotworu IMG PAN [10].

Praca ta ma charakter poglądowy i nie można traktować prezentowanych tu wyników ilościowych, jako statystycznie reprezentatywnych.

2. Testy laboratoryjne

Ekspertyzie laboratoryjnej w w/w ośrodkach poddano 4 gatunki soli kamiennej, różniące się między innymi: wielkością ziaren, kolorem oraz ilością i rodzajem domieszek. Na użytek niniejszego opracowania wybrano jeden z tych gatunków – sól białą i jasnoszarą, drobnoziarnistą, z nielicznymi laminatami piasku anhydrytowego, czystą, zwięzłą. Średnia jej gęstość wynosiła ok. 2.17 g/cm³, a zawartość części nierozpuszczalnych ok. 1.65%. Była ona dostarczona do laboratorium w postaci rdzeni wiertniczych o średnicy $\emptyset = 98-101$ mm. Tam wykonano z nich próbki o średnicach $\emptyset \approx 43$ oraz 56 mm i smukłości 2:1.

Testy z udziałem tej soli prowadzone były w warunkach jedno- i trójosiowego obciążenia. Ponieważ zależność zachowania soli kamiennej od temperatury oraz wilgotności wychodzi poza przyjęty tu zakres rozważań, stąd wszystko co zostanie niżej powiedziane, dotyczy doświadczeń w trójosiowym stanie obciążenia. Wynika to z faktu, iż w czasie testów jednoosiowych próbki nie były izolowane od warunków otoczenia, a więc ich temperatura i wilgotność wahały się. W przypadku pozostałych testów temperatura była zadawana i utrzymywana na stałym poziomie w ciągu całego czasu trwania eksperymentu. Warunek stałej wilgotności spełniony był przez samą specyfikę układu doświadczalnego, tzn. próbki znajdowały się w komorach trójosiowych.

Testy reologiczne składały się z dwóch etapów – procesu przykładania obciążeń oraz procesu pełzania / relaksacji. Testy doraźne wykonywano ze stałą szybkością deformacji podłużnej: $d\varepsilon_1/dt = 10^{-4}$. W tabeli 1 zebrano podstawowe informacje nt. przeprowadzonych testów reologicznych, w tabeli 2 – informacje dla testów doraźnych.

Pełzanie				
Próbka	σ_1 [MPa]	$\sigma_2 = \sigma_3 $ [MPa]	<i>T</i> [st. C]	
2/12	22.5	10	22	
2/13	20	10	30	
2/15	17.5	5/10	30	
Relaksacja				
2/14	30	10	22	
2/16	30	10	30	

Tab. 1. Zestawienie wartości obciążeń i temperatur dla trójosiowych testów pełzania i relaksacji. Oznaczenia: σ_1 – obciążenie normalne, $\sigma_2 = \sigma_3$ – obciążenie okólne, T – temperatura

Jak wynika z tabel 1 i 2 liczność testów nie była duża. Uniemożliwia to ilościową analizę otrzymanych wyników.

Próbka	$\sigma_2 = \sigma_3$ [MPa]
2/6	
2/7	5
2/10	
2/8	
2/9	15
2/11	

Tab. 2. Zestawienie wartości obciążeń okólnych dla testów doraźnych trójosiowych. Kolorem szarym zaznaczono próbki, dla których wykonano podczas eksperymentu pętle odciążenie-obciążenie

Na rysunku 1 a)-c) przedstawiono zapisy przebiegów wybranych testów. Widać, że w przypadku testów doraźnych* oraz relaksacji krzywe reprezentujące poszczególne eksperymenty wyglądają bardzo podobnie. Uzasadniony zatem jest wybór tylko po jednym zapisie tych testów do dalszych rozważań – dla próbek 2/7 oraz 2/16. Krzywe pełzania natomiast różnią się od siebie, co wynika m.in. z faktu, iż każdy z testów pełzania przeprowadzany był w innych warunkach. Ponieważ celem tej pracy nie jest opis ilościowy tylko jakościowy, to z testu pełzania również zostanie wykorzystana tylko jedna krzywa (2/12).



Rys. 1. Wykresy przebiegu testów: a) natychmiastowego ściskania, b) relaksacji oraz c) pełzania dla wybranych próbek

^{*)} W rzeczywistości krzywe te różnią się nieznacznie samym początkiem (dla naprężeń nie przekraczających kilku MPa), co jest prawdopodobnie związane z procesem zamykania spękań oraz nierównoległością podstaw próbek. Jednak wykonanie translacji dwóch z tych wykresów w kierunku trzeciego wzdłuż osi poziomej, ujawnia ich duże podobieństwo.

Podczas testów reologicznych pomiary przemieszczeń prowadzone były tylko w kierunku podłużnym (normalnym do podstaw próbek), nie mierzono natomiast odkształceń poprzecznych. W przypadku testów doraźnych – mierzono jedne i drugie.

3. Analiza wyników

W celu określenia wartości parametrów w prawach: HN, HND-P i HND-P/C tak, aby możliwe było za ich pomocą jak najwierniejsze oddanie zachowania soli kamiennej w wybranych testach laboratoryjnych, skorzystano z analizy odwrotnej metodą elementów skończonych (MES). Polegało to na tym, że zgadywano wartości początkowe szukanych parametrów w danym prawie, a następnie modelowano matematycznie przebieg testu laboratoryjnego. Otrzymane wyniki modelowania porównywano z odpowiadającymi im wynikami laboratoryjnymi. W przypadku rozbieżności określano, czy możliwe jest jej zmniejszenie, a jeśli tak, to jak należy zmodyfikować poprzednie wartości parametrów, aby tak się stało. Następnie powtarzano całą procedurę od początku. Po kilkudziesięciu, a czasem kilkuset takich iteracjach udawało się osiągnąć za-dawalający wynik. Szerszy opis tej metody oraz użytego modelu matematycznego znajduje się w pracy [11].

4. Prezentacja wyników

4.1. Test wytrzymałości doraźnej

Uzyskane dopasowania krzywych modelowych do laboratoryjnych przedstawiono na rysunkach 2, 4 i 5. Jedynym testem, w którym widoczne są różnice pomiędzy wybranymi prawami jest test wytrzymałości doraźnej. Na rysunku 2 linią ciągłą w kolorze szarym przedstawiono zapis przebiegu tego testu w laboratorium. Po stronie wartości dodatnich znajdują się odkształcenia podłużne, po stronie wartości ujemnych – poprzeczne. Linią przerywaną oznaczono krzywą modelowaną wg prawa HN. Wartości parametrów tego prawa dobrano w następujący sposób:

- a) v oszacowano na podstawie wyników testów doraźnych (patrz [11]),
- b) n i m zostały wyznaczone na podstawie analizy krzywych pełzania (patrz [11]),
- c) *E* i *A* dobrano tak, aby krzywa modelowa była w początkowej fazie testu jak najbardziej podobna do krzywej laboratoryjnej.

Znalezione wartości wynoszą: A = 1.52e-16, n = 1.69, m = 0.52 oraz v = 0.2 i E = 5 GPa.



Rys. 2. Test wytrzymałości doraźnej dla próbki 2/7. Linią ciągłą oznaczono przebieg eksperymentu laboratoryjnego. Pozostałe, to krzywe uzyskane na drodze modelowania matematycznego dla praw: HN (linia przerywana), HND-P (linia przerywano-kropkowana) i HND-P/C (linia kropkowana)

Z rysunku 2 wynika, że prawo HN pozwala z dobrym przybliżeniem opisać tylko początek testu wytrzymałości doraźnej soli kamiennej. Nie uwzględnia ono jej właściwości plastycznych, które ujawniają się szczególnie intensywnie w dalszej części tego eksperymentu.

Prawem, które nieco lepiej opisuje zachowanie soli kamiennej w tym teście jest HND-P/C. Wynika to przede wszystkim z faktu, iż w porównaniu z prawem HN posiada mechanizm plastyczności. O momencie aktywacji tego mechanizmu decyduje wartość kohezji, którą oszacowano tu na: d = 61.99 MPa. Jeśli w którymś punkcie modelu naprężenie osiągnie wartość kohezji, to następuje tam uplastycznienie.

Sam model D-P/C określa sposób zachowania materiału na granicy plastyczności. Wymaga jednak określenia wartości kilku parametrów, które w tym przypadku wynoszą: $\beta = 20^{\circ}$, $e_{pb}^{pl}|_0 = 0.001$, R = 1, K = 1, $\alpha = 0$ oraz tabeli umocnienia plastycznego – tabela 3.

p _b [MPa]	<i>e^{pl}</i> [%]
62.0	0.0
330.0	1.0

Tab. 3. Wartości parametrów umocnienia plastycznego dla modelu D-P/C. Zostały odczytane na podstawie wykresu ściśliwości soli kamiennej, zamieszczonego w pracy [1]

W przypadku soli kamiennej, najistotniejsze jest określenie wartości kohezji oraz początkowej wartości p_b . Im te wartości są sobie bliższe, tym "płynniej" zachodzi proces uplastycznienia modelowanego materiału.

Podobnie jak dla prawa HN, wykorzystano podczas modelowania matematycznego z użyciem prawa HND-P/C znalezione wcześniej wartości parametrów n, m i v oraz oszacowano: A = 2.26e-16 i E = 4.6 GPa.

Prawo HND-P pozwala oddać kształt laboratoryjnej krzywej wytrzymałości doraźnej soli kamiennej w całym zakresie jej zmienności znacznie wierniej, niż prawo HND-P/C. Możliwe jest to dzięki tabeli umocnienia, która definiuje sposób zachowania materiału po osiągnięciu granicy plastyczności. Przed tą granicą zachowanie materiału jest podobne jak w prawie HND-P/C.

Uzyskane wartości parametrów dla prawa HND-P to: $\beta = 20^{\circ}$, $\psi = 10^{\circ}$, A = 2.28e-16, E = 4 GPa, (pozostałe parametry bez zmian) oraz tabela umocnienia – tabela 4.

σ_c [MPa]	$\left \varepsilon^{pl} \right [\%]$
47.0	0.0
47.5	0.01
52.5	0.2
53.5	0.3
54.5	0.4
59.5	1.4
62.6	4.5
52.0	11.6
20.0	22.0

Tab. 4. Wartości parametrów umocnienia dla prawa HND-P. Przez σ_c oznaczono naprężenie w granicy plastyczności w jednoosiowym ściskaniu, a przez $|\varepsilon^{pl}|$ odpowiadające temu naprężeniu odkształcenie plastyczne

Obserwując przebieg modelowania matematycznego próbki soli kamiennej przy użyciu poszczególnych praw łatwo zauważyć jeszcze jedną cechę, która je od siebie odróżnia. Jest nią kształt próbki w czasie i po zakończeniu modelowania, który jest inny dla każdego z tych praw. Ilustruje to rysunek 3, na którym przed-stawiono obok siebie dwa końcowe wyniki modelowania testu doraźnego przy użyciu praw HN i HND-P.

Oprócz różnicy kształtu i odkształceń, na rysunku 3 można zaobserwować też różnice w rozkładzie naprężeń, zarówno wewnątrz tłoka prasy (górna część modelu), jak i w próbce (dolna część modelu).



Rys. 3. Wynik modelowania matematycznego testu wytrzymałości doraźnej dla próbki 2/7 przy użyciu praw: a) HN, b) HND-P. Tymi samymi kolorami oznaczono na obu rysunkach obszary o tych samych wartościach naprężenia zredukowanego (wg hipotezy Hubera-Misesa-Hencky'ego)

Spostrzeżenia te mają istotną wartość, ponieważ można je skorelować z obserwacjami z przebiegu eksperymentu laboratoryjnego. W tym celu jednak konieczny jest pomiar odkształceń poprzecznych w co najmniej 2 punktach na pobocznicy próbki oraz określenie jej kształtu po zakończeniu doświadczenia.

4.2. Test pełzania

Na rysunku 4 przedstawiono krzywe pełzania soli kamiennej: kółkami – laboratoryjną, za pomocą linii – z modelowania matematycznego dla poszczególnych praw. Widać, że krzywe modelowe pokrywają się ze sobą, a jednocześnie dobrze oddają kształt krzywej laboratoryjnej. Jest to dość oczywiste, ponieważ w teście pełzania nie uaktywniają się mechanizmy plastyczności "zaszyte" w prawach HND-P i HND-P/C i próbka odkształca się głównie w sposób elastyczno-lepki, który jest wspólny dla wszystkich rozważanych praw.



Rys. 4. Porównanie krzywych: laboratoryjnej i trzech uzyskanych z modelowania matematycznego dla testu pełzania

Ponieważ dla testu pełzania nie można było wyznaczyć nowych wartości parametrów odnoszących się do stanu plastycznego, wykorzystano zatem te znalezione uprzednio. Zmieniły się natomiast wartości parametrów A i E:

- dla prawa HN: A = 4.04e-18, E = 2.4 GPa,
- dla prawa HND-P: A = 1.69e-17, E = 2.5 GPa,
- dla prawa HND-P/C: A = 1.62e-17, E = 2.5 GPa.

Każdy test pełzania (relaksacji) rozpoczyna się od przyłożenia obciążeń, a więc od procesu natychmiastowego. Sposób przeprowadzenia tej czynności wpływa na drugą cześć tego testu, czyli na proces pełzania (relaksacji). To istotne zagadnienie przywołano, aby zasygnalizować złożoność pozornie prostego testu pełzania (relaksacji) oraz podkreślić konieczność znormalizowania i uwzględniania procesu zadawania obciążeń w laboratoryjnych testach reologicznych.

4.3. Test relaksacji

Do testu relaksacji stosuje się większość tego, co powiedziano nt. testu pełzania. W szczególności modelowanie w oparciu o wszystkie trzy prawa daje podobne wyniki. Jedyna różnica polega na tym, że w przypadku praw HND-P i HND-P/C występujący tam parametr β wpływa na graniczną wartość naprężenia różnicowego, do której próbka będzie relaksowała. Większa wartość kąta tarcia wewnętrznego odpowiada większej wartości tego naprężenia. Dlatego prezentacja wyników modelowania matematycznego koncentruje się w tym przypadku wyłącznie na problemie złożoności przebiegu tego testu.

Na rysunku 5 przedstawiono w skali półlogarytmicznej zapis laboratoryjnego testu relaksacji (wraz z procesem przykładania obciążeń), w którym punkty pomiarowe oznaczono kółkami. Zwraca uwagę fragment testu odpowiadający procesowi relaksacji, w którym można wyszczególnić trzy, w pewnym sensie "odrębne" serie kolejnych pomiarów. Analiza innych testów relaksacji wykazała podobne anomalie. Przyczyną tego stanu rzeczy były prawdopodobnie odchylenia przy utrzymywaniu stałego odkształcenia próbki w czasie testu, wynikające np. z trudności w ręcznym sterowaniu doświadczeniem.



Rys. 5. Porównanie krzywych: laboratoryjnej i uzyskanych z modelowania matematycznego w oparciu o prawo HN dla testu relaksacji. Dodatkowo na wykresie umieszczono laboratoryjną krzywą zmian odkształcenia podłużnego w czasie

Analiza odwrotna testu relaksacji była stosunkowo trudna. Dla jednej krzywej naprężania wstępnego znaleziono trzy różne warianty krzywych relaksacji, różniące się wyłącznie wartościami parametrów A i E. Kontrolowano jednocześnie odkształcenie próbki – zaznaczone na rysunku 5 linią ciągłą z symbolem gwiazdki. Zadanie to byłoby niewykonalne bez użycia MES. Uzyskano następujące zakresy zmienności *A* i *E* (przy pozostałych parametrach określonych jak w teście wytrzymałości doraźnej):

- $A = 4.4e \cdot 18 \div 3.5e \cdot 17$,
- $E = 2.46 \div 3.20$ GPa,

Omówiona tu propozycja interpretacji wyników tak przeprowadzonych testów relaksacji, jest jedną z kilku możliwych. Jej wynikiem końcowym mogą być znalezione przedziały zmienności parametrów *A* i *E*, bądź ich średnie wartości, przy ustalonych wcześniej pozostałych parametrach.

5. Uwagi końcowe

Znalezione wartości parametru A różnią się dla prawa HN i praw HND-P i HND-P/C we wszystkich testach. Wynika to z faktu, iż w tych dwóch ostatnich pełzanie realizowane jest (w rozważanych tu przypadkach) w obszarze, gdzie aktywny jest proces konsolidacji. Spowalnia on proces pełzania lepkiego i stąd konieczne jest zwiększenie wartości parametru A (a więc i szybkości pełzania lepkiego) do poziomu, który zapewnia możliwie wierne oddanie wyników laboratoryjnych.

Zmienność parametru *E* nie ma tu tak istotnego znaczenia, ponieważ jego wartość dla soli kamiennej jest w dużej mierze umowna. Różni badacze przypisują mu wartości różniące się nawet o rząd wielkości. Dlatego w niniejszym opracowaniu został on potraktowany objawowo, tzn. określano jego wartość indywidualnie dla każdej próbki i każdego prawa materiałowego tak, aby wyniki modelowania matematycznego możliwie najlepiej oddawały wyniki laboratoryjne.

Zastosowanie do opisu zachowania soli kamiennej prawa HN pozwala na uzyskanie dość dobrej zgodności w testach reologicznych. Niedostatek tego prawa widoczny jest w teście wytrzymałości doraźnej. Jest to oczywiste, ponieważ nie uwzględnia ono zachowania plastycznego, które w tym teście jest aktywne. Jednak modelowanie matematyczne tego testu zarówno w oparciu o prawo HN, jak i o prawa HND-P i HND-P/C, wskazuje na pewne trudności w jego opisie. Choć najlepiej spisało się tu prawo HND-P, to jest to sukces w pewnym sensie pozorny, bo wynikający z objawowego wyznaczenia tabeli umocnienia. Określenie, czy prawo to pozwoliłoby na ilościowy opis omówionych testów soli kamiennej, wymaga badań opartych na statystycznie miarodajnym zbiorze wyników laboratoryjnych.

Osobnym zagadnieniem jest interpretacja fizyczna znaczenia poszczególnych parametrów w modelach D-P i D-P/C w materiale, który różni się w swojej budowie od gruntów. Problem ten nie będzie tu szerzej dyskutowany.

Poruszony został w niniejszej pracy również problem wpływu sposobu przykładania obciążeń na przebieg laboratoryjnych testów reologicznych z udziałem próbek soli kamiennej. Staje się on szczególnie widoczny podczas modelowania matematycznego tych testów. Różne ścieżki naprężania wstępnego prowadzą do innych wartości parametrów użytych praw matematycznych, co ujawnia pewną niejednoznaczność takiego opisu. Dlatego konieczna jest standaryzacja testów laboratoryjnych.

Literatura

- [1] Lux K.H., Heusermann S., Creep tests on Rock Salt with Changing Load as a Basis for the Verification of Theoretical Material Laws, Six International Symposium on Salt, Vol. 1, Salt Institute, Toronto, 1983.
- [2] Sambeek L., Fossum A., Callahan G., Ratigan J., Salt Mechanics: Empirical and Theoretical Developments, Seventh Symposium on Salt, Vol. 1, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, 1993.
- [3] Yahya O.M.L., Aubertin M., Julien M.R., A unified representation of the plasticity, creep and relaxation behavior of rocksalt, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, Vol. 37, 2000.
- [4] Drucker D.C., Prager W., *Soil Mechanics and Plastic Analysis or Limit Design*, Quarterly of Applied Mathematics, vol.10, s. 157-165, 1952.
- [5] Berest P., Bergues J., Brouard B., Durup J.G., Guerber B., *A salt cavern abandonment test*, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, Vol. 38, 2001.
- [6] Campos de Orellana A.J., Non-associated Pressure Solution Creep in Salt Rock Mines, 4th Conference on the Mechanical Behavior of Salt, Montreal, 1996.
- [7] Mellegard K.D., Pfeifle T.W., Senseny P.E., Constitutive Behavior of Salt from the Cleveland Mine, Six International Symposium on Salt, Vol. 1, Salt Institute, Toronto, 1983.

Jacek Sobczyk

- [9] Kasprzyk W., *Badania wytrzymałościowe próbek soli ze złoża soli "Góra"*, Ośrodek Badawczo-Rozwojowy Górnictwa Surowców Chemicznych "Chemkop", Laboratorium Badań Górniczych, Kraków, 2002.
- [10] Sprawozdanie z badań wytrzymałościowych soli ze złoża "Góra" wykonanych w Instytucie Mechaniki Górotworu PAN w Krakowie, Załącznik 3 do: Kasprzyk W., Badania wytrzymałościowe...
- [11] Sobczyk J., Kortas G., Określenie współczynników potęgowego prawa pełzania soli kamiennej na podstawie testów laboratoryjnych, Prace Instytutu mechaniki Górotworu PAN, 2003.
- [12] Kortas G., Odkształcalność soli kamiennej w badaniach jedno i trójosiowych, Prace Instytutu mechaniki Górotworu PAN, 1999.
- [13] ABAQUS/Standard User's Manual, Vol. II, Version 6.3, Hibbitt, Karlsson & Sorensen Inc., 2002.

An application of some selected versions of the Drucker-Prager model to the description of plastic properties of rock salt

Abstract

In the paper an application of some versions of the Drucker-Prager model to description of plastic behaviour of rock salt was presented. In the considerations the Hooke's law of elasticity was used for the description of rock salt elastic behaviour, just as the power Norton law with time hardening for the description of viscous behaviour. Some results of so called individual triaxial tests carried out for salt were studied and it was proved on their background, that the extended Drucker-Prager model might be used for the description of plastic behaviour of rock salt with fair accuracy.

Keywords: rock salt, power law, Drucker-Prager model, mathematic modeling, finite elements method

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Jan Walaszczyk, Instytut Mechaniki Górotworu PAN