# Walidacja modelu matematycznego przewietrzania kopalni stosowanego w programie VentMet z wykorzystaniem bazy danych pomiarowych wybranego rejonu wentylacyjnego KWK

Wacław Dziurzyński, Andrzej Krach, Jerzy Krawczyk, Teresa Pałka

Instytut Mechaniki Górotworu PAN, ul Reymonta 27, 30-059 Kraków

#### Streszczenie

W artykule przedstawiono model matematyczny procesu przewietrzania kopalni opracowany w IMG PAN i stosowany w systemie programów inżynierów wentylacji. Model ten opisuje rozpływ powietrza w sieci wyrobisk kopalni, transport gazów szkodliwych, takich jak gazy pożarowe i metan i przepływ powietrza przez zroby. W trakcie testowania znajduje się wdrożony do systemu programów model zrobów, umożliwiający symulację zjawiska tzw. oddychania zrobów. Omówiono parametry modelu dla bocznic wentylacyjnych i dla zrobów. Przedstawiono również zagadnienie niepewności strukturalnej modelu i niepewności parametrów modelu. Podkreślono konieczność przetwarzania sygnałów pomiarowych dla zastosowania w procedurach weryfikacji parametrów modelu, tworzących wektor stanu tego modelu. Pokazano miarę niepewności modelu i wykorzystanie jej jako funkcji celu w numerycznych metodach optymalizacji. Zminimalizowana miara niepewności stanowi dowód walidacyjny dla modelu matematycznego przewietrzania kopalni. Przedstawiono zjawisko tzw. oddychania zrobów na przykładzie zamodelowanego rzeczywistego rejonu ściany ze zrobami i omówiono uzyskane wyniki.

Słowa kluczowe: wentylacja kopalń, filtracja w zrobach, niepewność pomiaru, symulacja komputerowa

#### 1. Wstęp

W ostatnich latach obserwuje się szybki rozwój metod prognozowania stanu przewietrzania kopalń głębinowych, opartych na programach symulacji komputerowej. Przykładem może być tu pakiet programów wspomagających pracę inżyniera wentylacji kopalni, wytworzony w IMG PAN. Z tematyką prognozowania ściśle związane jest zagadnienie wiarygodności prognozy. W przypadku prognozowania stanu przewietrzania kopalni prognoza dotyczy takich wielkości jak strumienie objętości (lub masy) powietrza w gałęziach sieci wentylacyjnej i w zrobach (Trutwin 1972; Dziurzyński, Trutwin 1978; Dziurzyński, Krach 1983), stężenia gazów szkodliwych w tych strumieniach (Dziurzyński i in. 1987a; 1987b; Dziurzyński, Krawczyk 2001) a w przypadku pożarów podziemnych również tlenu, dwutlenku, tlenku węgla oraz innych gazów pożarowych (Dziurzyński 1998).

Osobnym, ważnym zagadnieniem jest prognozowanie lokalizacji i intensywności ogniska pożarowego w zrobach (Dziurzyński, Krawczyk 2002). Ze zrobami wiąże się również prognozowanie zmian stężenia metanu spowodowanych zmianami ciśnienia absolutnego w zrobach na skutek zmian ciśnienia atmosferycznego lub zmian rozkładu ciśnień w sieci, związanych ze zmianami struktury lub parametrów sieci (Kajdasz i in. 2002).

# 2. Model matematyczny procesu przewietrzania kopalni

Metody prognozowania stanu przewietrzania kopalni, oparte na komputerowych metodach symulacji wymagają określenia matematycznego modelu, opisującego zależności między wielkościami wyjściowymi modelu (strumienie objętości powietrza, stężenia gazów) a wielkościami wymuszającymi, czyli źródłami

różnicy ciśnień (wentylatory, dmuchawy), źródłami metanu (emisja metanu z calizny węglowej i urobku, dopływ metanu do zrobów z pokładów nad- i podległych). Model matematyczny procesu wentylacji kopalni stosowany w programach symulacyjnych opracowanych w IMG PAN (Dziurzyński i in. 1987) składa się z:

- układu stacjonarnych równań oczkowych sieci dla obliczania wydatków przepływu mieszaniny powietrza i metanu w bocznicach sieci,
- układu równań węzłowych dla obliczania stężeń metanu na wlotach bocznic, przez które powietrze wypływa z węzła,
- równań opisujących propagację stężenia metanu w bocznicach,
- równań opisujących źródła dopływu metanu w sieci.

Przyjmując, że sieć wentylacyjna jest reprezentowana przez spójny graf skierowany o *I* węzłach i *J* bocznicach, można napisać układ równań oczkowych w zapisie macierzowym

$$\boldsymbol{\alpha} \cdot \Delta \mathbf{p} = 0 \tag{1}$$

gdzie:

 $\alpha$  – macierz obwodów podstawowych o wymiarze  $J - I + 1 \times J$ ,

Δp – wektor różnic ciśnień statycznych na początku i na końcu bocznicy.

Elementy wektora  $\Delta p$  są równe:

$$\Delta p_j = R_j q_j \left| q_j \right| + \Delta p_{hj} + h_{wj} \tag{2}$$

gdzie:

 $R_i$  – opór aerodynamiczny *j*-tej bocznicy,

 $q_j$  – strumień objętości powietrza w bocznicy,

 $h_{wj}$  – depresja mechaniczna w *j*-tej bocznicy,

 $\Delta p_{hi}$  – ciśnienie hydrostatyczne, równe  $\Delta p_{hi} = \Delta z_i g \rho_{\dot{s}r i}$ ,

gdzie:

 $\Delta z_i$  – różnica kot niwelacyjnych początku i końcu bocznicy,

 $\rho_{\dot{s}r\,i}$  – średnia gęstość powietrza w bocznicy,

g – przyspieszenie ziemskie.

Wektor strumieni bocznicowych wyraża się następująco:

$$\mathbf{q} = \boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{Q} \tag{3}$$

gdzie:

Q – wektor strumieni oczkowych.

Powyższe związki tworzą J - I + 1 niezależnych nieliniowych równań z niewiadomymi strumieniami oczkowymi. W programie symulacji równania te rozwiązywane są metodą Crossa. Określając macierz diagonalną powierzchni przekrojów bocznic A łatwo można obliczyć wektor wartości średnich prędkości powietrza w bocznicach:

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{q} \tag{4}$$

Prędkości te umożliwiają symulację przemieszczania się w bocznicach sieci mieszaniny powietrza i gazów wypływającej z węzłów sieci, przy czym udziały masowe składników tej mieszaniny oblicza się z bilansów masy dla węzłów. Udział masowy (objętościowy) składnika *k* w strumieniach wypływających z węzła jest:

$$C_{k,i} = \frac{\sum_{j=1}^{J} \left( \frac{|a_{i,j} Q_j| + a_{i,j} Q_j}{2} \right) Q_j C_{k,i,j} + Q_{zk,i}}{\sum_{j=1}^{J} \left( \frac{|a_{i,j} Q_j| + a_{i,j} Q_j}{2} \right) + \sum_{k=1}^{K} Q_{zk,i}}$$
(5)

gdzie:

- $Q_j$  strumień masy (objętości) w bocznicy j,
- $C_{k,i,j}$  udział masowy (objętościowy) składnika k mieszaniny w strumieniu dopływającym bocznicą j do węzła i,
- $Q_{zk,i}$  dopływ masowy (objętościowy) składnika k mieszaniny do węzła i,
  - $a_{i,i}$  element macierzy incydencji węzłowo-bocznicowej.

Model matematyczny przewietrzania kopalni musi uwzględniać jeszcze wpływ zrobów na rozkład stężenia metanu w sieci wentylacyjnej. Przyczyną są dwa zjawiska:

- przepływ powietrza przez zroby wywołany gradientem ciśnienia wzdłuż ściany,
- wymiana powietrza z metanem między zrobami a pozostałymi wyrobiskami wywołana zmianami ciśnienia statycznego, których źródłem są zmiany oporów lokalnych sieci (np. tamowanie) lub zmiany ciśnienia barometrycznego na powierzchni.

Przepływ powietrza przez zroby modelowany jest jako nieściśliwy przepływ powietrza przez sieć wzajemnie prostopadłych bocznic, których opory są odwrotnie proporcjonalne do lokalnych przepuszczalności zrobów (Nawrat 1999). Natomiast wymiana mieszaniny powietrza i metanu między zrobami i innymi wyrobiskami modelowana jest przez skojarzenie z węzłami sieci modelującej zroby cząstkowych objętości, w których znajduje się ściśliwa mieszanina powietrza i metanu. Taki model zrobów przedstawiony jest w artykule A. Kracha (2004). W modelu tym udział masowy metanu w mieszaninie zawartej w objętości przypisanej do węzła sieci bocznic modelującej zroby zależy od udziału masowego metanu w strumieniach dopływających do objętości i dany jest równaniem różniczkowym

$$\frac{Vp}{(r_{A}C+1)T\Re_{p}}\frac{dC}{dt} + (Q_{m} + \sum_{i=1}^{I}Q_{i})C = Q_{m} + \sum_{i=1}^{I}C_{i}Q_{i}$$
(6)

natomiast strumień masy dopływający do węzła spowodowany zmianą ciśnienia jest równy

$$Q_d = \frac{1}{r_A C + 1} \left\{ \frac{V}{T \Re_p} \frac{dp}{dt} + r_A \left[ \left( Q_m + \sum_{i=1}^I Q_i \right) C - \left( Q_m + \sum_{i=1}^I C_i Q_i \right) \right] \right\}$$
(7)

gdzie:

- V objętość cząstkowa zrobów,
- C udział masowy metanu w mieszaninie zawartej w objętości V,
- T temperatura mieszaniny w objętości V,
- $Q_m$  strumień masy dopływu metanu do objętości V,
- $Q_i$  strumień masy mieszaniny dopływający do objętości V z bocznicy zrobów,
- $C_i$  udział masowy metanu w tym strumieniu,

$$r_A$$
 – współczynnik, równy  $r_A = \frac{\Re_m}{\Re_n} - 1$ ,

- $\Re_p\,-\,$ stała gazowa powietrza,
- $\mathfrak{R}_m^{-}$  stała gazowa metanu.

Model ten został pomyślnie przetestowany na przykładzie prostej jednooczkowej sieci (Dziurzyński i in. 2004). Obecnie kontynuowane są prace nad testowaniem tego modelu, wdrożonego do systemu programów inżyniera wentylacji VENTGRAPH, na przykładach symulacji rzeczywistych sieci wentylacyjnych kopalń.

Model matematyczny przewietrzania kopalni może również obejmować zjawisko cyklicznych zmian emisji metanu z urabianej calizny węglowej, związanych z cyklami pracy kombajnu (Tarasow, Kołmakow 1978). Model taki, obejmujący dodatkowo emisję metanu z urobku na przenośniku został przedstawiony w artykule B. Blecharz, W. Dziurzyńskiego, A. Kracha i T. Pałki (2003) jako wynik prac statutowych JMG PAN.

Dla obliczenia rozpływu powietrza w sieci baza danych modelu musi zawierać informacje o strukturze sieci w postaci macierzy incydencji i macierzy obwodów podstawowych, wartości oporów aerodynamicznych bocznic, parametry dla obliczenia ciśnień hydrostatycznych i charakterystyki źródeł depresji mechanicznej.

Dla wyznaczenia rozpływu metanu w sieci i obliczenia stężeń metanu w bocznicach sieci konieczne są wartości pól przekrojów poprzecznych i długości bocznic, specyfikacja miejsc dopływu metanu i parametry źródeł dopływu metanu. Dla wyrobisk korytarzowych jest to natężenie wydzielania metanu z powierzchni ograniczających wyrobisko, dla chodników transportowych dodatkowo natężenie wydzielania metanu z urobku, dla wyrobisk przygotowawczych i udostępniających dochodzi jeszcze natężenie wypływu metanu z czoła przodka, zależne również od metody urabiania i dla ścian jest to natężenie wypływu metanu z urabianej calizny weglowej i urobku na przenośniku ścianowym. Ponadto, dla wyrobisk przyległych do zrobów parametry równań opisujących dopływ metanu ze zrobów do wyrobiska to: objętość zrobów, współczynniki porowatości i przepuszczalności, natężenie dopływu metanu do zrobów i ciśnienie barometryczne w wyrobiskach przyległych do zrobów. Wartości wymienionych parametrów określa się na podstawie założeń i prognoz wykonanych na etapie projektowania kopalni lub na podstawie wyników pomiarów wykonanych w czasie eksploatacji. Przykładowo, opory wyrobisk można obliczyć na podstawie projektowanych długości, pól przekrojów i typów obudowy bocznic a w przypadku zainstalowania w bocznicy elementu regulacyjnego (tamy wentylacyjnej) do oporu bocznicy dodaje się opór elementu regulacyjnego, określony na podstawie jego charakterystyki. Na drodze pomiarowej opór bocznicy można wyznaczyć z następującej zależności (przyjmując, że pole przekroju bocznicy jest stałe):

$$R = \frac{p_1 - p_2 + g\rho_{\text{sr}}(z_1 - z_2)}{A^2 v^2}$$
(8)

gdzie:

 $p_1, p_2$  – ciśnienia statyczne na początku i końcu bocznicy,

- $z_1, z_2$  koty niwelacyjne,
  - $\rho_{sr}$  średnia gęstość powietrza w bocznicy,
  - g przyspieszenie ziemskie,
  - A pole przekroju poprzecznego bocznicy,
  - v średnia prędkość przepływu powietrza w bocznicy.

Wyznaczenie parametrów modelu dla metanu jest zagadnieniem znacznie trudniejszym. Na etapie projektowania kopalni lub nowych rejonów eksploatacyjnych wykonuje się prognozy gazonośności stosując różne metody prognozowania dopływu metanu do wyrobisk chodnikowych i eksploatacyjnych (Kozłowski 1972; Frycz, Kozłowski 1979). Dla wyrobisk ścianowych całkowita ilość metanu dopływającego do wyrobiska jest sumą ilości metanu wydzielającego się z urabianej calizny węglowej, z odstawianego urobku i dopływającego z przyległych zrobów, przy czym dopływ metanu do zrobów następuje w wyniku odgazowania pozostałości wegla w zrobach i dopływu z pokładów sasiadujących w zasiegu strefy odpreżenia. Przy kierunku eksploatacji do granic trzeba uwzględnić jeszcze dopływ metanu z chodników przyścianowych. Prognozowane wartości dopływu metanu z wymienionych źródeł są wartościami średnimi dla okresu czasu rzędu miesięcy (za wyjatkiem metody KD Barbara dla wyrobisk chodnikowych, gdzie okres ten jest rzędu dni) i w związku z tym nie dostarczają danych dla wyznaczenia parametrów modeli źródeł, decydujących o zmianach metanowości bezwzględnej danego źródła w stanach nieustalonych. Przykładowo, dla kolejnych cykli pracy kombajnu, składających się z okresu urabiania oraz okresu powrotu i postoju, obserwuje się w strumieniu powietrza na wylocie ściany cykliczne zmiany stężenia metanu. Parametrami modelu są tu: predkości ruchu kombajnu i przenośników, zabiór kombajnu, grubość urabianej warstwy pokładu, początkowe natężenie wypływu metanu w strefie oddziaływania kombajnu, długość tej strefy i początkowe natężenie wypływu metanu z świeżo odkrytej calizny węglowej. W przypadku dopływu metanu ze zrobów do wyrobiska ścianowego obserwuje się zmiany stężenia metanu w prądzie powietrza zużytego zależne od zmian ciśnienia barometrycznego w wyrobiskach przylegających do zrobów. Nieznanymi parametrami modelu są tutaj współczynniki porowatości i przepuszczalności zrobów, emisja metanu z wegla pozostawionego w zrobach i dopływ z pokładów sąsiadujących. Parametrów tych nie można wyznaczyć na podstawie prognozy metanowości. Jedynie eksperymenty pomiarowe, prowadzone w kontrolowanych warunkach, mogą dostarczyć informacji pozwalających określić wymienione parametry. Badania takie prowadził St. Wasilewski (1998) wyznaczając parametry dla modelu wypływu metanu ze zrobów podanego przez W. Trutwina (1973).

# 3. Niepewność modelu i niepewność bazy danych

Wiarygodność prognozy rozpływu powietrza i rozkładu stężeń metanu w bocznicach sieci wentylacyjnej kopalni jest ściśle związana z wiarygodnością modelu matematycznego zastosowanego do obliczania rozpływu mieszaniny powietrza i metanu w sieci i z wiarygodnością parametrów tego modelu. Wiarygodność prognozy pozostaje w zależności od stopnia dokładności, z jaką model matematyczny, z wielkościami wejściowymi pobieranymi z bazy danych, przybliża rzeczywiste przebiegi wybranych wielkości wentylacyjnych. Miara wiarygodności modelu jest jego niepewność. Parametr ten jest trudny do oszacowania. Można wyspecyfikować czynniki mające wpływ na niepewność przyjętego modelu:

- przybliżenie przepływu trójwymiarowego wilgotnej mieszaniny gazów z wymianą masy, pędu i ciepła modelem jednowymiarowego przepływu płynu nieściśliwego z gęstością uśrednioną w bocznicach,
- pominięcie zjawiska zmiany pędu i dodatkowych strat ciśnienia w węzłach sieci,
- zlokalizowanie dopływów gazów szkodliwych tylko w wezłach sieci,
- przybliżenie przepływu przez zroby liniowym modelem o stałych skupionych,
- duża niepewność wartości oporów aerodynamicznych bocznic sieci,
- duża niepewność wartości parametrów zrobów (przepuszczalność, porowatość, objętość, dopływ metanu).

Niepewność modelu, której źródłem jest przyjęty opis matematyczny zjawisk można oszacować porównując wyniki symulacji wybranej wielkości dla określonej sieci wyrobisk, otrzymane przy zastosowaniu ocenianego modelu, z wynikami symulacji otrzymanymi przy zastosowaniu znacznie dokładniejszego modelu, np. o stałych rozłożonych. Porównania takie można znaleźć w pracy W. Dziurzyńskiego, J. Tracza i W. Trutwina (1987b) oraz W. Dziurzyńskiego i J. Krawczyka (2001). Drugą niepewnością składową jest niepewność parametrów modelu. Niepewność parametrów modelu wynika z niedokładności pomiarów tych parametrów w warunkach kopalnianych, często spowodowanych brakiem właściwych metod pomiarowych i przyrządów pomiarowych. Na przykład, duża niepewność pomiaru oporów aerodynamicznych wynika z niedokładności stosowanej metody barometrycznej pomiaru różnic ciśnień statycznych (Biernacki, Gumiński 1999; Krach 2002), z niedokładności pomiaru strumienia objętości powietrza i z niedokładności wyznaczenia ciśnienia hydrostatycznego (Chrzanowski 1961; Krach 2004). Znacznie trudniejszy jest problem oszacowania parametrów modelu zrobów, tj. przepuszczalności, porowatości, objętości i wielkości emisji metanu, oraz określenia niepewności tego oszacowania. Całkowity dopływ objętościowy metanu do zrobów można obliczyć następująco:

$$Q_m = C_2 Q_2 - C_1 Q_1 \tag{9}$$

gdzie:

 $Q_{2,}C_{2}$  – strumień objętości wypływający ze ściany i udział objętościowy metanu w tym strumieniu.

 $Q_1 C_1$  – strumień objętości wpływający do ściany i udział objętościowy metanu w tym strumieniu.

Zależność (7) jest słuszna pod warunkiem, że nie występują ucieczki powietrza w zrobach czyli, że dla  $Q_m \ll Q_1$  jest  $Q_2 \approx Q_1$ .

Aby otrzymać w miarę dokładny wynik iloczyny CQ powinny być wyznaczone z zastosowaniem trawersu punktowego jako suma

$$CQ = \sum_{n=1}^{N} C_n A_n v_n \tag{10}$$

gdzie:

 $A_n$  – powierzchnia cząstkowa,

 $v_n$  – lokalna prędkość powietrza.

W tym przypadku model pomiaru strumienia objętości metanu jest

$$Q_m = \sum_{n=1}^{N} C_{2n} A_{2n} v_{2n} - \sum_{m=1}^{M} C_{1m} A_{1m} v_{1m}$$
(11)

Zakładając, że pomiary udziałów objętościowych *C* wykonuje się tym samym metanomierzem, pomiar prędkości lokalnych wykonuje się tym samym anemometrem i pomiar powierzchni cząstkowych wykonuje się tą samą metodą i tym samym przyrządem pomiarowym, można przyjąć współczynniki korelacji  $r(C_i, C_j) = 1$ ,  $r(A_i, A_j) = 1$ ,  $r(v_i, v_j) = 1$ . Stąd, obliczona dla modelu (11) niepewność standardowa strumienia objętości metanu jest równa

$$u(Q_m) = \sqrt{\left[\sum_{n=1}^{N} C_{2n}A_{2n} + \sum_{m=1}^{M} C_{1m}A_{1m}\right]^2} u^2(v) + \left[\sum_{n=1}^{N} C_{2n}v_{2n} + \sum_{m=1}^{M} C_{1m}v_{1m}\right]^2} u^2(A) + \left[\sum_{n=1}^{N} A_{2n}v_{2n} + \sum_{m=1}^{M} A_{1m}v_{1m}\right]^2 u^2(C)$$
(12)

gdzie:

u(v) – niepewność standardowa pomiaru prędkości lokalnej,

u(A) – niepewność standardowa pomiaru powierzchni cząstkowej,

u(C) – niepewność standardowa pomiaru udziału objętościowego metanu.

Z określaniem parametrów modelu wiąże się problem wykorzystania zarejestrowanych przez system monitoringu wyników pomiarów prędkości przepływu powietrza i stężeń metanu w wybranych punktach sieci wentylacyjnej do wyznaczenia lub weryfikacji parametrów modelu. Pomiary te, wykonywane w stałych odstępach czasu, charakteryzują się znacznym rozrzutem wartości mierzonych wielkości. Wynika to stąd, że w warunkach ruchowych na wielkości mierzone odziaływuje szereg czynników zmiennych w czasie w sposób losowy. W przypadku prędkości przepływu powietrza wymienić tu można turbulencję przepływu, ruch środków transportu w bocznicach sieci i szybach wydobywczych, otwieranie i zamykanie śluz w tamach wentylacyjnych. Zmiany stężenia metanu występują na skutek nierównomiernego wydzielania metanu z urabianego węgla, co jest związane z niejednorodnym rozkładem metanonośności wzdłuż ściany, na skutek nieciagłości procesów odpreżania i zawału stropu w zrobach, z powodu zmian wydatku przepływu powietrza i ciśnienia barometrycznego w wyrobiskach przyległych do zrobów. Szczegółowa analizę zmienności prędkości powietrza, stężenia metanu, ciśnienia barometrycznego i wydobycia zmianowego w dziedzinie czasu i w dziedzinie częstotliwości przeprowadził St. Wasilewski (1984). W dłuższych odcinkach czasu, rzędu miesięcy, obserwuje się cykliczną zmienność metanowości ściany o okresie jednego tygodnia, z metanowościa wzrastająca w dni robocze i opadająca w dni wolne od pracy (Fraczek 2001; Badura 2001). Jak wynika z powyższych rozważań, zarejestrowane sygnały z czujników systemu monitoringu charakteryzują się szerokim widmem częstotliwości. Dla praktycznego wykorzystania tych sygnałów w celu wyznaczenia lub weryfikacji parametrów przyjętych modeli matematycznych dla prognozowania rozpływu metanu w sieci wentylacyjnej kopalni konieczne jest ograniczenie pasma częstotliwości tych sygnałów tak, aby uzyskać jednoznaczne powiązanie zmian wielkości mierzonej z wielkościa wymuszająca te zmiany. Przykładowo, badając zmienność metanowości ściany wynikającą z cyklicznej pracy kombajnu można z zarejestrowanego przebiegu stężenia metanu na wylocie ze ściany odfiltrować składowe o częstotliwościach wyższych od częstotliwości wynikającej z okresu cyklu pracy kombajnu i ilości harmonicznych potrzebnych do odwzorowania przebiegów przejściowych stężenia metanu. W Pracowni Wentylacji Kopalń IMG PAN z dobrym skutkiem stosowano filtrację cyfrową zarejestrowanych wielkości wentylacyjnych realizując numerycznie filtr dolnoprzepustowy dany układem równań różniczkowych:

$$\frac{b_2}{\omega_g^2} \frac{d^2 Y_2}{dt^2} + \frac{a_2}{\omega_g} \frac{dY_2}{dt} + Y_2 = Y_1$$

$$\frac{b_1}{\omega_g^2} \frac{d^2 Y_1}{dt^2} + \frac{a_1}{\omega_g} \frac{dY_1}{dt} + Y_1 = Y_0$$
(13)

gdzie:

 $\omega_g = 2\pi f_g$ ,  $f_g$  – częstotliwość graniczna filtru,  $Y_0$  – sygnał wejściowy,  $Y_2$  – sygnał wyjściowy. W poniższej tabeli zamieszczono wartości parametrów dla rzędu filtru od 1 do 4 i dla różnych typów filtru.

Typ filtru	Rząd	<i>a</i> <sub>1</sub>	$b_1$	<i>a</i> <sub>2</sub>	<i>b</i> <sub>2</sub>
1-go rzędu	1	1	0	0	0
z tłumieniem krytycznym	2	1.2872	0.4142	0	0
	3	0.5098	0	1.0197	0.2599
	4	0.8700	0.1892	0.8700	0.1892
Bessela	2	1.3617	0.6180	0	0
	3	0.7560	0	0.9996	0.4772
	4	1.3397	0.4889	0.7743	0.3890
Butterwortha	2	1.4142	1	0	0
	3	1	0	1	1
	4	1.8478	1	0.7654	1
Czebyszewa o falistości 0.5 dB	2	1.3614	1.3827	0	0
	3	1.8636	0	0.6402	1.1931
	4	2.6282	3.4341	0.3648	1.1509
Czebyszewa o falistości 1 dB	2	1.3022	1.5515	0	0
	3	2.2156	0	0.5442	1.2057
	4	2.5904	4.1301	0.3039	1.1697

### 4. Miara niepewności modelu

Procedura walidacji modelu matematycznego przewietrzania kopalni wymaga określenia miary, która pozwala ocenić stopień zgodności wielkości obliczonych z wielkościami rzeczywistymi. Miarą taką może być unormowany kwadrat odległości wektorów stanu prognozowanego i rzeczywistego, przy czym składniki tych wektorów zależą od tego, jakich wielkości dotyczy prognoza. Jeżeli prognozowany jest rozpływ powietrza w sieci wentylacyjnej w stanie ustalonym, to miarą będzie

$$S = \sum_{n=1}^{N} w_n (q_n - q_{pn})^2$$
(14)

gdzie:

w<sub>n</sub> – współczynnik wagi,

 $q_n$  – obliczone strumienie objętości powietrza w tych bocznicach,

 $q_{pn}$  – zmierzone i uśrednione wartości strumieni objętości powietrza w tych bocznicach.

Jeżeli oprócz rozpływu powietrza prognoza dotyczy rozkładu stężeń metanu, to miara będzie miała postać

$$S = \sum_{n=1}^{N} w_n (q_n - q_{pn})^2 + \sum_{m=1}^{M} w_m (C_m - C_{pm})^2$$
(15)

W przypadku, gdy prognoza dotyczy stanu nieustalonego wentylacji miara musi obejmować wybrany okres czasu *T*. W tym przypadku może to być

$$S = \frac{1}{T} \left[ \int_{0}^{T} \sum_{n=1}^{N} w_n (q_n - q_{pn})^2 dt + \int_{0}^{T} \sum_{m=1}^{M} w_m (C_m - C_{pm})^2 dt \right]$$
(16)

Wyniki pomiarów najczęściej są dane w postaci szeregów czasowych, stąd, obliczanie całek w (16) sprowadza się do sumowania

$$\Delta t \sum_{k=1}^{K} \sum_{n=1}^{N} w_n (q_{n,k} - q_{pn,k})^2$$
(17)

Powyższa zależność jest słuszna jedynie gdy krok czasowy obliczeń numerycznych w programie symulacji jest stały i jest wielokrotnością lub podwielokrotnością okresu powtarzania pomiaru. W innym przypadku numeryczne obliczanie całek w (16) wymaga interpolacji wartości zmierzonych między punktami pomiarowymi.

#### 5. Walidacja modelu matematycznego przewietrzania kopalni

Procedura walidacji modelu matematycznego stosowanego w programie symulacji przewietrzania kopalni ma dostarczyć dowodu, że prognoza otrzymana w wyniku symulacji zadanego procesu wentylacyjnego jest w wystarczającym stopniu wiarygodna. Dowód taki dostarcza porównanie wyników otrzymanych z symulacji z wynikami pomiarów kopalnianych czyli obliczenie miary *S*. Ponieważ wartości obliczone w wyniku symulacji zależą od przyjętych parametrów modelu, to aby miara *S* wskazywała na wiarygodność modelu, parametry tego modelu muszą zostać zmodyfikowane tak, aby miara *S* jako funkcja celu w wybranej procedurze optymalizacji została zminimalizowana. Zadanie to nazywa się estymacją stanu sieci a poszukiwane parametry są zmiennymi stanu. Zagadnieniem tym zajmował się J. Tracz, który w sprawozdaniu z prac statutowych IMG PAN (Dziurzyński i in. 1995) rozpatrywał problemy obserwowalności sieci, analizy błędów i optymalizacji systemu pomiarowego. W przytoczonej pracy autorzy rozpatrują następujące zagadnienia:

- · analizy obserwowalności sieci
  - czy zbiór wyników pomiarów jest wystarczający dla obliczenia stanu sieci, tj. czy sieć jest obserwowalna?
  - jeżeli nie, to które zmienne stanu są obserwowalne i jak je obliczyć?
  - w jaki sposób przywrócić pełną obserwowalność sieci?
- analizy błędów pomiarowych
  - błędy przyrządów pomiarowych i transmisji sygnałów,
  - błędy parametrów modelu,
  - błędy z powodu zakłóceń pomiaru i transmisji,
  - błędy struktury modelu,
- optymalizacji pomiarów
  - dobór rodzaju i rozmieszczenia czujników pomiarowych w sieci tak, aby zoptymalizować wybrane kryterium.

Estymacja stanu sieci opiera się na minimalizacji funkcji celu danej zależnością

$$S = \sum_{n=1}^{N} w_n \left[ y_{pn} - f_n(x_1, x_2, ..., x_M) \right]^2$$
(18)

gdzie:

 $y_{pn}$  – wielkość zmierzona,

 $x_m$  – parametr modelu,

 $f_n(x_1, x_2, ..., x_M)$  – funkcja wiążąca estymowane wielkości  $y_n$  z parametrami  $x_m$ .

Prowadzi to do warunku  $\frac{dS}{dx_m} = 0$  i stąd do układu równań

$$\sum_{n=1}^{N} \frac{df_n}{dx_m} w_n \Big[ y_{pn} - f_n \left( x_1, x_2, \dots, x_M \right) \Big] = 0$$
(19)

Pochodne  $\frac{df_n}{dx_m}$  nazywają się współczynnikami wrażliwości (GUM 1999).

W praktyce regułą jest nieobserwowalność pełnego stanu sieci z powodu zbyt małej ilości czujników. Można jednak dla danego zbioru wyników pomiarów wyróżnić obserwowalne zmienne stanu. Podane w pracy (Dziurzyński i in. 1995) zależności odnoszą się do stanu ustalonego. Walidacja modelu dla stanów nieustalonych wymaga minimalizacji funkcji celu w postaci (16). W tym przypadku można zaproponować, aby dla N wielkości mierzonych wybrać ze zbioru *M* parametrów podzbiór parametrów o liczności *N*, dla których współczynniki wrażliwości  $\frac{\Delta S}{\Delta x_n}$  osiągają najmniejsze (ujemne) wartości. Następnie metodą gradientu (najszybszego spadku) z ograniczeniami lub inną, wybraną spośród wielu znanych metod optymalizacji numerycznej (Gościński i in. 1974), można minimalizować funkcję celu S.

# 6. Symulacja zjawiska oddychania zrobów

Przedstawiony w pracy (Dziurzyński i in. 2004) model matematyczny oraz metoda numeryczna wydzielania metanu w rejonie ściany z uwzględnieniem zmian ciśnienia atmosferycznego został wprowadzony w postaci procedur do programu *VentZroby*.

W dalszym ciągu przedstawimy przykład zmiany stężenia metanu w wyrobiskach sąsiadującym ze zrobami, towarzyszące zmianom ciśnienia barometrycznego, spowodowanym zmianą ciśnienia atmosferycznego na powierzchni. Zjawisko to, znane pod nazwą oddychania zrobów, ważne ze względu na zagrożenie metanowe kopalni, było i nadal jest przedmiotem licznych prac badawczych.

Obiektem badań jest rejon ściany D-31 pokład 405/1, przedstawiony na rysunku 1.



Rys. 1. Schemat przestrzenny rejonu ściany D-31 pokł.405/1 - symulacja komputerowa

W przykładzie 1 przyjęto, że ciśnienie barometryczne zmienia się eksponencjalnie od 97600 Pa do 96400 Pa ( $\Delta p = -1200$  Pa) ze stałą czasową 60 min.

Charakterystyczny jest przebieg zmian stężenia metanu na wylocie ze ściany. Na rys. 2 pokazano przebieg zmian ciśnienia barometrycznego na powierzchni przy malejącym ciśnieniu barometrycznym.



Rys. 2. Spadek ciśnienia barometrycznego na powierzchni i towarzysząca temu zmiana stężenia metanu na wylocie ze ściany z przyległymi zrobami

Na rys. 3 pokazany jest przebiegi zmian stężenia metanu w chodniku D-31a wywołany zniżką barometryczną .



Rys. 3. Zmiana stężenia metanu na wylocie ze ściany z przyległymi zrobami

Program *VentZroby* umożliwia prognozowanie rozkładów stężeń gazów zrobowych. Na rysunku 4 pokazano początkowy rozkład stężenia metanu w zrobach i rozkład stężenia metanu w zrobach po upływie 17 minut od rozpoczęcia zniżki ciśnienia barometrycznego.



Rys. 4. Rozkład stężenia metanu w zrobach po upływie 17 minut od rozpoczęcia zmiany (zniżka) ciśnienia barometrycznego

Na kolejnych rysunkach pokazano zmiany rozkładu stężenia metanu w zrobach w czasie trwania zniżki barometrycznej. Rysunek nr 5 pokazuje sytuację po 26 minutach od początku zniżki. Rysunek nr 6 pokazuje rozkład stężenia metanu w zrobach po upływie dwu godzin. Analiza uzyskanego rozwiązania pokazuje, że po upływie 30 minut izolinie stężenia metanu nie przesuwają się co oznacza, że wypływ metanu ma swoje maksimum po czym powoli, z inną stałą czasową powraca do pierwotnego poziomu.

**Przykład 2** dotyczy symulacji zwyżki barometrycznej. Przyjęto, że ciśnienie barometryczne zmienia się eksponencjalnie od 97600 Pa do 98800 Pa ( $\Delta p = 1200$  Pa) ze stałą czasową 60 min.

Charakterystyczny jest przebieg zmian stężenia metanu na wylocie ze ściany. Na rys. 7 pokazany przebiegiem zmian ciśnienia barometrycznego na powierzchni przy rosnącym ciśnieniu barometrycznym.

Na rys. 8 pokazany jest przebiegi zmian stężenia metanu w chodniku D-31a wywołany zwyżką barometryczną.

Podobnie jak w przykładzie 1 na rysunku 9 pokazano początkowy rozkład stężenia metanu w zrobach i rozkład stężenia metanu w zrobach po upływie 17 minut od rozpoczęcia zwyżki ciśnienia barometrycznego.

Na kolejnych rysunkach pokazano zmiany rozkładu stężenia metanu w zrobach w czasie trwania zwyżki barometrycznej. Rysunek nr 10 pokazuje sytuację po 105 minutach od początku zwyżki. Rysu-



Rys. 5. Rozkład stężenia metanu w zrobach po upływie 26 minut od rozpoczęcia zmiany (zniżka) ciśnienia barometrycznego



Rys. 6. Rozkład stężenia metanu w zrobach po upływie 121 minut od rozpoczęcia zmiany (zniżka) ciśnienia barometrycznego



Rys. 7. Wzrost ciśnienia barometrycznego na powierzchni i towarzysząca temu zmiana stężenia metanu na wylocie ze ściany z przyległymi zrobami

nek nr 11 pokazuje rozkładu stężenia metanu w zrobach po upływie 1445 minutach. Analiza uzyskanego rozwiązania pokazuje, że izolinie stężenia metanu przesuwają się co oznacza, że metan przemieszcza się w głąb zrobów.

Należy zauważyć, że uzyskano interesujący rezultat, gdyż zjawisko zniżka – zwyżka jest niesymetryczne. Dla przypadku zniżki już po 30 minutach strumień metanu wypływającego do wyrobiska zmniejszał się. W przypadku zwyżki ciśnienia strumień metanu przepływa w głąb zrobów.



Rys. 8. Zmiana stężenia metanu na wylocie ze ściany z przyległymi zrobami



Rys. 9. Rozkład stężenia metanu w zrobach po upływie 15 minut od rozpoczęcia zwyżki ciśnienia barometrycznego



Rys. 10. Rozkład stężenia metanu w zrobach po upływie 26 minut od rozpoczęcia zmiany (zniżka) ciśnienia barometrycznego

Różnicę w czasach ustalania przebiegów stężenia po zmianie ciśnienia barometrycznego dla dodatniej i ujemnej pochodnej czasowej ciśnienia można tłumaczyć następująco. Dla stałego ciśnienia barometrycznego w zrobach występuje przepływ od wlotu do wylotu ściany, wywołany gradientem ciśnienia wzdłuż ściany i przepływ w kierunku do ściany, spowodowany stałym dopływem metanu do zrobów. Zniżka barometryczna powoduje wzrost prędkości przepływu w kierunku do ściany i w wyniku tego zwiększa się prędkość wyrównywania gradientu ciśnienia w tym kierunku. W przypadku zwyżki barometrycznej zachodzi zjawisko przeciwne. Wypływ metanu w kierunku do ściany i strumień powietrza wywołany zwyżką ciśnienia ba-



Rys. 11. Rozkład stężenia metanu w zrobach po upływie 121 minut od rozpoczęcia zmiany (zniżka) ciśnienia barometrycznego

rometrycznego mają kierunki przeciwne, co powoduje zmniejszenie się prędkości wypadkowej i znacznie wolniejsze wyrównywanie gradientu ciśnienia w kierunku do ściany. Dodatkowo, przy spadku ciśnienia barometrycznego do wyrobiska ścianowego dopływa mieszanina powietrza i metanu, która była w zrobach przed zmianą ciśnienia, szybko zwiększając stężenie metanu w strumieniu na wylocie ściany, natomiast przy wzroście ciśnienia barometrycznego następuje dopływ do zrobów powietrza z prądu płynącego wyrobiskiem ścianowym, ze znacznie mniejszym stężeniem metanu niż w mieszaninie znajdującej się w zrobach. Powietrze to wypiera mieszaninę zrobową, co dobrze widać na rysunkach 9, 10 i 11. Ma to taki skutek, że po ustaleniu się ciśnienia barometrycznego i odwróceniu kierunku strumienia w zrobach do ściany, najpierw wypływa zgromadzone w zrobach powietrze, co nie powoduje zmian stężenia metanu w strumieniu na wylocie ściany. Dopiero po dłuższym czasie zaczyna wypływać mieszanina o większym stężeniu metanu i następuje wzrost stężenia metanu w strumieniu powietrza wypływającym ze ściany.

#### 7. Wnioski

Walidacji modelu matematycznego przewietrzania kopalni jest zagadnieniem trudnym, przede wszystkim z powodu konieczności dysponowania dostatecznie dużą liczbą zarejestrowanych w kopalni przebiegów przejściowych porównywanych wielkości.

Wyniki pomiarów muszą być podawane z określoną niepewnością pomiaru, tak aby wektor parametrów stanu dla modelu mógł być wyznaczony ze znaną wiarygodnością. Wprawdzie coraz więcej kopalń stosuje monitoring podstawowych wielkości wentylacyjnych, takich jak prędkości przepływu powietrza w bocznicach, stężenia metanu i tlenku węgla, to brakuje w systemach monitoringu pomiaru ciśnień absolutnych w węzłach sieci. To powoduje, że nie jest możliwe prowadzenie weryfikacji parametrów modeli zrobów, symulujących zjawisko przepływu przez zroby jako przez ośrodek porowaty i zjawisko tzw. oddychania zrobów, polegające na wypływie z objętości zrobów powietrza i metanu przy spadku ciśnienia barometrycznego i dopływie do zrobów powietrza przepływającego w ścianie przy wzroście ciśnienia barometrycznego.

Przedstawione przykłady symulacji zniżki i zwyżki pokazują nowe możliwości programu *VentZroby*. Uzyskane rozkłady stężenia metanu dla zniżki barometrycznej są odmienne niż w przypadku zwyżki barometrycznej. Dokładna interpretacja tego zjawiska wymaga wykonania większej liczby przypadków obliczeniowych i obserwacji kopalnianych.

Uzupełnienie systemów monitoringu wentylacji kopalń o czujniki ciśnienia absolutnego i czujniki gęstości powietrza, a także zmniejszenie niepewności pomiaru strumieni objętości w bocznicach, pozwoli na skuteczną weryfikację parametrów modelu matematycznego przewietrzania kopalni, co powinno skutkować pozytywną walidacją tego modelu.

#### Literatura

- Badura H., 2001: Podstawy krótkoterminowej prognozy metanowości w oparciu o teorię szeregów czasowych, XVIII Seminarium "Zwalczanie zagrożenia metanowego w kopalniach teoria i praktyka", Rybnik 2001.
- Blecharz B., Dziurzyński W., Krach A., Pałka T., 2003: Symulacja przepływu mieszaniny powietrza i metanu w rejonie ściany, z uwzględnieniem procesu urabiania i odstawy węgla, Mechanizacja i Automatyzacja Górnictwa nr 3-4 (2003), s. 55-67.
- Biernacki K., Gumiński A.: 1999: Ocena dokładności wykonywania bazy danych kopalnianej sieci wentylacyjnej dla obliczeń komputerowych, Mat. 1. Szkoły Aerologii Górniczej, Zakopane.
- Chrzanowski A., 1961: Dokładność pomiaru prędkości powietrza zwykłymi anemometrami skrzydelkowymi, Przegląd Górniczy, z. 10.
- Dziurzyński W., 1998: *Prognozowanie procesu przewietrzania kopalni głębinowej w warunkach pożaru podziemnego*, Studia, Rozprawy, Monografie, Wyd. IGSMiE PAN, Kraków.
- Dziurzyński W., Krach A., 1983: *Non-steady state in a mine ventilation network caused by a side inflow*, Arch. Górn., t. 28, z. 2.
- Dziurzyński W., Krach A., Krawczyk J., Pałka T., 2004: Weryfikacja modelu matematycznego wydzielania metanu w rejonie ściany z uwzględnieniem zmian ciśnienia barometrycznego, Prace IMG PAN, t. 6, nr 3-4.
- Dziurzyński W, Krawczyk J., 2001: Unsteady flow of gases in a mine ventilation network a numerical simulation, Archives. of Mining Sci. Vol. 46, Issue 2.
- Dziurzyński W, Krawczyk J., 2002: Analiza wpływu ogniska pożaru i emisji metanu na rozpływ gazów w sieci wyrobisk, Górnictwo, R. 26, z. 1.
- Dziurzyński W., Tracz J., Trutwin W., 1987: On mathematical models of the flow air and gases due to outbursts in the mine ventilation networks, Archives of Mining Sci. Vol. 2, Iss. 1.
- Dziurzyński W., Tracz J., Trutwin W., 1987: Numerical simulation of the flow of air and outburst gases in a ventilation network of a mine, Archives of Mining Sci. Vol. 2, Issue 1.
- Dziurzyński W., Trutwin W., 1978: Numeryczna metoda obliczania nieustalonego przepływu powietrza w kopalnianej sieci wentylacyjnej, Górnictwo 1.
- Frączek R., 2001: *Prognozowanie zagrożenia metanowego w kopalniach węgla kamiennego*, XVIII Seminarium "Zwalczanie zagrożenia metanowego w kopalniach teoria i praktyka", Rybnik.
- Frycz A., Kozłowski B., 1979: Przewietrzanie kopalń metanowych, Wyd. "Śląsk", Katowice.
- Gościński A., Łazarski E., Nawarecki E., 1974: Problemy sterowania złożonymi procesami, AGH, Skrypty Uczelniane, Nr 464.
- GUM, 1995: Wyrażanie niepewności pomiaru. Przewodnik, Główny Urząd Miar.
- Kajdasz Z., Markefka P., Stefanowicz T., 2002: Zagrożenia aerologiczne wywołane w kopalniach głębinowych zmianami ciśnienia barometrycznego Sposób eliminowania, Ratownictwo Górnicze nr 2 (26), CSRG Bytom.
- Kozłowski B., 1972: Prognozowanie zagrożenia metanowego w kopalniach węgla kamiennego, Wyd. "Śląsk", Katowice.
- Krach A., 2002: Measurement uncertainty of static differential pressure measurement in mine ventilation networks using the barometric method, Archives of Mining Sci., Vol. 47, Issue 3.
- Krach A., 2004: Wpływ zmian ciśnienia barometrycznego na stężenie metanu w prądzie powietrza wypływającym z rejonu ściany z przyległymi zrobami model matematyczny i algorytm obliczeniowy, Archives of Mining Sci., Vol. 49, Issue 1.
- Krach A. 2004: Źródła niepewności w kopalnianych pomiarach wentylacyjnych, Archives of Mining Sci., Vol. 49, Spec. Issue.
- Nawrat S., 1999: *Eksperymentalne i modelowe badania procesu wypełniania metanem otamowanych wyrobisk w kopalniach węgla kamiennego*, Prace naukowe, badawcze, wdrożeniowe EMAG Katowice, nr 1 (11).
- Tarasow B.G., Kołmakow B. A., 1978: Gazowyj barier ugolnych szacht, Izdatielstwo "Niedra", Moskwa.
- Trutwin W., 1972: Symulacja cyfrowa stanów nieustalonych procesów przewietrzania i regulacji kopalnianych sieci wentylacyjnych. Zesz. Probl. Górnictwa PAN, t. 10, z. 2.
- Trutwin W., 1973: *Wpływ warunków przewietrzania na stężenie metanu w wyrobiskach kopalnianych*, Górnictwo, t. 11, z. 2.
- Wasilewski S., 1984: Analiza niektórych parametrów sieci wentylacyjnej kopalni, Praca doktorska, IMG PAN, Kraków.
- Wasilewski S., 1998: Stany nieustalone przepływu powietrza i stężenia metanu w wyrobiskach kopalnianych, Prace naukowo badawcze-wdrożeniowe EMAG Katowice, nr 1/9

# Validation of the mine ventilation mathematical model applied in VentMet software using measurement database of a selected underground mine ventilation region

#### Abstract

Paper presents the mathematical model of ventilation of underground mine applied in the VentMet software, which has been developed at IMG-PAN as a part of the Mine Ventilation Engineer Package. This model describes flow of air, noxious and explosive gases like methane or fire gases in the network of mine workings, including both turbulent flow galleries and filtration in goaf. A newly developed feature considers phenomena called goaf breathing, which are an effect of exchange of goaf gasses forced by changes of barometric pressure. Results of a computer simulation of these phenomena in a region including longwall and adjacent goaf were presented. Parameters of branches being both airways and a grid structure representing goaf were described. The problem of uncertainty of the model parameters and structure was outlined. Due to random disturbances of flow, validation requires customization of the measurement data to obtain a vector of the state of the model. A measure of uncertainty of the model was defined. Minimized measure of uncertainty is a validation proof for the mine ventilation model.

Keywords: mine ventilation, filtration in goaf, measurement uncertainty, computer simulation

Recenzował: prof. dr hab inż. Janusz Roszkowski, Akademia Górniczo-Hutnicza