Prace Instytutu Mechaniki Górotworu PAN
Tom 7, nr 1-2, (2005), s. 65-70

Zastosowanie algorytmu z wykładniczym zapominaniem do korekcji dynamicznej metodą „w ciemno"

Paweł Jamróz[1], Andrzej Skalski[2]

[1] *Instytut Mechaniki Górotworu PAN, ul. Reymonta 27; 30-059 Kraków*
[2] *Katedra Metrologii Akademii Górniczo-Hutniczej, al. Mickiewicza 30; 30-059 Kraków*

Streszczenie

W artykule przedstawiono ideę korekcji dynamicznej z wykorzystaniem dwóch czujników pomiarowych. Metoda ta pozwala na jednoczesną identyfikację parametrów dynamicznych oraz korekcję błędu dynamicznego wnoszonego przez przetworniki. Z uwagi na często występujące fluktuacje współczynników opisujących dynamikę czujników, w pracy skupiono się nad iteracyjną metodą identyfikacji pozwalającą na szybkie ich wykrywanie. W pracy zamieszczono przykładowe wyniki badań symulacyjnych przeprowadzonych z wykorzystaniem omawianej metody.

Słowa kluczowe: korekcja, błąd dynamiczny, przetwornik I rzędu, identyfikacja

1. Wstęp

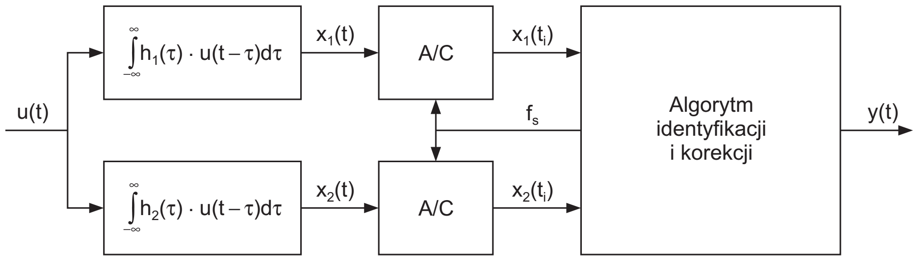
Zagadnienie korekcji dynamicznej metodą „w ciemno" porusza tematykę pomiarów z wykorzystaniem układu dwóch torów pomiarowych, w których czujniki poddawane są temu samemu, nieznanemu wymuszeniu [4, 6, 7, 8]. Zakładając dowolny kształt przebiegu mierzonych sygnałów w funkcji czasu, zadanie korekcji jest rozwiązywalne w układzie z dwoma czujnikami o różnych właściwościach dynamicznych. Głównym celem stosowania takiego systemu jest minimalizacja błędów wynikających z budowy i właściwości czujników pomiarowych. W trakcie działania takiego systemu dokonywana jest minimalizacja wskaźnika jakości określonego jako kwadrat różnicy sygnałów odpowiedzi z poszczególnych torów przetwarzania sygnałów.

Zgodnie z obecnymi tendencjami konstruowania systemów pomiarowych prezentowany system wykorzystuje proste układy analogowe, a ciężar końcowego wyznaczania wyniku pomiaru został przerzucony na stronę programową.

W odróżnieniu od innych metod korekcji (np. szeregowej lub równoległej) nie ma potrzeby przeprowadzania wcześniejszej identyfikacji wartości współczynników modelu toru pomiarowego związanych z jego właściwościami dynamicznymi. Wszelkie zmiany wartości tych współczynników są na bieżąco wykrywane i uwzględniane w procedurze korekcji. W fazie projektowania i tworzenia torów pomiarowych wystarczające jest tylko oszacowanie zakresu możliwych zmian wartości tych współczynników.

Artykuł ten zawiera przykładowe badania symulacyjne przeprowadzone dla czujników pomiarowych zamodelowanych jako obiekty inercyjne pierwszego rzędu.

System oparty o powyższe założenia można przedstawić w postaci schematu blokowego przedstawionego na rys. 1. Sygnał mierzony $u(t)$ doprowadzony jest do wejść dwóch analogowych przetworników o różnych właściwościach dynamicznych. Sygnały wyjściowe tych przetworników $x_1(t)$ oraz $x_2(t)$ przetwarzane są na ich reprezentację cyfrową z częstotliwością próbkowania f_s. Na tak uzyskanych danych przeprowadzana jest procedura identyfikacji współczynników modelu dynamiki przetworników [7].



Rys. 1. Schemat blokowy systemu pomiarowego wykorzystującego korekcję dynamiczną metodą „w ciemno", $h_1(\tau)$, $h_2(\tau)$ – odpowiedzi impulsowe obiektów, f_s – częstotliwość próbkowania

Dynamikę powyższego systemu można zapisać w postaci następujących równań:

$$\begin{cases} u(t) = x_1(t) + T_1 \dfrac{dx_1(t)}{dt} \\ u(t) = x_2(t) + T_2 \dfrac{dx_2(t)}{dt} \end{cases} \tag{1}$$

Porównanie prawych stron układu i dalsze przekształcenia prowadzą do powstania nadokreślonego układu równań zapisanego w postaci macierzowej:

$$\begin{bmatrix} \dfrac{dx_1(1)}{dt} & -\dfrac{dx_2(1)}{dt} \\ \dfrac{dx_1(2)}{dt} & -\dfrac{dx_2(2)}{dt} \\ \vdots & \vdots \\ \dfrac{dx_1(i)}{dt} & -\dfrac{dx_2(i)}{dt} \\ \vdots & \vdots \\ \dfrac{dx_1(N)}{dt} & -\dfrac{dx_2(N)}{dt} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2(1) - x_1(1) \\ x_2(2) - x_1(2) \\ \vdots \\ x_2(i) - x_1(i) \\ \vdots \\ x_2(N) - x_1(N) \end{bmatrix} \tag{2}$$

Problem identyfikacji stałych czasowych sprowadza się do rozwiązania powyższego układu równań. W niniejszym artykule zaproponowano metodę z wykorzystaniem algorytmu „z wykładniczym zapominaniem".

2. Zmodyfikowany algorytm „z wykładniczym zapominaniem"

Jednym z zadań w trakcie procesu korekcji jest konieczność przeprowadzenia autoidentyfikacji parametrów określający dynamikę czujników pomiarowych. W badanym systemie opracowano algorytm identyfikacji opierający się na właściwościach klasycznego algorytmu „z wykładniczym zapominaniem" [2, 4].

Idea algorytmu polega na tym, że wpływ przeszłych wyników pomiarowych na aktualnie wyznaczane parametry obiektów maleje wraz z różnicą czasu bieżącego, a czasem uzyskania wyników. Szybkość, z jaką maleje wpływ przeszłych pomiarów zależy od wartości współczynnika zapominania λ. W metodzie tej w miejsce minimalizacji zwykłej sumy kwadratów błędów, jak to ma miejsce w klasycznym algorytmie najmniejszej sumy kwadratów, minimalizowana jest suma ważona.

Algorytm można przedstawić w postaci[1]:

$$T_i = T_{i-1} + K_i \cdot \left(\left(x_2(i) - x_1(i) \right) - \left[\dot{x}_1(i) - \dot{x}_2(i) \right] \cdot T_{i-1} \right) \tag{3}$$

gdzie:

$$K_i = P_{i-1} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_1(i) \\ -\dot{x}_2(i) \end{bmatrix} \cdot c_i \tag{4}$$

[1] W celu uproszczenia zapisu t_i zastąpiono i.

$$P_i = \left(A_i^T \cdot A_i\right)^{-1} \tag{5}$$

$$P_{i-1} = \left(A_{i-1}^T \cdot A_{i-1}\right)^{-1} \tag{6}$$

$$c_i = \frac{1}{\lambda + \left[\dot{x}_1(i) - \dot{x}_2(i)\right] \cdot \left(A_{i-1}^T \cdot A_{i-1}\right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_1(i) \\ -\dot{x}_2(i) \end{bmatrix}} \tag{7}$$

$$A_i = \left[\dot{x}_1(i) - \dot{x}_2(i)\right] \tag{8}$$

$\dot{x}_1(i)$, $\dot{x}_2(i)$ – pierwsze pochodne sygnałów odpowiedzi czujników $x_1(t)$, $x_2(t)$ w chwili t_i, wyznaczane jako progresywne ilorazy różnicowe pierwszego rzędu.

Warunki początkowe dobrano z następujących zależności:

$$P_0 = \left(A_{1,10}^T \cdot A_{1,10}\right)^{-1} \tag{9}$$

$$T_0 = \left({A_{1,10}}^T \cdot A_{1,10}\right)^{-1} \cdot {A_{1,10}}^T \cdot b_{1,10} \tag{10}$$

$$A_{1,10} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1(1) & - \dot{x}_2(1) \\ \dot{x}_1(2) & - \dot{x}_2(2) \\ \vdots & \vdots \\ \dot{x}_1(10) & -\dot{x}_2(10) \end{bmatrix}, \quad b_{1,10} = \begin{bmatrix} x_2(1) - x_1(1) \\ x_2(2) - x_1(2) \\ \\ x_2(10) - x_1(10) \end{bmatrix} \tag{11), (12}$$

Z uwagi na fakt, że obydwa tory pomiarowe są równorzędne, jako sygnał odtworzony $y(t)$ wzięto średnią arytmetyczną sygnałów na wyjściu korektorów dla wyznaczonej chwili czasu opisany zależnością (13).

$$y(t) = \frac{x_1(t_i) + T_{1i} \cdot \dot{x}_1(t_i) + x_2(t_i) + T_{2i} \cdot \dot{x}_2(t_i)}{2} \tag{13}$$

Stosowanie algorytmu „z wykładniczym zapominaniem” wymaga niewielkiej pamięci procesora oraz mniejszych nakładów obliczeniowych. Dodatkową zaletą stosowania tego algorytmu jest możliwość pracy „na bieżąco”.

3. Analiza uzyskanych wyników symulacyjnych

Decydującym o przebiegu procesu identyfikacji parametrem jest współczynnik λ. Mówi on o wpływie poprzednich wyników identyfikacji (dla chwil $(i-1, i-2, i-3, ...)$) na bieżącą wartość oceny parametrów dynamicznych obiektów.

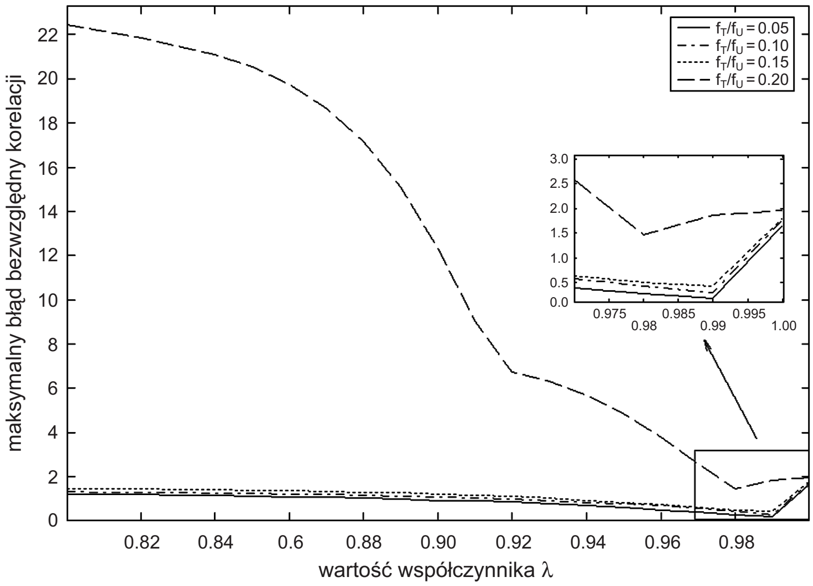
Przyjmując $\lambda = 1$ otrzymujemy algorytm rekurencyjny, w którym wszystkie wyniki pomiarowe wpływają z jednakową wagą na aktualną ocenę parametrów obiektu.

Wraz ze zmniejszeniem wartości współczynnika λ pamięć algorytmu staje się krótsza, co oznacza, że o aktualnych to jest wyznaczonych w i-tej chwili wartościach współczynników modelu decyduje coraz mniejsza liczba przeszłych wyników pomiarowych. Wartość współczynnika λ dobiera się w zależności od szybkości zmian parametrów identyfikowanego obiektu oraz od poziomu zakłóceń zawartych w wynikach pomiarowych gdyż jego wpływ jest dwukierunkowy. Z jednej strony skracanie pamięci algorytmu (odpowiada mu zmniejszanie wartości współczynnika λ) zwiększa dynamikę tego algorytmu, co oznacza, że posiada on większą zdolność do reagowania na szybkie zmiany parametrów obiektu. Z drugiej strony wyznaczanie ocen parametrów identyfikowanego obiektu (ma to miejsce właśnie w przypadku skracania pamięci algorytmu) powoduje, że wyniki identyfikacji są bardziej wrażliwe na zakłócenia.

W oparciu o powyższe rozważania przeprowadzono badania symulacyjne wpływu parametru λ na bezwzględny błąd skuteczności korekcji opisany wzorem:

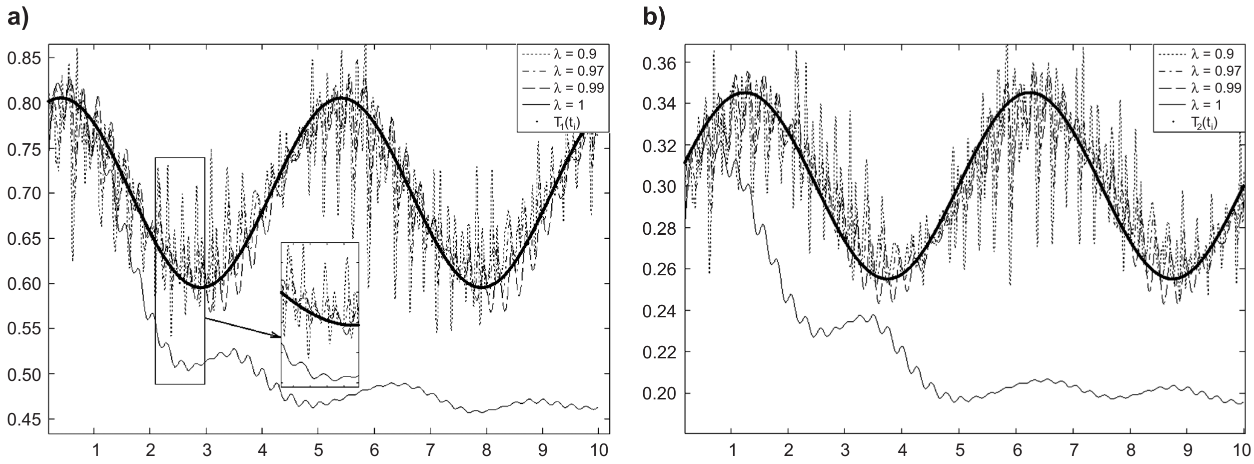
$$\Delta = \max \left|u(t_i) - y(t_i)\right| \qquad i = 1, 2, ..., N \tag{14}$$

System pomiarowy został poddany wymuszeniu $u(t) = 4{,}5 \cdot \sin(2\pi f_U t)$, gdzie $f_U = 2$ Hz. Zgodnie z założeniami odnośnie różnej dynamiki czujników pomiarowych, czujniki zamodelowano obiektami inercyjnymi pierwszego rzędu o „stałych czasowych” wynoszących odpowiednio: $T_1 = K_1 + 0.15 \cdot K_1 \cdot \sin(2\pi \cdot f_T \cdot t))$, $T_2 = K_2 + 0.15 \cdot K_2 \cdot \sin(2\pi \cdot f_T \cdot t + \varphi))$, gdzie f_T/f_U = var, $K_1 = 0.3$, $K_2 = 0.7$ (Rys. 2).



Rys. 2. Wpływ współczynnika zapominania λ na maksymalny błąd bezwzględny korekcji

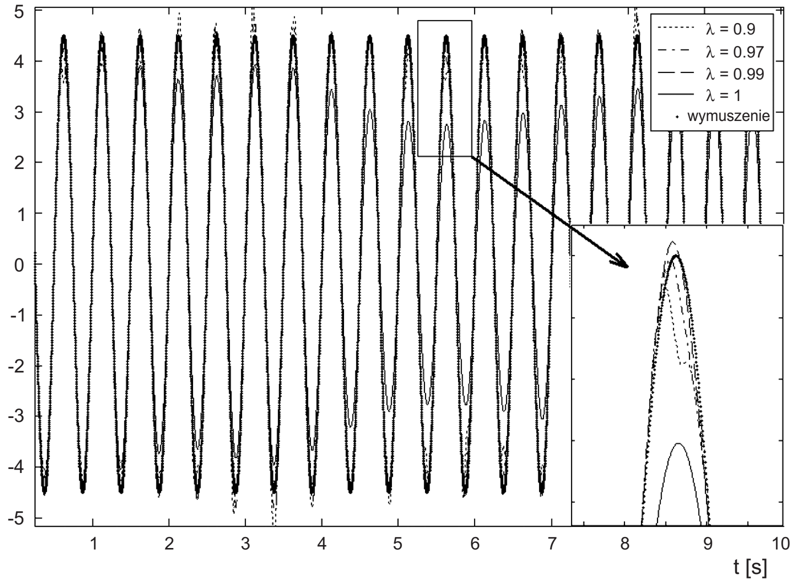
Dla założonych parametrów systemu pomiarowego oraz przyjęciu $f_T/f_U = 0.1$ sprawdzono dokładność identyfikacji (Rys. 3).



Rys. 3. Wpływ współczynnika lambda na dokładność identyfikacji parametrów dynamicznych czujników pomiarowych zamodelowanych jako obiekty inercyjne *i*-go rzędu.
a) identyfikacja $T_1 = K_1 + 0.15 \cdot K_1 \cdot \sin(2\pi \cdot f_T \cdot t))$, b) identyfikacja $T_2 = K_2 + 0.15 \cdot K_2 \cdot \sin(2\pi \cdot f_T \cdot t + \varphi))$, gdzie $K_1 = 0.3$, $K_2 = 0.7$

Z uwagi na wpływ dokładności identyfikacji parametrów dynamicznych [4] czujników pomiarowych na skuteczność korekcji dynamicznej metodą „w ciemno”, otrzymane lepsze wyniki identyfikacji będą przekładać się na zwiększenie dokładności samej korekcji dynamicznej. Oprócz dokładności identyfikacji, na skuteczność korekcji wpływ ma dokładność wyznaczenia pochodnej sygnału otrzymanego z czujników pomiarowych, jak i również sam zarejestrowany sygnał (wzór 13).

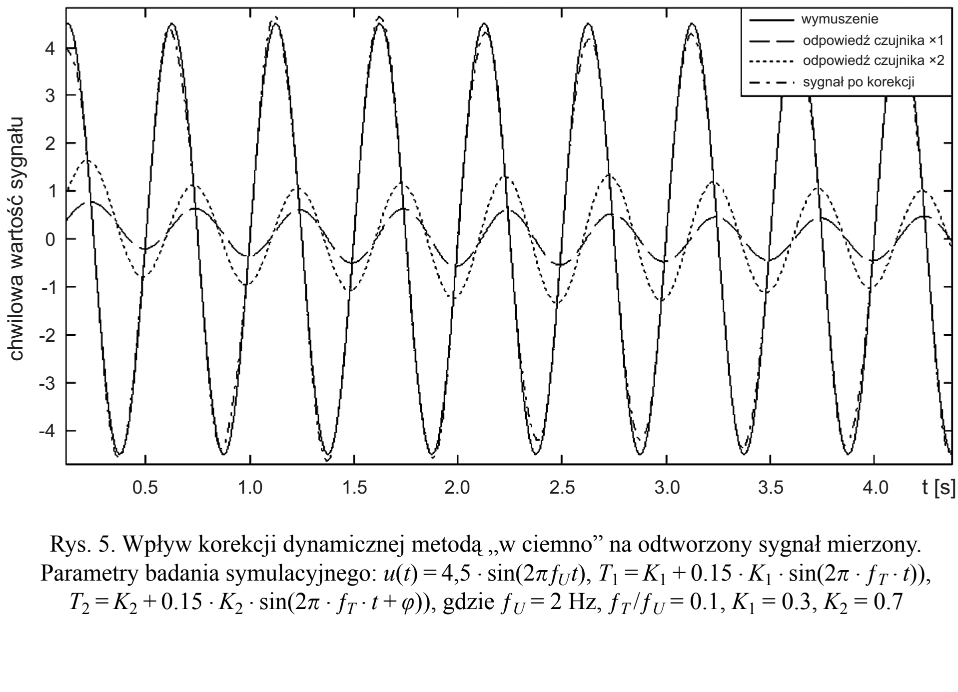
Na rysunku 4 zaprezentowano fragment zasymulowanego sygnału, którym pobudzano układ pomiarowy. Rysunek ten przedstawia również zarejestrowane, skorygowane w oparciu o opisywaną metodę sygnały odpowiedzi.



Rys. 4. Wpływ współczynnika lambda na dokładność korekcji dynamicznej metodą „w ciemno”

Otrzymane wyniki symulacyjne potwierdzają wcześniejsze badania. Dla współczynnika $\lambda = 0.99$ otrzymano najlepsze dopasowanie sygnału po korekcji do rzeczywistego sygnału pomiarowego.

Dzięki zastosowaniu korekcji dynamicznej metodą „w ciemno” uzyskuje się lepsze odtworzenie sygnału mierzonego (Rys. 5) w porównaniu do zarejestrowanego sygnału odpowiedzi czujników pomiarowych [4, 6 , 7, 8].



Rys. 5. Wpływ korekcji dynamicznej metodą „w ciemno” na odtworzony sygnał mierzony. Parametry badania symulacyjnego: $u(t) = 4{,}5 \cdot \sin(2\pi f_U t)$, $T_1 = K_1 + 0.15 \cdot K_1 \cdot \sin(2\pi \cdot f_T \cdot t))$, $T_2 = K_2 + 0.15 \cdot K_2 \cdot \sin(2\pi \cdot f_T \cdot t + \varphi))$, gdzie $f_U = 2$ Hz, $f_T/f_U = 0.1$, $K_1 = 0.3$, $K_2 = 0.7$

Dla obiektów stacjonarnych o niezmiennych parametrach w czasie zasadne jest stosowanie algorytmu dla λ [2], który przyjmuje postać rekurencyjnego algorytmu najmniejszej sumy kwadratów. W sytuacji gdy parametry obiektu mogą ulegać zmianie w czasie, należy zastanowić się nad odpowiednim doborem wartości parametru λ w zależności od dynamiki tych zmian, typu wymuszenia oraz występujących zakłóceń.

4. Podsumowanie

W artykule zaprezentowano algorytm identyfikacji parametrów dynamicznych metodą najmniejszych kwadratów z wykładniczym zapominaniem. Jak pokazały przeprowadzone badania istotnym problemem jest dobór parametru λ. W prezentowanym przykładzie (rys. 2) optymalna wartość współczynnika lambda wynosi 0.99. Jeżeli wpływ zmian sygnału wymuszającego na parametry dynamiczne jest duży zaleca się stosowanie metody przedstawionej w [8], która zwiększa złożoność problemu identyfikacyjnego.

Przedstawiona metoda identyfikacji jest możliwa do implementacji w strukturach FPGA, co pozwala na przeprowadzanie korekcji w czasie rzeczywistym.

5. Literatura

[1] Björck Å., Dahlquist G.: *Metody numeryczne,* WN PWN, Warszawa 1983.

[2] Gajda J., Szyper M.: *Modelowanie i badania symulacyjne systemów pomiarowych,* Wyd. AGH, Kraków 1998.

[3] Hagel R., Zakrzewski J.: *Miernictwo dynamiczne*, Wyd. II, WNT, Warszawa 1984.

[4] Jamróz P., Skalski A.: *Badania symulacyjne wpływu wybranych algorytmów identyfikacji na dokładność korekcji „w ciemno" dla torów pomiarowych niskiego rzędu*, Praca magisterska, Kraków AGH 2005.

[5] Mathworks Inc.: "Matlab. User's Guide".

[6] Nabielec J.: *An Outlook on the DSP Dynamic Error Blind Correction of the Analog Part of the Measurement Channel*, The 16th IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference IMTC/99, Venice, Italy, May 24-26, 1999.

[7] Nabielec J., Jamróz P., Skalski A.: *Hybrydowy algorytm korekcji „w ciemno" dla torów pomiarowych niskiego rzędu*, Elektrotechnika i Elektronika 2005, t. 24, z. 2 – w druku.

[8] Nabielec J., Zatorski A.: *Korekcja błędu dynamicznego niestacjonarnego systemu pomiarowego I rzędu „w ciemno" dla wybranego przypadku okresowego*, XV Sympozjum Modelowanie i Symulacja Systemów Pomiarowych, 18-22 września 2005 r. Krynica – w druku.

Iteration algorithm of the "blind correction" for the low order transducers

Abstract

The article presents the measuring system destined for the "blind" correction of the dynamic error and one of the identification method, which can be used in real time. "Blind" correction allows to identify dynamic characteristic of the I-order system sensors and to correct the dynamic error in the same time. The presented iteration algorithm allows for slow fluctuation of sensors' value time constants relating to measuring signal. Theoretical discussion is visualized by simulation research results.

Keywords: dynamic error, I-order transducer, self-identification, blind correction

Recenzował: dr inż. *Barbara Bisztyga*, Akademia Górniczo-Hutnicza