# Modelowanie konwergencji w modularnej strukturze wielopoziomowej kopalni soli

GRZEGORZ KORTAS, AGNIESZKA MAJ

Instytut Mechaniki Górotworu PAN, ul. Reymonta 27; 30-059 Kraków

#### Streszczenie

Praca przedstawia studium konwergencji w modularnej strukturze wielopoziomowej kopalni soli w oparciu o symulacje MES. Rozpoznano wpływ właściwości sprężystych i lepkich na wartości i rozkład przemieszczeń w komorach, wyrażonych przez konwergencje liniowe i powierzchniowe. Zbadano wpływ kształtu struktur i zmiany konwergencji w funkcji czasu. Praca stanowi podstawę do powiązania przemieszczeń w wyrobiskach z obniżeniami powierzchni.

Slowa kluczowe: konwergencja wyrobisk, kopalnie soli, modelowanie MES, struktury wielopoziomowe

# 1. Wstęp

Mierzalnym objawem ruchu górotworu są konwergencje wyrobisk. Pomiar konwergencji prowadzony jest we wszystkich kopalniach soli, w wybranych chodnikach i komorach. We wcześniejszych publikacjach przedstawiono podstawowe związki między konwergencjami pojedynczego, odosobnionego wyrobiska korytarzowego [1, 2, 3]. W warunkach kopalnianych, na przykład w wielopoziomowej kopalni soli, wpływy sąsiednich wyrobisk powodują specyficzne zróżnicowanie zaciskania wyrobisk. Celem pracy jest pierwsze przedstawienie związków konwergencji z właściwościami w sprężysto-lepkimi ośrodka oraz kształtem struktury, która odwzorowuje geometrię wielopoziomowej komorowo-filarowej kopalni.

Studium opiera się na symulacjach komputerowych metodą elementów skończonych dla warunków fizycznych górotworu solnego przy ustalonej temperaturze ośrodka. Ze względu na znaczną ilość czynników wpływających na rozkłady konwergencji ograniczono się tu do badań najprostszych geometrycznie układów komór, filarów i półek.

Studia konwergencji skierowane są do tych, którzy mierzą konwergencje i interpretują wyniki jej pomiarów.

# 2. Założenia modelowe

#### 2.1. Modularność geometryczna struktury

Prostym odwzorowaniem wielopoziomowej kopalni lub komorowo-filarowego pola górniczego może być struktura modelowa. Nazwiemy ją modularną, jeżeli wymiary odwzorowanych komór, filarów i półek we wszystkich obszarach struktury są identyczne, jak w obszarze jednostkowym, w którym zdefiniuje się ich stosunki. Obszar jednostkowy, może być wycinkiem przestrzeni jedno-, dwu- lub trójwymiarowej (1D, 2D, 3D). Przykładem modularności 2D jest eksploatacja otworowa długimi pionowymi komorami przy stałej odległości między osiami kawern. Jeżeli eksploatacja podziemna prowadzona jest długimi poziomymi komorami w kierunku Y przy zachowaniu stałej szerokości s i wysokości komór h oraz stałej szerokości filarów f i grubości półek p, to przestrzenią, w której ujawniają się skutki geomechaniczne jest płaszczyzna pionowa XZ. Występuje wtedy płaski stan przemieszczenia i odkształcenia i trójwymiarowy stan naprężenia. W kierunku poziomym *Y* przemieszczenia i odkształcenia są równe zeru, natomiast ujawniają się zmienne naprężenia, ale identyczne w każdym przekroju prostopadłym do *Y*.

Niech wymiarem modułu będzie s – szerokość długiej komory o przekroju prostokątnym. Wtedy proporcje wymiarów h/s, f/s, p/s tworzą cechy modułu M. Składowe struktury określa ilość komór i w kierunku X oraz j w kierunku Z. Wymiar s, cechy M(h/s, f/s, p/s) i składowe N(i, j) określają geometrię struktury modularnej 2D o poziomej i pionowej osi symetrii. Górotwór bez komór odwzorowuje wtedy struktura o składowych N(0,0).

Strukturę nazwiemy horyzontalną lub wertykalną, jeżeli i > j lu b i < j. Wyróżnić można struktury jedno- lub wieloszeregowe. Jednoszeregowe horyzontalne, jeżeli i>1 ij=1 oraz jednoszeregowe wertykalne, gdy i = 1 ij>1. W strukturze wieloszeregowej i>1 oraz j>1. Strukturę modularną {s, M(h/s, f/s, p/s), N(i, j)} charakteryzuje jej wymiar poziomy  $L_X$  i pionowy  $L_Z$  oraz pola powierzchni: komór  $S_K$ , filarów pionowych  $F_K$ , poziomych  $P_K$  i krzyżowych  $Q_K$  i ich względne odpowiedniki ( $\Lambda_X, \Lambda_Z, \Xi, \Phi, \Pi, \Theta$ ). Między nimi zachodzą następujące proste związki (1):

$$\Lambda_{X} = L_{X}/s = i + (i-1)f/s; \quad \Lambda_{Z} = L_{Z}/s = jh/s + (j-1)p/s; \quad \Xi = S/s^{2} = ijh/s; \\ \Phi = F/s^{2} = (i-1)j(f/s)(h/s); \quad \Pi = P/s^{2} = i(j-1)p/s; \quad \Theta = Q/s^{2} = (i-1)(j-1)(f/s)(p/s);$$
(1)  
$$L_{X} \times L_{Z} = S + F + P + Q; \quad \Lambda_{X}\Lambda_{Z} = \Xi + \Phi + \Pi + \Theta$$

Charakterystykę geometryczną badanych struktur przedstawiono w tabeli 1.

Nr	<i>s</i> .[m]	N( <i>i</i> , <i>i</i> )	M(h/s,f/s,p/s)	$\Lambda_X$	$\Lambda_{7}$	Ξ	Φ	П	Θ	$\Lambda_{Y}\Lambda_{Z}$
Komory o przekroju kwadratowym w płaszczyźnie XZ										
Ko04	15		1, 0, 0	1	1	1	0	0	0	1
Ko15	15	2, 1	1, 1, 0	3	1	2	1	0	0	3
Ko14	15	4, 1	1, 1, 0	7	1	4	3	0	0	7
Ko11	15	6, 1	1, 1, 0	11	1	6	5	0	0	11
Ko13	15	1, 2	1, 0, 1	1	3	2	0	1	0	3
Ko12	15	1,4	1, 0, 1	1	7	4	0	3	0	7
Ko16	15	1,6	1, 1, 0	1	11	6	0	5	0	11
Ko10	15	6, 4	1, 1, 1	11	7	24	20	18	15	77
Ko09	15	4,6	1, 1, 1	7	11	24	18	20	15	77
Ko18	15	8,4	1, 1, 1	15	7	32	28	24	21	105
Ko19	15	4, 8	1, 1, 1	7	15	32	24	28	21	105
		]	Komory o prze	kroju pro	stokątnyi	m w płasz	czyźnie X	Z		
Ko07	10	2,4	2, 2, 1	4	11	16	6	6	16	44
Ko05	20	2, 4	1/2, 1/2, 1	21/2	5	4	6	11/2	1	121/2
Ko08	10	4, 2	2, 2, 1	10	5	16	4	6	24	50
Ko06	20	4, 2	1/2, 1/2, 1	51/2	2	4	4	11/2	1,5	11

Tab. 1. Testowane struktury modelowe kopalni

#### 2.2. Właściwości fizyczne i prawa materiałowe

Przyjęto, że ośrodek modelowy ma właściwości sprężysto–lepkie. Zastosowano prawo Hooke'a dla opisu fazy sprężystej procesu odkształcania i prawo pełzania Nortona ze wzmocnieniem czasowym [4] dla fazy odkształceń lepkich, co odpowiada właściwościom górotworu solnego. Odkształcenie jest wtedy sumą odkształcenia sprężystego i lepkiego  $\varepsilon = {}^{e}\varepsilon + {}^{v}\varepsilon$ . Równanie stanu dla odkształceń sprężystych można przedstawić w formie tensorowej (2):

$${}^{D}\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} {}^{D}\varepsilon_{ij}; \qquad {}^{A}\sigma_{m} = \frac{E}{1-2\nu} {}^{A}\varepsilon_{m}$$
(2)

gdzie:

 $\delta_{ij}$  – symbol Kroneckera,  ${}^{A}\sigma_{m} = \sigma_{\alpha\alpha}/3$  – naprężenie średnie,  ${}^{A}\varepsilon_{m} = \varepsilon_{aa}/3$  – odkształcenie średnie określające odkształcenie objętościowe (1/3 pierwszego niezmiennika aksjatora odkształcenia), 4

$${}^{D}\sigma_{ij} = \sigma_{ij} - {}^{n}\sigma_{m}\delta_{ij}$$
 – dewiator naprężenia,  
 ${}^{D}\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij} - {}^{A}\varepsilon_{m}\delta_{ij}$  – dewiator odkształcenia reprezentujący odkształcenie postaciowe,  
 $\varepsilon_{p}$  – intensywność odkształceń.

Odkształcenia lepkie opisuje rozszerzone potęgowe prawo pełzania Nortona, które dla jednoosiowego napreżenia i jednoosiowego odkształcenia przedstawia się następujaco:

$$\varepsilon = A\sigma^n t^m \exp(-\frac{Q}{RT})$$
(3)

gdzie:

Л

A, n, m – stałe materiałowe,

t - czas.

Q – energia aktywacji dla procesu pełzania,

R – stała gazowa,

T – temperatura.

Prawo to pozostaje ważne w przestrzeni trójwymiarowej, gdy jednoosiowe naprężenie i jednoosiowe odkształcenie zastapione zostaną przez wartości efektywne (intensywności) tensora napreżenia i odkształcenia [5]. Zakłada się, że rozpatrywany ośrodek jest izotropowy i odkształca się objętościowo tylko zgodnie z prawem Hooke'a. Przy ustalonej temperaturze ośrodka można wprowadzić nową stała  $B = A \exp[-Q/(RT)]$ . Po rozszerzeniu prawa dla stanu trójosiowego i wprowadzeniu stałej B oraz zróżniczkowaniu po czasie t, zależność Nortona zapisuje się w postaci (4):

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{3}{2} m B \sigma_{ef}^{n-1} {}^D \sigma_{ij} t^{m-1}$$
(4)

gdzie:

B, n, m - stałe materiałowe ( $0 < m \le 1$ ),

 $\sigma_{ef}$  – naprężenie efektywne (intensywność naprężeń),

 ${}^{D}\sigma_{ii}$  – dewiator naprężenia.

Właściwości fizyczne ośrodka są określane przez gęstość lub gradient naprężenia litostatycznego  $\gamma$ , moduł sprężystości Younga E i współczynnik Poissona v oraz współczynniki B, m i n, które decydują o podatności na pełzanie. W obliczeniach przyjęto ustalone wartości  $\gamma = 21,58$  kPa/m (gęstość 2200 kg/m<sup>3</sup>), v = 0.3 oraz n = 2.0 i m = 1.0 (rozdz. 3.1 - 3.3). Wpływ m na proces pełzania przedstawiono w rozdziale 3.4. Założono, że ośrodek jest jednorodny. W tabeli 2 przedstawiono stosowane w obliczeniach wartości stałych fizycznych.

Tab. 2. Przyjęte właściwości fizyczne i okresy czasu

nr	γ	Ε	v	В	N	т	Modelowe okresy, t		sy, <i>t</i>
miary	kPa/m	GPa		$10^{-25} Pa^{-2} s^{-1}$			0-1 lat	0-19,5 lat	0-20,5 lat
Go90	21,58	0,75	0,30	0,30	2,00	1,00	x*		
Go91	21,58	0,75	0,30	0,30	2,00	1,00		x	х
Go94	21,58	1,00	0,30	0,30	2,00	1,00	x		
Go95	21,58	1,00	0,30	0,30	2,00	1,00		x	х
G088	21,58	0,75	0,30	0,60	2,00	1,00	x		
G089	21,58	0,75	0,30	0,60	2,00	1,00		x	х
Go84	21,58	1,50	0,30	0,60	2,00	1,00	x		
G085	21,58	1,50	0,30	0,60	2,00	1,00		X	х
Go80	21,58	1,50	0,30	1,20	2,00	1,00	x		
Go81	21,58	1,50	0,30	1,20	2,00	1,00		X	х
Go82	21,58	1,50	0,30	2,40	2,00	1,00	x		
G083	21,58	1,50	0,30	2,40	2,00	1,00		X	Х
* x _ wv	* x – wykonanie obliczeń przemieszczeń w poszczególnych okresach czasu $t$								

# 2.3. Model matematyczny

Model matematyczny MES sprowadzał się do zadania 2D, w którym wyrobiska reprezentowane są przez układ geometryczny struktury  $\{s,M,N\}$ . W otoczeniu komór modelowych zadano zagęszczoną, prostokątną siatkę węzłów o oczkach  $d_x$  i  $d_y$  tak dobranych, aby na środku szerokości i wysokości komór oraz w ich narożach zlokalizowane były węzły. Wymiar poziomy i pionowy zagęszczonej siatki  $D_x = n_x d_x$  i  $D_z = n_z d_z$  z założenia był zawsze większy od wymiarów struktury  $L_X$  i  $L_Z$ . Opis tych siatek przedstawiono w tabeli 3, a przykładową siatkę dla N(8,4) na rys. 1.

Nr	N(i,j)	$d_x$	$d_z$	$n_x$	n <sub>z</sub>	$D_x$	$L_X$	$D_z$	$L_Z$	
Mi	Miary		m			М	m	m	m	
		Komory o przekroju kwadratowym w płaszczyźnie XZ								
Si15	2, 1	2,5	2,5	51	31	127,5	45	77,5	15	
Si15	4, 1	2,5	2,5	81	61	127,5	105	77,5	15	
Si11	1, 2	2,5	2,5	81	61	202,5	15	152,5	45	
Si10	1,4	2,5	2,5	81	41	202,5	105	102,5	15	
Si13	6, 1	2,5	2,5	71	51	177,5	165	127,5	15	
Si07	6, 4	7,5	7,5	81	41	607,5	165	307,5	105	
Si08	4, 6	7,5	7,5	31	41	232,5	105	307,5	165	
Si17	1,6	2,5	2,5	41	81	102,5	15	202,5	165	
Si18	8,4	3,75	3,75	81	51	303,75	225	191,25	105	
Si19	4, 8	3,75	3,75	51	81	191,25	105	303,75	225	
		Komory o przekroju prostokątnym w płaszczyźnie XZ								
Si15	4, 2	2,5	2,5	51	31	127,5	105	77,5	15	
Si14	2, 4	2,5	2,5	31	51	77,5	50	127,5	110	

Tab. 3. Siatka węzłów w obrębie struktury

Od brzegów zagęszczonej siatki do granic geometrycznych modelu w odległości poziomej 400 m stosowano rozrzedzoną siatkę węzłów. Środek struktury, przez który przechodzi pozioma i pionowa oś symetrii był zawsze na głębokości 400 m, a dolna krawędź modelu na głębokości 800 m.

W procesie stosowano przemieszczeniowe warunki brzegowe. Na skrajnych krawędziach pionowych modelu dopuszczono tylko przemieszczenia pionowe, a na krawędzi dolnej tylko przemieszczenia poziome. Takie warunki brzegowe i wymiary otoczenia struktury zapewniały zachowanie litostatycznego stanu naprężenia na brzegach modelu.



Rys. 1. Przykładowa siatka węzłów dla N(8,4)

# 2.4. Procedury przetworzeń komputerowych

Przystępując do nowego i tak złożonego problemu, trudno wybrać *a priori* właściwy zestaw zmiennych, wartości danych wyjściowych, a także sposób rozwiązania i przedstawiania wyników. Wyłania się to dopiero po wielu – nie w pełni udanych i bardzo czasochłonnych – próbach. Przyjęto ostatecznie następujący tryb postępowania:

- 1. Ustalano typ struktury  $N_{ii}$ , dobierano siatkę struktury i wartości stałych materiałowych
- 2. Wykonywano prace przed-procesorowe, czyli zapisy w plikach tekstowych Ko??, Si??, Go?? w kodzie MES; kombinacje Ko??, Si??, Go?? tworzyły poszczególne zadania
- 3. Przeprowadzano symulacje MES reakcji struktury  $N_{00}$  i  $N_{ii}$  dla okresu 1 roku,
- 4. Przeprowadzano symulacje MES reakcji struktury  $N_{ii}$  dla okresu 19,5 i 20,5 lat
- 5. Wykonywano prace po-procesorowe i zapis wyników w plikach tekstowych

Dalsze prace, po zakończeniu obliczeń w MES, polegały na:

- 6. Obliczeniu różnic przemieszczeń w czasie 1. roku  ${}^{1}\Delta U = U(N_{ij}, 1) U(N_{00}, 1)$  dla węzłów w obrębie zagęszczonej siatki
- 7. Obliczeniu przyrostów przemieszczeń od 19,5 do 20,5 roku, czyli  ${}^{20}\Delta U = [U(N_{ij}, 20, 5) U(N_{00}, 20)] [U(N_{ij}, 19, 5) U(N_{00}, 20)] = U(N_{ij}, 20, 5) U(N_{00}, 19, 5)$  dla węzłów w obrębie zagęszczonej siatki
- 8. Wyszukaniu węzłów na ścianach komór i na kierunkach głównych konwergencji liniowych, w poszczególnych zadaniach i obliczenie przyrostów  ${}^{1}\Delta u$  i  ${}^{1}\Delta w$  oraz  ${}^{20}\Delta u$  i  ${}^{20}\Delta w$ .

Przedstawiony cykl postępowania przeprowadzono dla kombinacji ilości struktur i właściwości fizycznych (Ko??, Si??, Go??). W rezultacie przeprowadzono 360 odrębnych zadań obejmujących 360\*4 symulacji komputerowych MES. Wynikiem obliczeń były setki plików zawierających dane wynikowe. Syntezy wyników zawierają zestawienia określające:

- ilościowy opis struktur,
- przemieszczenia *u*, *w* wszystkich punktów leżących na bokach komór oraz konwergencji głównych  $k_s$  i  $k_h$  oraz  $\xi_s = k_s/s$  i  $\xi_h = k_h/h$  w okresie 1. roku od t = 0 do t = 1 rok i od t = 19,5 do t = 20,5 roku,
- dla dwóch okresów czasu (<sup>1</sup> i <sup>20</sup>) obliczano przyrosty względnych głównych konwergencji liniowych pionowych  $\Delta \xi_h$ , poziomych  $\Delta \xi_s$ , stosunku  $\Delta \xi_h / \Delta \xi_s$  i powierzchniowych  $\Delta \xi_s$  (metodą Gaussa) we wszystkich komorach struktury N(*i*,*j*),
- obliczano wskaźniki zaciskania struktury: przyrosty względnych konwergencji powierzchniowych poszczególnych poziomów i całości struktury  $\Delta \xi_s$  oraz średnie wartości stosunku  $1/(ij)^* \Sigma (\Delta \xi_h / \Delta \xi_s)$  struktury.

Wyróżnia się konwergencje: bezwzględne, których miarą jest [m] lub [m<sup>2</sup>] oraz względne, które są bezwymiarowe ([1], [‰]). W tekście uproszczono zapis stosując wskaźniki czasu <sup>1</sup> i <sup>20</sup>. W dyskusji wyników obliczeń termin konwergencja oznacza w rozdz. 3.1-3.3 przyrost w czasie jednego roku konwergencji: bezwzględnej z oznaczeniem *k* lub względnej z oznaczeniem  $\xi$ .

# 3. Wyniki symulacji

# 3.1. Wpływ właściwości sprężystych i lepkich na konwergencje

Przedmiotem pierwszych studiów było zbadanie wpływu ściśliwości i podatności na pełzanie na konwergencję w 1. (<sup>1</sup>) i 20. (<sup>20</sup>) roku. Ściśliwość jest sprężystą właściwością materiału i charakteryzuje ją moduł ściśliwości  $K = E/[3(1-2\nu)]$ . Wiadomo, że między odkształceniem objętościowym a aksjatorem naprężenia zachodzi relacja  ${}^{A}\sigma_{m} = 3K^{A}\varepsilon_{m}$ , czyli spadek modułu Younga odpowiada wzrostowi ściśliwości ośrodka.

Przy stałej wartości v = 0,30 w tabeli 4 zestawiano wyniki 6 zadań dla różnych wartości modułu Younga *E* i współczynnika *B*. Zmiana modułu Younga *E* powoduje w przybliżeniu odwrotnie proporcjonalne do *E* zwiększenie konwergencji powierzchniowej  ${}^{1}k_{S}$  w 1. roku. Przyrost konwergencji powierzchniowej struktury w 20. roku natomiast jest w przybliżeniu proporcjonalny do *B*. Dla uczytelnienia tych zależności wartości konwergencji można odpowiednio skorygować.

N( <i>i</i> , <i>j</i> ), <i>s</i> , <i>M</i>	E, CPa	$B*10^{+25}$ $Ba^{-2}a^{-1}$	${}^{1}k_{S}$	${}^{20}k_{S}$	$a=E^1k_S$	$b=20k_{s}/B$	a/b
	0.75	<i>rus</i>	m <sup>2</sup>	<i>m<sup>2</sup></i>	0.720	0.022	0.2(2
	0.75	3.00	-11.65	-0.10	8./38	0.033	0.262
2,1	0.75	3.00	-8.//	-0.09	8.//0	0.030	0.292
s = 15  m	0.73	6.00	-11.73	-0.19	0.015	0.032	0.278
<i>M</i> (1,1,0)	1.50	12.00	-3.97	-0.18	0.933	0.030	0.299
	1.50	24.00	-6.57	-0.55	9.270	0.028	0.394
	0.75	3.00	_24.99	_0.22	18 742	0.023	0.354
	1.00	3.00	-18 79	-0.22	18.742	0.073	0.230
4,1	0.75	6.00	-16.75	-0.23	18.908	0.077	0.243
s = 15  m	1.50	6.00	-12.82	-0.43	19.230	0.072	0.204
M(1,1,0)	1.50	12.00	-13.29	-0.76	19.935	0.063	0.315
	1.50	24.00	-14 20	-1.39	21 300	0.058	0.368
	0.75	3.00	-38.95	-0.37	29 213	0.123	0.237
	1.00	3.00	-29.29	-0.36	29.290	0.120	0.244
6,1	0.75	6.00	-39.32	-0.71	29.490	0.118	0.249
s = 15  m	1.50	6.00	-20.04	-0.70	30.060	0.117	0.258
M(1,0,1)	1.50	12.00	-20.78	-1.26	31,170	0.105	0.297
	1.50	24.00	-22.24	-2.35	33,360	0.098	0.341
	0.75	3.00	-10.03	-0.07	7.522	0.023	0.322
	1.00	3.00	-7.54	-0.07	7.540	0.023	0.323
1,2	0.75	6.00	-10.09	-0.15	7.567	0.025	0.303
s = 15  m	1.50	6.00	-5.11	-0.13	7.665	0.022	0.354
M(1,0,1)	1.50	12.00	-5.26	-0.25	7.890	0.021	0.379
	1.50	24.00	-5.55	-0.49	8.325	0.020	0.408
	0.75	3.00	-19.61	-0.13	14.707	0.043	0.339
	1.00	3.00	-14.76	-0.13	14.760	0.043	0.341
1,4	0.75	6.00	-19.76	-0.30	14.820	0.050	0.296
s = 15  m	1.50	6.00	-10.02	-0.26	15.030	0.043	0.347
M(1,0,1)	1.50	12.00	-10.30	-0.53	15.450	0.044	0.350
	1.50	24.00	-10.83	-1.03	16.245	0.043	0.379
	0.75	3.00	-125.27	-1.10	93.953	0.367	0.256
	1.00	3.00	-94.13	-1.07	94.130	0.357	0.264
6,4	0.75	6.00	-126.31	-2.13	94.732	0.355	0.267
s = 15  m	1.50	6.00	-64.19	-2.01	96.285	0.335	0.287
M(1,1,1)	1.50	12.00	-66.37	-3.71	99.555	0.309	0.322
	1.50	24.00	-70.56	-6.71	105.840	0.280	0.379
	0.75	3.00	-101.16	-0.81	75.870	0.270	0.281
	1.00	3.00	-76.03	-0.81	76.030	0.270	0.282
4,6	0.75	6.00	-101.95	-1.62	76.462	0.270	0.283
s = 15  m M(1, 1, 1)	1.50	6.00	-51.70	-1.52	77.550	0.253	0.306
M(1,1,1)	1.50	12.00	-53.34	-2.91	80.010	0.242	0.330
	1.50	24.00	-56.54	-5.30	84.810	0.221	0.384
	0.75	3.00	-34.11	-0.31	25.582	0.103	0.248
4.2	1.00	3.00	-25.66	-0.32	25.660	0.107	0.241
$^{4,2}$ s = 15 m	0.75	6.00	-34.42	-0.65	25.815	0.108	0.238
$M(\frac{1}{2}, 2, \frac{1}{2})$	1.50	6.00	-17.52	-0.61	26.280	0.102	0.258
	1.50	12.00	-18.16	-1.14	27.240	0.095	0.287
	1.50	24.00	-19.36	-2.11	29.040	0.088	0.330
	0.75	3.00	-60.56	-0.50	45.420	0.167	0.273
4 2	1.00	3.00	-45.53	-0.49	45.530	0.163	0.279
s = 15  m	0.75	6.00	-61.05	-0.94	45.788	0.157	0.292
$M(2, \frac{1}{2}, 2)$	1.50	6.00	-31.04	-0.86	46.560	0.143	0.325
	1.50	12.00	-32.03	-1.52	48.045	0.127	0.379
	1.50	24.00	-34.01	-2.65	51.015	0.110	0.462
	0.75	3.00	-36.11	-0.30	27.082	0.100	0.271
24	1.00	3.00	-27.18	-0.32	27.180	0.107	0.255
s = 15  m	0.75	6.00	-36.41	-0.61	27.307	0.102	0.269
$M(\frac{1}{2}, 2, \frac{1}{2})$	1.50	6.00	-18.52	-0.60	27.780	0.100	0.278
-(	1.50	12.00	-19.09	-1.15	28.635	0.096	0.299
	1.50	24.00	-20.34	-2.21	30.510	0.092	0.331
	0.75	3.00	-46.49	-0.31	34.868	0.103	0.337
2.4	1.00	3.00	-34.93	-0.30	34.930	0.100	0.349
s = 15  m	0.75	6.00	-46.80	-0.60	35.100	0.100	0.351
$M(2,\frac{1}{2},2)$	1.50	6.00	-23.71	-0.53	35.565	0.088	0.403
× / / /	1.50	12.00	-24.28	-0.99	36.420	0.083	0.441
	1 1 50	1 24.00	-25.47	1 -1 82	1 38 205	0.076	0 504

Tab. 4. Przyrosty konwergencji powierzchniowych dla różnych wartości E i B

Zestaw wskaźników  $a = {}^{1}k_{S}*E$  i  $b = {}^{20}k_{S}/B$  (w tabeli 5 nie podano ich jednostek) pokazuje, że tak skorygowane wartości konwergencji dla badanych zmienności *E* i *B* są prawie stałe, niezależnie od wprowadzonej do obliczeń struktury. Efektem drugorzędowym, powodującym zakłócenie proporcjonalności  ${}^{1}k_{S}$  do *E* jest wpływ pełzania na konwergencje komór w czasie pierwszego roku, zależny od wartości *B*.

Konwergencja powierzchniowa struktury w 20. roku nie jest ściśle proporcjonalna do współczynnika *B*. Odchylenie od proporcjonalności wzrasta z wartością *B* przy stałej wartości *E*. Przy większych wartościach *B* szybciej następuje proces wyrównywania naprężeń głównych w otoczeniu struktury. Odchylenie od proporcjonalności przy stałej wartości *B* i wzroście *E* wskazywać może na oddziaływanie procesów zagęszczania lub rozrzedzania ośrodka na konwergencje, a ich wpływ zależy od kształtu struktur.

Iloraz *a/b* dla wszystkich badanych struktur mieści się w granicach od 0,238 do 0,504. Średnie wartości tak obliczonych wskaźników *a, b* i *a/b* przedstawiono w tabeli 5.

N(i,j)	$S_K$	$a = {}^{1}k_{S}E$	$b = {}^{20}k_S/B$	a/b
2,1	450,0	9,07	0,0296	0,310
4,1	900,0	19,48	0,0685	0,288
6,1	1350,0	30,43	0,1135	0,271
1,6	1350,0	24,42	0,0687	0,355
4,8	7200,0	84,75	0,2208	0,384
8,4	7200,0	105,75	0,2792	0,376
1,2	450,0	7,75	0,0224	0,348
1,4	900,0	15,17	0,0445	0,342
6,4	5400,0	97,42	0,3337	0,296
4.6	5400.0	78,46	0.2544	0.311

Tab. 5. Średnie wartości a i b

Wartości *a* i *b* przedstawić można jako funkcje powierzchni przekroju struktury  $S_K$ . Dla struktur o ilości *i* komór rosnących w kierunku poziomym (*i*,1) ich wartości są o <sup>1</sup>/<sub>4</sub> większe niż dla struktur odpowiednio rosnących w kierunku pionowym (1,*j*). Zmienność tę ilustruje wykres na rys. 2.



Rys. 2. Wskaźniki a i b dla różnych struktur horyzontalnych i wertykalnych

Wykorzystanie powyższych zależności służyć może poszukiwaniu stałych materiałowych E i B na podstawie pomiarów konwergencji w wyrobiskach.

# 3.2. Konwergencja w jednoszeregowych strukturach horyzontalnych i wertykalnych

Kolejne studia polegały na zbadaniu zmienności konwergencji w komorach w strukturach różniących się kształtem. W praktyce pomiarowej identyfikacja konwergencji sprowadza się na ogół do pomiaru przyrostu głównych konwergencji liniowych, poziomych i pionowych. Ze względu na zróżnicowane wymiary wyrobisk wyraża się je jako wielkości względne  $\xi_s$ ,  $\xi_h$ . Syntetycznym wskaźnikiem zaciskania w tym przypadku jest względna konwergencja powierzchniowa  $\xi_s$ . Rozkład wartości tych konwergencji przedstawiono dla prostych jednoszeregowych struktur horyzontalnych i wertykalnych na przykładzie N(6,1) i N(1,6), rys. 3.



Rys. 3. Rozkład konwergencji w strukturze N(6,1), ‰

Na rysunkach przedstawianych w rozdz. 3.2 i 3.3 kolorem szarym przedstawia się rozkłady konwergencji powierzchniowej, kolorem czarnym – głównej konwergencji pionowej i głównej konwergencji poziomej; wartości konwergencji podano w ‰. W obliczeniach przyjmowano E = 1,5 GPa i  $B = 2,4*10^{-25}$ Pa<sup>-2</sup>s<sup>-1</sup>. W procesie zaciskania konwergencje przybierają wartości ujemne. Zgodnie z przyjętą konwencją, wzrost lub spadek takiej konwergencji oznacza, że jej wartość bezwzględna rośnie lub maleje.

Maksymalne wartości  ${}^{1}\xi_{h}$  (dolna część wykresu) i  ${}^{20}\xi_{h}$  (górna część wykresu) występują w środku jednopoziomowej struktury, na brzegu są o 8% mniejsze, natomiast konwergencje poziome w 1. i 20. roku są prawie jednakowe we wszystkich komorach. Rozkład konwergencji powierzchniowej jest podobny do rozkładu konwergencji pionowej; jej maksimum pojawia się w środkowych komorach. Podobna relacja między konwergencjami na brzegu struktury i w jej środku zachodzi dla N(4,1).

Stosunek  ${}^{1}\xi_{h}{}^{/2}\xi_{s}$  w N(6,1) wzrasta od 3,07 na brzegu do 3,60 w środku struktury. Dla rosnącej liczby komór w szeregu  ${}^{20}\xi_{h}{}^{/20}\xi_{s}$  wynosi: dla N(1,1) 1,0; dla N(2,1) 1,03; dla N(4,1) od 1,12 do 1,18 a dla N(6,1) od 1,11 do 1,24 (w środku struktury). Wzrost ilości komór w jednoszeregowej horyzontalnej strukturze powoduje w fazie płynięcia lepkiego zwiększenie dominacji konwergencji pionowej w środku struktury.

Inne relacje występują w strukturach wertykalnych N(1,j), (rys. 4). W pierwszym roku w N(1,6) maksymalne konwergencje poziome pojawiają się poniżej środka struktury (lewa część wykresu), w drugiej

od dołu komorze. Natomiast najmniejsza konwergencja pionowa występuje w drugiej od góry komorze. Konwergencja powierzchniowa wzrasta nieliniowo z głębokością.

W 20. roku konwergencje poziome są większe niż pionowe i podobnie jak konwergencja powierzchniowa oraz suma konwergencji głównych, rosną nieliniowo z głębokością.



Rys. 4. Rozkład konwergencji w strukturze N(1,6), ‰

## 3.3. Konwergencje w wieloszeregowych strukturach horyzontalnych i wertykalnych

Rozkłady konwergencji w wieloszeregowych strukturach i ich zmiany w czasie są bardziej złożone. Dla M(1,1,1) przykładami takich **horyzontalnych** struktur N(i,j) przy i > j są N(6,4) – rys. 5 i N(8,4) – rys. 6.

Maksymalna konwergencja pionowa  ${}^{1}\xi_{h}$  pojawia się w środku struktury we wszystkich poziomach, a na brzegach poziomów jest o 10% mniejsza.  ${}^{1}\xi_{h}$  rośnie nieliniowo z głębokością.  ${}^{20}\xi_{h}$  spada na brzegach poziomów, wyraźniej na najniższym poziomie. W środku struktury konwergencje pionowe wyrównują się.

Konwergencja pozioma  ${}^{1}\xi_{s}$  jest najmniejsza w środku pola; zróżnicowanie konwergencji poziomej i pionowej między brzegiem a środkiem rośnie z głębokością. W 20. roku zróżnicowanie to w poszczególnych poziomach maleje; na górnym poziomie osiąga minimum w środku, a na dolnych poziomach występuje odwrotny rozkład.

Konwergencje pionowe, poziome i powierzchniowe rosną z głębokością.

Ze wzrostem ilości komór *i* z 6 do 8 przy j = 4 spadek konwergencji poziomej na brzegu pola w pierwszym roku jest bardziej wyraźny; w strukturze N(8,4) jest większy niż w N(6,4), rys. 6.

Konwergencja pozioma  ${}^{1}\zeta_{s}$  jest najmniejsza w środku pola; zróżnicowanie wartości konwergencji poziomej i pionowej na brzegu i w środku poziomów rośnie z głębokością. W 20. roku zróżnicowanie konwergencji w poszczególnych poziomach maleje; na górnym poziomie osiąga minimum w środku, a na dolnych poziomach występuje odwrotny układ. Konwergencje pionowe, poziome i powierzchniowe rosną z głębokością.

Stosunek  ${}^{1}\xi_{h}/{}^{1}\xi_{s}$  dla N(8,4) wynosi od 1,80 na środkowych poziomach przy brzegu pola, 2,65 w środku pola do 2,95 w środkowych komorach na górnym i dolnym poziomie. Rozkład  ${}^{1}\xi_{h}/{}^{1}\xi_{s}$  dla N(6,4) jest podobny do tego rozkładu dla struktury N(8,4), a wartości  ${}^{1}\xi_{h}/{}^{1}\xi_{s}$  – w granicach od 1,85 na brzegu do 2,50 w środku struktury i 2,90 w środku górnego i dolnego poziomu.



Rys. 5. Rozkład konwergencji w 1. i 20. roku w strukturze N(6,4), ‰



Rys. 6. Rozkład konwergencji w 1. i 20. roku w strukturze N(8,4), ‰

Zmienności konwergencji w kierunku poziomym i pionowym oraz zmiana konwergencji w czasie (przyrost 1. i 20. roku) są podobne do zmian w poziomych i pionowych strukturach jednoszeregowych.

W wieloszeregowej strukturze **wertykalnej** N(4,6), rys. 7, rozkłady konwergencji pionowej, poziomej i powierzchniowej oraz ich zmiany w czasie wykazują także podobieństwo do rozkładów konwergencji jednoszeregowych struktur wertykalnych i wieloszeregowych struktur horyzontalnych (rys. 6 i 7).



Rys. 7. Rozkład konwergencji w 1. i 20. roku w strukturze N(4,6), ‰

Wartości  ${}^{20}\xi_{h}/{}^{20}\xi_{s}$  w strukturze N(4,6) zawierają się w granicach od 0,88 w środku struktury do 1,18 w górnym i dolnym poziomie. W strukturze N(4,8), rys. 8, konwergencja pozioma jest większa od konwergencji pionowej. Stosunek  ${}^{20}\xi_{h}/{}^{20}\xi_{s}$  jest od 0,64 przy brzegu 2. i 3. poziomu do 0,96 we wszystkich komorach najniższego poziomu.

Podobieństwo rozkładów konwergencji {N(1,6) do N(4,8) i N(6,1) do N(8,4)} jest wyraźniejsze niż {N(1,6) do N(4,6) i N(6,1) do N(6,4)}, co wskazuje, że zależy ono od podobieństwa ich smukłości, czyli stosunków  $L_Z/L_X$  lub j/i.

Wielkością charakteryzującą deformacje jest **odkształcenie**, a jego miarą – odkształcenie objętościowe i intensywność odkształceń określająca odkształcenie postaciowe. W strukturze modularnej wartości maksymalne intensywności odkształcenia  $\varepsilon_p$  pojawiają się na konturze komory: w narożach, w środku wysokości i szerokości, a minimalne w środku filarów krzyżowych. Rozkład przyrostu rocznego intensywności odkształcenia  ${}^D\varepsilon$  w 1. i 20. roku przedstawiono na przykładzie struktury N(6,4) na rys. 9 i 10.

Rozkład  $\varepsilon_p$  w 20. roku jest podobny do rozkładu w 1. roku. Również wartości ekstremalne odkształceń pojawiają się w tych samych miejscach struktury. Zauważa się, że podobnie jak konwergencje, intensywność odkształcenia rośnie z głębokością. Stosunek przyrostów  ${}^{1}\varepsilon_{p}/{}^{20}\varepsilon_{p}$  odpowiada w przybliżeniu stosunkowi  ${}^{1}\xi_{S}/{}^{20}\xi_{S}$ . Szersza analiza związków odkształceń z konwergencjami nie jest przedmiotem tej pracy, jest jednak istotna ze względu na możliwości oceny na tej drodze ruchu we wnętrzu górotworu.

# 3.4. Wpływ czasu na konwergencje

W ośrodku wykazującym właściwości reologiczne czas jest istotną zmienną procesu konwergencji. W przyjętym prawie pełzania zakłada się liniową zależność odkształcenia od parametru *B* i czasu w potędze *m*. Przyjęte założenia fizyczne powodują, że w takim ośrodku modelowym początkowo zachodzi reakcja sprężysta  ${}^{e}\xi$ , potem postępuje redystrybucja naprężeń, która jest następstwem procesów relaksacji i pełzania oraz sprężystych zmian gęstości ośrodka.



Rys. 8. Rozkład konwergencji w 1. i 20. roku w strukturze N(4,8), ‰



Rys. 9. Intensywność odkształcenia w 1. roku, ‰

Mierzalnym efektem tych procesów w warunkach kopalnianych są zmiany zaciskania komór w czasie, które wyrazić można konwergencją względną powierzchniową struktury  $G = \zeta_S(N_{i,j}, t)$  i jej prędkością  $G' = d\zeta_S(N_{i,j}, t)/dt$ . Zmienność G i G' w funkcji czasu silnie zależy od parametru m. Funkcje G i G' badano dla trzech wartości parametru m: 1,00; 0,67 i 0,33 w strukturach: N(8,4), N(6,4), N(4,4), N(4,6) i N(4,8). Wyznaczano wartości względnych konwergencji powierzchniowych struktur w 1., 5., 10., 20., 50. i 200. roku, rys. 11.



Rys. 10. Intensywność odkształcenia w 20. roku, ‰



Rys. 11. Względne konwergencje powierzchniowe struktur w funkcji czasu, ‰

Funkcje  $G - c_1 = c_2(t+1)^c$  tworzą rodzinę prostych funkcji potęgowych. Wartości stałych otrzymanych z aproksymacji podano na rys. 11. Wykładnik *c* maleje z wartością *m*, 0 < c < m. Dla *m* = 1,0 funkcja *G* jest prawie liniowa, a wartość *c* dla badanego zestawu struktur zawiera się w przedziale od 0,856 do 0,886; dla m = 0,67 - od 0,525 do 0,555; dla m = 0,33 - od 0,228 do 0,243.

Zaznacza się wpływ smukłości struktury na kształt funkcji G. Dla N(4,6) i N(4,4) funkcje G prawie się pokrywają. Ze spadkiem smukłości struktury  $L_Z/L_X$  zmniejsza się wartość c i bezwzględna wartość  $c_1$ , a rośnie bezwzględna wartość  $c_2$ .

Prędkości względnych konwergencji powierzchniowych jako funkcje czasu przedstawić można wyznaczając pochodne funkcji *G* (rys. 12). Funkcje  $G' = cc_2(t+1)^{c-1}$  dążą asymptotycznie do zera. Im wartość *m* jest mniejsza, tym większy jest spadek prędkości konwergencji w czasie.



Rys. 12. Prędkość względnej konwergencji powierzchniowej struktur w funkcji czasu, ‰/rok

Zmiana w wartości konwergencji z upływem czasu jest następstwem procesu redystrybucji naprężeń, dążących do wytworzenia stanu litostatycznego w otoczeniu struktury. W jej wnętrzu stan taki osiągnięty zostanie dopiero po całkowitym zaciśnięciu komór. Efektem długotrwałego procesu pełzania jest wyrównywanie się wartości prędkości głównych konwergencji liniowych.

Rozkład prędkości konwergencji poziomych i pionowych w 200. roku ilustruje rys. 13 wykonany przez nałożenie dwóch rozkładów, dla struktury N(8,4) i N(4,8). Prędkości konwergencji rosną z głębokością. Na brzegach tych struktur poza częścią wspólną zaznacza się charakterystyczne zróżnicowanie prędkości konwergencji w kierunku poziomym w strukturze wertykalnej i pionowym w strukturze horyzontalnej. We wspólnym obszarze struktur rozkłady i wartości prędkości konwergencji jest podobne.

Rozkład stosunku  $\xi_h'/\xi_s'$  (rys. 14) pokazuje, że w obszarze wspólnym tych struktur w 200. roku występują tylko nieznaczne zróżnicowania konwergencji poziomej i pionowej. Miarą zaciskania jest konwergencja powierzchniowa komór. Z przybliżeniem rośnie ona liniowo z głębokością i jest prawie jednakowa we wspólnych obszarach struktur.

W tabeli 6 przedstawiono średni stosunek prędkości konwergencji  $\kappa(N_{ij},t) = 1/(ij)\Sigma(\xi_h'/\xi_s')$  w strukturach N(6,4) i N(4,6) oraz N(8,4) i N(4,8) w 1., 5. i 200. roku oraz zmniejszanie się różnic  $\kappa$  struktury horyzontalnej i wertykalnej przy stałej ilości komór  $i^*j$ .



Rys. 13. Rozkład względnej konwergencji pionowej i poziomej w 200. roku, ‰



Rys. 14. Rozkład  $\xi_h'/\xi_s'$ i konwergencji powierzchniowej w 200. roku w ‰

<i>t,</i> rok	$\kappa(N_{6,4})$	$\kappa(N_{8,4})$	$\kappa(N_{4,6})$	$\kappa(N_{4,8})$	$\kappa(N_{6,4}) - \kappa(N_{4,6})$	$\kappa(N_{8,4}) - \kappa(N_{4,8})$
1	2,31	2,51	1,73	1,52	0,58	0,99
5	1,04	1,26	0,73	0,78	0,31	0,48
20	0,98	1,06	0,81	0,81	0,17	0,25
50	0,99	1,03	0,93	0,89	0,06	0,14
100	1,02	1,05	0,99	0,93	0,03	0,12
200	1,03	1,06	1,00	0,94	0,03	0,12

Tab. 6. Wartości  $\kappa(N,t) = 1/(ij)\Sigma(\xi_h'/\xi_s')$ 

# 4. Podsumowanie

- 1. Praca wykonana w bieżącym roku, jest elementem szerszych badań nad oddziaływaniem eksploatacji górniczej kopalń o strukturze modularnej na otaczający je górotwór i powierzchnię.
- 2. Praca przedstawia metodę i procedury postępowania przy badaniu konwergencji na przykładzie struktur modelowych 2D odwzorowujących wielopoziomowe pola górnicze.
- 3. Wprowadzono nowe terminy potrzebne do analizy, takie jak: modularność; struktura i jej cechy, składowe, wymiar; rodzaje struktur: jedno- i wieloszeregowe, horyzontalne, wertykalne.
- 4. Przedstawiono przyjęte w obliczeniach założenia fizyczne i modelowe dla ośrodka sprężysto-lepkiego ze wzmocnieniem czasowym, odpowiadające właściwościom soli kamiennych.
- 5. Badano wpływ wartości stałych materiałowych modułu sprężystości i współczynnika podatności na pełzanie – na konwergencje w pierwszym roku oraz roczny przyrost konwergencji w 20. roku. Stwierdzono, że w przybliżeniu konwergencja powierzchniowa struktury rośnie odwrotnie proporcjonalnie do *E* w pierwszym roku i wprost proporcjonalnie do *B* w 20. roku.
- 6. Zbadano wpływ horyzontalnego lub wertykalnego układu struktur jednoszeregowych na konwergencje pionowe, poziome i powierzchniowe oraz zależność rozkładu konwergencji od ilości komór w szeregu. Stwierdzono, że w strukturze jednoszeregowej horyzontalnej dominuje konwergencja pionowa, a w jednoszeregowej wertykalnej większa jest konwergencja pozioma.
- 7. Zbadano rozkłady konwergencji w strukturach wieloszeregowych. Znaleziono podobne zależności rozkładów jak w strukturach jednoszeregowych. Stwierdzono, że konsekwencją wyrównywania się naprężeń w wyniku dążenia układu do stanu równowagi jest wyrównywanie się wartości konwergencji poziomych i pionowych.
- 8. Badania wpływu czasu na prędkość konwergencji powierzchniowej wykazują spadek prędkości konwergencji w czasie, tym wyraźniejszy, im mniejszy jest wykładnik *m* w prawie pełzania. Związki konwergencji i jej prędkości z czasem wyrazić można prostymi funkcjami potęgowymi.

# Literatura

- [1] Kortas G., 2001, Konwergencja jako miara zaciskania wyrobisk komorowych, Przegląd Górniczy, nr 6/2001.
- [2] Kortas G., 2004, *Ruch górotworu i powierzchni w otoczeniu zabytkowych kopalń soli*, Wyd. Inst. Gosp. Sur. Min. i Energią PAN, Kraków 2004, strony: 46-90, 91-36,137-150.
- [3] Kortas G, 2004, *The Convergence of Workings in Polish Salt Mines*, Procc. of 12th Int.1 Con. ISMS, Fuxin Pekin, p. 83-87.
- [4] Filcek H., Walaszczyk J., Tajduś A., 1994, *Metody komputerowe w geomechanice górniczej*, Śląskie Wydawnictwo Techniczne, Katowice.
- [5] User's Guide, Command Reference, Training for the Non-Linear Module, Structural Research & Analysis Corp. (podręczniki obsługi programu COSMOS/M).

# Convergence modelling for modular structures of multilevel salt mines

#### Abstract

The paper is a result of FEM modelling of convergence (room closure) in multilevel salt mines. Influence of visco-elastic properties of salt on linear and areal closure values and distribution has been shown. Relation between convergence and shape of structure as well as time dependance of convergence were described.

Keywords: convergence, room closure, satl mine, FEM modelling, mutlilevel structures

Recenzent: Prof. dr. hab. inż. Jan Walaszczyk, Instytut Mechaniki Górotworu PAN