

# Analiza czynników racjonalizujących transfer ryzyka w podziemnym zakładzie górniczym

TADEUSZ CYRUL

*Instytut Mechaniki Górotworu PAN, ul. Reymonta 27; 30-059 Kraków*

## Streszczenie

Niniejsza praca stanowi kolejny etap badań związanych z zagadnieniem zarządzania ryzykiem w projektach górniczych. Poddano analizie wybrane pojęcia mające decydujący wpływ na kwantyfikację ryzyka jako obiektu transakcji w procesie jego transferu na ubezpieczyciela. Aby transakcja kupna sprzedaży, której przedmiotem jest ryzyko miała znamiona racjonalności, przedmiot transakcji winien być możliwie dokładnie określony. Skoncentrowano się na mierze ryzyka stosowanej w dziedzinach inżynierskich jako iloczynu wartości zdarzenia szkodowego oraz prawdopodobieństwa wystąpienia tego zdarzenia. Z uwagi na kluczowe znaczenie pojęcia prawdopodobieństwa w ocenie wartości ryzyka w pracy przeprowadzono analizę czterech różnych interpretacji prawdopodobieństwa pod kątem ich przydatności do wyznaczania wartości liczbowej prawdopodobieństwa zdarzeń w górotworze w procesie ilościowej oceny ryzyka. Poddano w wątpliwość przydatność interpretacji klasycznej, skłonnościowej i częstościowej, szczególnie ze względu na tzw. problem dziedzinności określoności. Zwrócono uwagę na możliwość zastosowania interpretacji subiektywistycznej prawdopodobieństwa w procesie kwantyfikacji ryzyka z wykorzystaniem opinii zespołu ekspertów.

**Słowa kluczowe:** ryzyko, zarządzanie ryzykiem, transfer ryzyka, ubezpieczenie, decyzja, prawdopodobieństwo, szkoda

## 1. Wprowadzenie

Wybitny specjalista od zarządzania Peter F. Drucker (Drucker, 1986), stwierdza że ubezpieczenia i zarządzanie ryzykiem mogą być tak samo ważne jak przedsiębiorczość czy przenikliwość w interesach, w stymulowaniu wzrostu gospodarczego na Zachodzie w XVIII, XIX i XX wieku. Twierdzi on, że zdolność społeczeństwa do „zarządzania” przypadkowością – nieoczekiwanym pożarem czy katastrofą morską – głównie przez ubezpieczenia i kontrolowanie szkodowości jest prawdopodobnie jedną z cech, która najbardziej odróżnia świat rozwinięty od świata rozwijającego się. Katastrofy dotyczą zarówno państwa bogate jak i biedne. Lecz społeczeństwo, które jest zdolne kontrolować i zwalczać następstwa takich zdarzeń, jest, według Druckera, lepiej przygotowane do wykorzystania swojego potencjału w celu dalszego rozwoju.

Powyższe uwagi Druckera można rozszerzyć na organizacje gospodarcze. Istnieje wiele dowodów na to, że zarządzanie ryzykiem przynosi przedsiębiorstwom wymierne ekonomiczne i organizacyjne korzyści (Williams i in., 2002). Zakład górniczy, a tym bardziej grupa zakładów górniczych jak np. Spółka Węglowa nie tylko prowadzą działalność gospodarczą w obszarze tzw. podwyższonego ryzyka ale również dysponują majątkiem dużej wartości zarówno w postaci mienia jak i technologii oraz miejsc pracy dla dużej liczby osób czy wreszcie zasobów ludzkich. W tej sytuacji zarządzanie ryzykiem odgrywa szczególnie ważną rolę, gdyż w procesie działalności zakładu może dochodzić do szkód znacznej wartości i niewłaściwe zarządzanie ryzykiem może generować istotne straty w działalności gospodarczej zakładu.

Dobrym przykładem powyższego jest Specyfikacja Istotnych Warunków Zamówienia<sup>1</sup> na ubezpieczenie majątku Kompanii Węglowej S.A., z których wynika powierzchowna identyfikacja ryzyka, brak

<sup>1</sup> Specyfikacja Istotnych Warunków Zamówienia (SIWZ) w trybie przetargu nieograniczonego na „Usługi ubezpieczenia związane z prowadzoną działalnością dla Kompanii Węglowej S.A. w roku 2004”.

jego analizy i nieefektywne nim sterowanie w sensie ubezpieczenia, którego cena jest z w/w powodów jest bardzo wysoka.

Nie ma jednolitej i powszechnie akceptowalnej definicji zarządzania ryzykiem. Można je zatem określić jako proces poszukiwania i podejmowania działań, które powinny zabezpieczyć decydenta przed poniesieniem strat większych niż te, które dopuszcza przyjęty przez niego poziom bezpieczeństwa. Zarządzanie ryzykiem w przedsiębiorstwie można podzielić na pewne etapy jak:

1. Identyfikacja zagrożeń
2. Analiza i ocena ryzyka
3. Sterowanie ryzykiem

**Identyfikacja zagrożeń** jest procesem systematycznego rozpoznania środowiska w jakim dana organizacja gospodarcza prowadzi działalność. Celem tych działań jest gromadzenie informacji na temat źródeł ryzyka, zagrożeń i podatności na straty. Niezwykle pomocnym w tym etapie jest odpowiednie skonstruowanie list kontrolnych czy kwestionariuszy oceny ryzyka, które obejmowałyby wszystkie istotne obszary działalności przedsiębiorstwa, w których pojawić się mogą załączki start. W przypadku zakładu górniczego do takich obszarów zaliczyć należy:

- zagrożenia naturalne
- zagrożenia społeczne
- zagrożenia polityczne
- zagrożenia działalności operacyjnej
- zagrożenia ekonomiczne

**Analiza i ocena ryzyka** koncentruje się na przetwarzaniu danych zgromadzonych w kwestionariuszach oceny ryzyka, tworzeniu scenariuszy zdarzeń szkodowych, określaniu wielkości możliwych strat oraz prawdopodobieństwa ich zajścia. Pomocnym w tym etapie są techniki drzewa zdarzeń i drzewa awarii oraz analizy udokumentowanych zdarzeń szkodowych z przeszłości, wizje lokalne, modelowanie ryzyka itp.

**Sterowanie ryzykiem** to część procesu zarządzania ryzykiem, przeprowadzana w sposób scentralizowany na szczeblu strategicznym przedsiębiorstwa. Do najbardziej znanych metod sterowania ryzykiem zalicza się:

- unikanie ryzyka, które zalicza się do negatywnych metod sterowania ryzykiem gdyż przeważnie wiąże się z zaniechaniem podejmowania przez przedsiębiorstwo działań obarczonych ryzykiem co hamuje inicjatywę i przedsiębiorczość.
- prewencja, która zmierza do podejmowania działań zmniejszających lub eliminujących ryzyko lub minimalizujących straty
- transfer ryzyka na inny podmiot.

Najbardziej rozpowszechnioną metodą transferu ryzyka jest jego ubezpieczenie w firmie ubezpieczeniowej. W takim przypadku ryzyko traktowane jest jak towar, którego sprzedaż ubezpieczycielowi jest równoznaczna z zakupem gwarancji rekompensaty poniesionej szkody w wyniku zdarzenia losowego. W przypadku dużych przedsiębiorstw działających w warunkach znacznego ryzyka cena ubezpieczenia może być znaczna, dlatego też kluczową rolę w jej negocjacji odgrywać mogą dane zgromadzone w procesie identyfikacji ryzyka i jego analizy. Udokumentowane działania prewencyjne są również ważnym czynnikiem obniżającym koszty ubezpieczenia.

Optymalne ubezpieczenie ryzyk dużego przedsiębiorstwa jest przedsięwzięciem skomplikowanym. Jego skuteczność zależy zarówno od jakości danych jakie przedsiębiorstwo (ubezpieczający) jest w stanie zgromadzić, warsztatu analitycznego jakim dysponuje do przetwarzania tych danych (uwzględnienie rozproszenia ryzyka, określenia wartości maksymalnej możliwej szkody, zapisów w umowie ubezpieczenia w postaci klauzul, trafnych wyłączeń odpowiedzialności ubezpieczyciela itp.) jakości programu prewencji i jego sytuacji finansowej umożliwiającej mu partycypowanie w podziale ryzyka w postaci udziałów własnych i fransyz.

Istotnym składnikiem procesu sterowania ryzykiem jest monitoring ryzyka, który koncentruje się na obserwacji i kontroli planowych działań przedsiębiorstwa, reakcji na nowe nieprzewidziane wcześniej zagrożenia, realizację działań prewencyjnych, opracowywanie i wdrażanie planów awaryjnych itp.

Przedmiotem rozważań w niniejszej pracy są czynniki wpływające na racjonalność transferu ryzyka. Transfer ryzyka może mieć wiele form, z których najistotniejsze to transfer odpowiedzialności za działalność obciążoną ryzykiem na kooperantów oraz na ubezpieczyciela. W polu naszego zainteresowania pozostaną jedynie kwestie związane z transferem ryzyka na ubezpieczyciela, czyli popularne ubezpieczenie majątkowe. Transfer ryzyka na ubezpieczyciela poprzez zawarcie umowy ubezpieczenia nie powoduje zniknięcia ryzyka z miejsca ubezpieczenia, a więc np. z zakładu górniczego, a jedynie przeniesienie na ubezpieczyciela odpowiedzialności prawnej i ekonomicznej z tytułu zrealizowania się ryzyka tj. powstania szkody.

## 2. Czynniki 1 – definicja ryzyka

Szereg autorów w literaturze o ryzyku wskazuje na „problem” terminologii, jako że znaczenie licznych pojęć zmienia się w zależności od tego w jakiej dziedzinie analiza ryzyka jest przeprowadzana. Różne dziedziny nauki wykazują różne podejścia do definicji pojęć co może prowadzić do nieporozumień. Zasadniczo pojęcie ryzyka powinno się zdefiniować.

Podobnie jak wiele innych pojęć ryzyko można definiować i mierzyć zarówno jakościowo jak i ilościowo. W kategoriach jakościowych, Wang i Rouh (2000) definiują ryzyko jako odchylenie wyników projektu od wartości średniej lub przewidywanej i dodatkowo definiują ryzyko jako szansę pojawienia się straty lub zysku w przypadku dokonania inwestycji w dany projekt inżynierski. Podobną definicję formułują Modarres (1993), Blanchard (1998) czy Molak (1997), który dodatkowo stwierdza, że ‘ryzyko stanowi ciało wiedzy (metodologię) do oceny i określenia prawdopodobieństwa wystąpienia niekorzystnego skutku (straty) jako wynik obcowania z czynnikiem (chemicznym, fizycznym lub innym), procesem przemysłowym, technologią lub procesem naturalnym, gdzie definicja „niekorzystnego skutku” ma charakter ocenny co do jego wartości’. Modares (1993) definiuje ryzyko jako ‘potencjalna strata lub uszkodzenie wynikające z ekspozycji na zagrożenie’ i dodatkowo stwierdza, że ‘Gdy istnieje źródło niebezpieczeństwa (zagrożenie) i gdy nie ma zabezpieczeń przeciwko ekspozycji na zagrożenie, to pojawia się możliwość wystąpienia szkody – czyli ryzyko’. Podkreśla on również istniejący związek pomiędzy ryzykiem a niezawodnością systemu zabezpieczeń przed ekspozycją na zagrożenie, stwierdzając, że ‘W złożonych systemach inżynierskich im wyższy poziom zabezpieczeń (niezawodności) tym mniejsze ryzyko’. W końcu definicja Blancharda (1998), że ‘ryzyko, to potencjał do tego aby cokolwiek zachodziło niezgodnie z zamierzeniami projektu, jako wynik jednego lub serii zdarzeń, mierzone jako kombinacja prawdopodobieństwa wystąpienia tego zdarzenia i ocenianych jego konsekwencji. Różnorodność określeń na pojęcie ryzyka stosowanych w literaturze przedmiotu spowodowała zapewne to, że jedna z najbardziej znaczących postaci w zakresie analizy ryzyka i jeden z twórców tzw. QRA (ang. *Quantitative Risk Analysis*), S. Kaplan na kongresie Stowarzyszenia Analizy Ryzyka w swojej prezentacji na ten temat stwierdził (tłumaczenie własne) cyt.: „Może byłoby lepiej nie definiować ryzyka. Pozwólmy każdemu z badaczy definiować ten termin we własny sposób, prosimy jednak każdego z nich o dokładne wyjaśnienie jaki to sposób” (Kaplan, 1997).

## 3. Czynniki 2 – miara ryzyka

Przytoczone określenia terminu ryzyko, stanowią formę tzw. definicji częściowej, która nie określa w pełni znaczenia i zakresu definiowanego wyrazu. Za jedną z przyczyn takiego stanu rzeczy uważa się aktualny stan wiedzy w danej dziedzinie, który nie daje dostatecznej podstawy do sformułowania adekwatnej (równościowej) definicji używanego w języku tej dziedziny terminu. Z takimi sytuacjami mamy często do czynienia w naukach humanistycznych, a przykładami takich trudnych do zdefiniowania pojęć mogą być np. piękno, smak i wiele innych. Pomimo tego, że np. pojęcie piękna trudno zdefiniować to niewątpliwie można go stosować do szeregowania obiektów, których cechą jest piękno. Bez wątplenia każdy, być może nie bez trudności jest w stanie powiedzieć, że coś jest piękniejsze od czegoś innego. Jest to kwestia tzw. preferencji. Preferencja jest kluczowym zagadnieniem teorii decyzji, a więc dziedziny w której podstawową chociaż nie wyłączną rolę odgrywa ryzyko jako narzędzie wyboru scenariusza czy alternatywy mniej ryzykownego działania. Przykładem takiego wyboru, który bezpośrednio jest związany z prezentowanym tematem może być dylemat Prezesa kopalni czy dokonać transferu ryzyka na ubezpieczyciela czy nie. Czyli który scenariusz funkcjonowania kopalni jest mniej ryzykowny lub innymi słowy kosztowny?

Wspomniano wyżej o kluczowym znaczeniu pojęcia ryzyko w podejmowaniu decyzji wyboru pomiędzy dwoma alternatywami. Aby ryzyko spełniło w tym względzie taką rolę musi posiadać cechy dopuszczające sensowne jego uporządkowanie. Mamy tutaj na myśli binarną relację porządku czy preferencji

$$A \succeq B$$

oznaczającą fakt, że alternatywa  $A$  jest co najmniej tak ryzykowna jak  $B$  i spełniająca dwa warunki tj. zupełności i przechodniości (Brachinger i Weber, 1997). Uporządkowanie ryzyka wynikające z jego oceny nie powinno mieć jednak wyłącznie znamion preferencji osobistych. Aby tak było potrzebujemy pewnych funkcji  $R$ , których wartości liczbowe spełnia naszą relację porządku  $\succeq$  czyli funkcji  $R$  o własnościach

$$A \succeq B \Leftrightarrow R(A) \succeq R(B)$$

Każda taka funkcja jest nazywana miarą ryzyka.

Konsekwencją trudności w definiowaniu ryzyka jest to, że na etapie jego kwantyfikacji brane są po uwagę różne aspekty specyficznej sytuacji i aplikacji, a tym samym ogromna liczba miar ryzyka. Szczególnym obszarem generującym te miary są dziedziny ekonomiczne. Przykładami takich miar są:

- wartość oczekiwana straty jako zmiennej losowej  $X$  o rozkładzie  $F$ :

$$\varepsilon(F) = \int_{-\infty}^{\infty} x dF(x), \quad F \in P$$

- wariancja rozkładu

$$\sigma(F) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \varepsilon(F))^2 dF(x), \quad F \in P$$

- czy też tzw. użyteczność oczekiwana

$$\rho(F) = \int_{-\infty}^{\infty} U(x) dF(x), \quad F \in P$$

gdzie  $U$  jest pewną funkcją rzeczywistą.

Kaplan i Garrick w swojej, zapewne najczęściej cytowanej pracy (Kaplan i Garrick, 1981) stwierdzają, że „jeśli ktoś pyta ‘czym jest ryzyko’ to faktycznie zadaje trzy pytania:

- Co się może zdarzyć
- Jaka jest szansa wystąpienia tego zdarzenia
- Jakie będą konsekwencje tego zdarzenia jeśli ono faktycznie wystąpi

Czyli prowadząc planową eksploatację w złożu analizujemy możliwe scenariusze zdarzeń. Może się zdarzyć wyrzut, czy tąpnięcie, czy też awaria maszyny urabiającej czy wreszcie wypadek uszkodzenia ciała człowieka. Analizując możliwe scenariusze zdarzeń staramy się ocenić szanse czy „prawdopodobieństwa” tych scenariuszy, a wreszcie ocenić wartość niepożądanych konsekwencji.

Jednak zagadnienie wyceny ryzyka (wyceny dokonywanej przez rynek ubezpieczycieli) pojawia się tam, gdzie skutkiem zaistniałego przypadku (często nie jedynym) jest koszt, strata lub też ujawnienie się dodatkowej potrzeby, wyrażalnej w jednostkach pieniężnych. Jeśli zdefiniowany jest zbiór możliwych przypadków, na które jest narażony określony podmiot, a każdemu z tych przypadków jest przypisane prawdopodobieństwo jego zajścia i kwota straty, to zbiór tych kwot wraz z funkcją prawdopodobieństwa na tym zbiorze określoną bywa nazywany ryzykiem (Otto, 2004).

Tak więc ryzyko jest tutaj rozumiane jako zmienna losowa wyrażona w jednostkach pieniężnych (wraz ze swym rozkładem prawdopodobieństwa). Jeśli znany jest rozkład prawdopodobieństwa, wtedy wycena ryzyka sprowadza się do zagadnienia przypisania zmiennej losowej ekwiwalentu w postaci ustalonej kwoty. Przez ekwiwalent rozumie się tutaj cenę, w zamian za którą dany podmiot może dokonać transferu ryzyka na inny podmiot (np. ubezpieczyciela – wtedy wycena ryzyka przyjmuje postać kalkulacji składki ubezpie-

zeniowej). Ponadto w zakres wyceny ryzyka wchodzi zagadnienia związane z rozpoznawaniem rozkładu prawdopodobieństwa charakteryzującego dane ryzyko. A zatem pomimo dużego znaczenia pojęcia ryzyka, w sprawie jego definicji istnieje słaby consensus.

W praktycznych rozważaniach inżynierskich powyższy model procesu decyzyjnego znacząco się komplikuje przez zastosowanie różnych procedur, metod i kryteriów zarówno o rodowodzie praktycznym jak i teoretycznym (Cyrul, 2004). Jednym z etapów tego procesu, który jest bezpośrednio związany z tematyką tej pracy, jest etap kwantyfikacji ryzyka. W procesie kwantyfikacji ryzyka w dziedzinach inżynierskich powszechne jest podejście przedstawione przez Kaplana i Garricka (1981), które dominuje w tzw. ilościowej analizie ryzyka.

W ilościowych analizach ryzyka przyjmuje się, że ryzyko  $R$ , to uporządkowana trójka (Kaplan i Garrick, 1981)

$$R = (S, P, C) \quad (3.1)$$

gdzie:

- $S$  – scenariusz, opisany jako uporządkowany ciąg zdarzeń
- $P$  – prawdopodobieństwo zajścia  $S$
- $C$  – miara skutków wywołanych przez  $S$ .

Rozwinięcie analiz scenariuszy przypisuje się Khanowi i Wienerowi (1967). Scenariusz jest definiowany jako ciąg zdarzeń skonstruowany w taki sposób aby koncentrować uwagę na procesach przyczynowych i punktach oraz węzłach decyzyjnych. Analiza scenariuszowa próbuje odpowiedzieć na dwa pytania: (1) w jaki sposób mogłoby dojść do pewnej hipotetycznej sytuacji krok po kroku, i (2) jakie istnieją alternatywy lub możliwości wyboru dla każdego uczestnika lub każdej ze stron tej sytuacji, na każdym kroku jej rozwoju, w celu prewencji, odwrócenia kierunku lub polepszenia tego procesu. Pierwsze z pytań jest wypowiedziane za pomocą tzw. drzewa zdarzeń (Ayyub & McCuen, 1997). Drugie natomiast jest przeważnie realizowane poprzez tzw. drzewo decyzji opisane przez Ayyuba i McCuena (1997).

Fundamentalnym celem analizy ryzyka jest zbudowanie logicznych ram dla oceny ryzyka i podejmowania decyzji. Ryzyko można wykorzystać do modelowania bezpieczeństwa działania analizowanego systemu. Ryzyko w praktyce inżynierskiej, mierzy się za pomocą pary prawdopodobieństwa wystąpienia zdarzenia szkodowego oraz wielkości szkody towarzyszącej temu zdarzeniu (Ayyub & Wilcox, 2000). Ta para może być przedstawiona w postaci równania:

$$R = [(p_1, s_1), (p_2, s_2), \dots, (p_x, s_x)] \quad (3.2)$$

gdzie:  $R$  – oznacza ryzyko,  $p_x$  jest prawdopodobieństwem zdarzenia  $x$ , zaś  $s_x$  jest wielkością straty jaka towarzyszy wystąpieniu zdarzenia  $p_x$ .

Wykonanie pełnej analizy ryzyka wybranego projektu jest przedsięwzięciem skomplikowanym, wymagającym dużego wysiłku grupy specjalistów reprezentujących zwykle różne dziedziny wiedzy. Ostatecznym rezultatem analiz ryzyka projektu w pełnej skali są funkcje  $h(c)$  wyznaczające dla każdej kategorii skutków  $c$  ich prawdopodobieństwa wystąpienia.

Ilościowe metody analizy ryzyka przyjmują, że dla obliczenia funkcji  $h(c)$  określającej prawdopodobieństwo wystąpienia skutków  $c$  można zastosować następujący algorytm:

Wartość tej funkcji w punkcie  $c = c_v$  jest wartością prawdopodobieństwa  $\Pr(c)$  wystąpienia skutku  $c_v$ :

$$h_v = \Pr(c = c_v) \quad (3.3)$$

Prawdopodobieństwo wystąpienia skutków  $c_v$  można wyrazić przez prawdopodobieństwo warunkowe wystąpienia określonych skutków zdarzeń cząstkowych  $r_j, j = 1, 2, \dots$ . Każde zdarzenie cząstkowe opisane jest przez jego cechy oraz ewentualnie inne wielkości, które w sposób istotny mogą wpłynąć na potencjalną wielkość i rodzaj skutków:

$$\Pr(c_v) = \sum_{j \in N_r} \Pr(c_v, r_j) = \sum_{j \in N_r} \Pr(c_v / r_j) \Pr(r_j) \quad (3.4)$$

gdzie:  $N_r$  jest zbiorem indeksującym,  $\Pr(c_v / r_j)$  oznacza prawdopodobieństwo warunkowe wystąpienia skutków  $c_v$  przy założonym zajściu zdarzenia cząstkowego  $r_j$ .

Prawdopodobieństwo wystąpienia zdarzenia  $r_j$  można wyrazić przez prawdopodobieństwa zajścia zdarzeń początkujących  $a_i$ ,  $i = 1, \dots$  generujących ciągi zdarzeń prowadzące do straty:

$$\Pr(r_j) = \sum_{i \in N_a} \Pr(r_j/a_i) \Pr(a_i) \quad (3.5)$$

gdzie:

$N_a$  – zbiór indeksujący grupy zdarzeń początkujących,

$\Pr(r_j/a_i)$  – prawdopodobieństwo warunkowe wystąpienia skutków  $c_v$  przy założonym zajściu  $r_j$ .

Poszczególne etapy ilościowej analizy ryzyka identyfikują zarówno możliwe kategorie skutków jak również pozwalają wyznaczyć występujące w przedstawionych wyżej zależnościach prawdopodobieństwo warunkowe, co ostatecznie prowadzi do wyznaczenia poszukiwanej funkcji  $h(c)$ .

Ryzyko jest związane ze świadomym działaniem. Z kolei świadome działanie jest wynikiem świadomej decyzji, z którą zwykle łączy się wybór, w oparciu o określone kryterium, jednej z alternatyw (scenariusza) ze zbioru alternatyw dopuszczalnych. Modele decyzji posiadają składowe, których wyjścia mogą być modyfikowane przez zmienne decyzyjne, a które z kolei mogą być pośrednio lub bezpośrednio modyfikowane przez człowieka.

Powyższe rozważania pokazują wrażliwość wartości miary ryzyka na wartość prawdopodobieństwa zdarzenia, a tym samym, jak to wyżej zaznaczono, na proces decyzyjny. To również uzasadnia zajęcie się problemem wyznaczania wartości liczbowych prawdopodobieństwa zdarzenia.

## 4. Czynniki 3 – Ryzyko a prawdopodobieństwo

### 4.1. Pojęcie prawdopodobieństwa

W matematyce współczesnej prawdopodobieństwo ujęte jest jako szczególny przypadek miary, czyli funkcji określonej na podzbiorach pewnej przestrzeni, zwanej przestrzenią miary. Mamy zatem trójkę  $(\Omega, \Sigma, P)$ , gdzie  $\Omega$  jest pewną przestrzenią,  $\Sigma$  – rodziną mierzalnych podzbiorów przestrzeni  $\Omega$ , zaś  $P$  – funkcja określona na  $\Sigma$ . Przestrzeń miary nazywamy probabilistyczną, jeśli  $P$  jest funkcją nieujemną i  $P(\Omega) = 1$ ; wtedy podzbiory należące do  $\Sigma$  nazywa się zdarzeniami, funkcję  $P$  – rozkładem prawdopodobieństwa zaś liczbę  $P(A)$  – prawdopodobieństwem zdarzenia  $A$ .

Często teoria prawdopodobieństwa jest uważana jako naturalne narzędzie do epistemologicznego opisu skryto deterministycznych systemów. Zaletą i zarazem wadą współczesnej teorii prawdopodobieństwa jest rozdzielenie jej na rachunek prawdopodobieństwa i jego podstawę pojęciową. Obecnie matematyczna teoria prawdopodobieństwa jest gałęzią czystej matematyki, opartą na pewnych aksjomatach wolnych od jakiegokolwiek interpretacji. W tej strukturze, takie pojęcia jak „prawdopodobieństwo”, niezależność itp. są wyrażeniami konceptualnie niewyjaśnionymi i mają czysto matematyczne znaczenie. O ile istnieje szeroko rozpowszechniona zgodność co do zasadniczych cech rachunku prawdopodobieństwa, to co do tego, do czego odnosi się rachunek prawdopodobieństwa istnieje wielkie zróżnicowanie opinii<sup>2</sup>. Podczas gdy niektórzy autorzy twierdzą, że prawdopodobieństwo odnosi się wyłącznie do zbiorowości, inni podkreślają ważne problemy które wymagają dyskusji pojedynczych zdarzeń losowych. Ponadto nie wydaje się oczywiste, że rachunek aksjomatycznej teorii prawdopodobieństwa jest właściwy dla nauk empirycznych. Jak stwierdza von Weizsecker (von Weizsecker, 1973) „prawdopodobieństwo jest jednym z tych wyjątkowych przykładów ‘epistemologicznego paradoksu’, że możemy skutecznie stosować nasze podstawowe pojęcia bez ich faktycznego rozumienia”.

Pomimo tego, że jak pisze Wust (Wust, 1995) pojęcie prawdopodobieństwa pojawiło się w myśli europejskiej ok. 14-go wieku to dopiero w wieku osiemnastym i dziewiętnastym rozważania nad nim z pozycji naukowej zostały zintensyfikowane. Nawet dzisiaj, gdy pojęcie prawdopodobieństwa odgrywa wielką rolę w różnych dziedzinach naukowych i praktycznych, stawiane jest pytanie: „Czym jest prawdopodobieństwo?”.

<sup>2</sup> Definiowanie i interpretowanie prawdopodobieństwa ma długą historię. Istnieje ogromnie bogata literatura na temat pojęciowych problemów prawdopodobieństwa, której nie można tutaj nawet skrótowo podsumować. Przykładami monografii na ten temat są prace von Plato (1994), Gillies’a (2000).

Dyskusję na ten temat można prowadzić ze względu co najmniej na trzy aspekty:

- filozoficzny
- matematyczny
- operacyjny (praktyczny).

Pomimo tego, że aspekt filozoficzny jest najintensywniej dyskutowany w literaturze i niewątpliwie jest wielce interesujący (Gilles, 2000; Galavotti, 2005; von Plato, 1994), to z uwagi na cel tej pracy nie będzie głównym tematem naszych rozważań, chociaż całkowicie nie można od tego aspektu uwolnić się nawet w rozważaniach o zastosowaniach pojęcia prawdopodobieństwa.

Rozważania o aspekcie matematycznym ograniczymy do stwierdzenia, że aksjomatyczna teoria prawdopodobieństwa Kołmogorowa (1933) i wynikające z niej konsekwencje dla rachunku prawdopodobieństwa są powszechnie akceptowalne w środowisku naukowym i tym samym znika uzasadnienie dla rozważań nad tym aspektem prawdopodobieństwa w tej pracy.

Cała nasza uwaga skoncentruje się więc na aspekcie aplikacyjnym pojęcia prawdopodobieństwa. Musimy niestety odwoływać się do pozostałych aspektów jeśli chcemy uzasadnić np. konieczność czy trudności spełnienia określonych warunków do zastosowania w praktyce modeli probabilistycznych czy też praktycznych konsekwencji np. wielkości błędu w opisie badanych obiektów, jeśli nie spełnione są podstawowe warunki wynikające z teorii.

Trudności w zrozumieniu pojęcia prawdopodobieństwa, nie znikły wraz licznymi, pełnymi powodzeń aplikacjami w wielu różnych dziedzinach. Powodem tego jest fakt, że rachunek jest jedynie metodologią obliczeniową do obliczania jednych prawdopodobieństw z innych danych prawdopodobieństw, które z kolei zależą od tych pierwszych w sposób mniej lub bardziej złożony. Innymi słowy, rachunek prawdopodobieństwa jest niczym innym jak manipulacją prawdopodobieństwami cokolwiek by one nie znaczyły dopóty, dopóki znaczenie pierwszych i drugich pozostaje takie same. Poincare ujął to tak: „Każdy problem probabilistyczny posiada dwa poziomy badawcze: pierwszy – metafizyczny, czyli innymi słowy uzasadniający taką lub inną konwencję; drugi natomiast aplikuje reguły rachunku do tych konwencji” (Byrne, 1968).

Istnieje szereg szkół myślenia o problemie interpretacji prawdopodobieństwa, a ich intencją jest uwzględnienie w znaczeniu pojęcia prawdopodobieństwa jego wszystkich skomplikowanych aspektów. Wszystkie jednak te poglądy cechują wady, których doniosłość zmienia się zależnie od perspektywy konkretnych stosujących je osób (Weatherford, 1982). Z tego względu są autorzy, którzy uważają, że nie można prawdopodobieństwa zdefiniować jednoznacznie. Dowodzą oni, że podobnie do istniejącej w fizyce kwantowej dualności wielkości fizycznej typu „cząstka-fala” również więcej niż jedna interpretacja prawdopodobieństwa może być akceptowana równocześnie (Gillies, 2000).

Nie istnieje standardowa klasyfikacja interpretacji prawdopodobieństwa, a nawet te najpopularniejsze jak np. częstościowa czy klasyczna są poddawane różnym modyfikacjom w różnych tekstach (Gillies, 2000; von Puto, 1994). Najbardziej popularne interpretacje to: klasyczna, częstościowa, skłonnościowa (ang. propensity) i subiektywna, które skrótowo omówione zostaną poniżej. Każda z nich jest omawiana w kontekście prognozowania wystąpienia bądź nie naturalnych zdarzeń szkodowych jakie towarzyszą podziemnej eksploatacji górniczej.

Komentarza wymaga również samo sformułowanie „interpretacja prawdopodobieństwa”. Zwykle, mówi się o interpretowaniu formalnego systemu, tzn. przypisywaniu podobnego znaczenia pojęciom pierwotnym występującym w aksjomatach i twierdzeniach systemu, z uwagą na przekształcenie ich w zdania prawdziwe dotyczące badanego przedmiotu. Bez wątplenia, aksjomatyka Kołmogorowa, która zostanie pokrótce przedstawiona poniżej, osiągnęła jak to już wyżej zaznaczono, powszechna akceptację, w tym sensie, że pojęcie ‘teoria prawdopodobieństwa’ jest właśnie utożsamiane z aksjomatyką Kołmogorowa. Niemniej jednak, szereg z wiodących ‘interpretacji prawdopodobieństwa’ nie spełnia aksjomatów Kołmogorowa, chociaż nie utraciły z tego powodu tytułu do nazwy prawdopodobieństwa (Hajek, 2003). Ponadto różne inne wielkości, nie mające nic wspólnego z prawdopodobieństwem, spełniają aksjomaty Kołmogorowa, a tym samym są interpretacjami prawdopodobieństwa w ścisłym sensie: unormowana masa, długość, powierzchnia, objętość i cokolwiek innego z obszaru zainteresowań teorii miary, abstrakcyjnej teorii matematycznej uogólniającej takie wielkości. Nikt rozsądny nie uważa tych wielkości jako ‘interpretacji prawdopodobieństwa’ jako że nie odgrywają one właściwej roli w naszym aparacie pojęciowym.

## 4.2. Aksjomatyka prawdopodobieństwa

Teoria prawdopodobieństwa została zainspirowana przez gry hazardowe w 17 wieku we Francji i była zainaugurowana korespondencją między Fermatem i Pascalem (Gillies, 2000). Niemniej jednak jej aksjomatyzacja musiała czekać aż do klasycznej pracy Kołmogorowa *Foundations of the Theory of Probability* (1933). Niech  $\Omega$  jest niepustym zbiorem ('zbiorem uniwersalnym'). Ciałem (lub algebra) na  $\Omega$  jest zbiór  $\Sigma$  podzbiorów  $\Omega$ , który zawiera  $\Omega$  jako element, i który jest domknięty ze względu na dopełnienie i sumę. Niech  $P$  jest funkcją rzeczywistą na  $\Sigma$  spełniającą następujące warunki:

1. (Nieujemność)  $P(A) \geq 0$ , dla wszystkich  $A \in \Sigma$ .
2. (Normalizacja)  $P(\Omega) = 1$ .
3. (Skończona addytywność)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$  dla wszystkich  $A, B \in \Sigma$  takich, że  $A \cap B = \emptyset$ .

$P$  nazywamy funkcją prawdopodobieństwa, a  $(\Omega, \Sigma, P)$  przestrzenią prawdopodobieństwa.

Założenie, że  $P$  jest określone na ciele zbiorów gwarantuje, że w/w aksjomaty jak również różne twierdzenia z nich wynikające, są niepuście spełnione. Nieujemność i normalizacja są w dużym stopniu kwestią konwencji, chociaż nietrywialną jest własność funkcji prawdopodobieństwa do przyjmowania co najmniej dwu wartości tj. 0 i 1 oraz fakt przyjmowania przez nią wartości minimalnej, czego nie posiadają inne miary jak np. długość, objętość i inne, które są nieograniczone.

Możemy teraz zastosować tę teorię do różnych znanych przypadków. Np. możemy przedstawić wyniki jednego rzutu jedną kostką za pomocą zbioru  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  oraz przez  $\Sigma$  oznaczyć zbiór wszystkich podzbiorów  $\Omega$ . Dokonując naturalnego przypisania prawdopodobieństwa każdemu elementowi zbioru  $\Sigma$ , otrzymamy następujące wyniki  $P(\{1\}) = 1/6$ ,  $P(\text{parzysta}) = P(\{2\} \cup \{4\} \cup \{6\}) = 3/6$ ,  $P(\text{nieparzysta lub mniejsza od 4}) = P(\text{nieparzysta}) + P(\text{mniejsza od 4}) - P(\text{nieparzysta} \cap \text{mniejsza od 4}) = 1/2 + 1/2 - 2/6 = 4/6$ , itd.

Teraz możemy wzmocnić warunki domkniętości dla  $\Sigma$ , żądając aby zbiór był domknięty ze względu na dopełnienie i przeliczalną sumę; przy tych warunkach zbiór nazywamy  $\sigma$ -ciałem lub  $\sigma$ -algebra podzbiorów zbioru  $\Omega$ . Kołmogorow dodatkowo wzmocnia warunek skończonej addytywności w postaci addytywności przeliczalnej:

- 3'. (Addytywność przeliczalna) Jeśli  $\{A_i\}$  jest przeliczalnie nieskończonym zbiorem parami rozłącznych zbiorów, z których każdy jest elementem  $\Sigma$ , to zachodzi

$$P\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right) = \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n) \quad (4.1)$$

Kołmogorow komentuje, że nieskończone przestrzenie prawdopodobieństwa są wyidealizowanymi modelami procesów losowych i, że on ogranicza się arbitralnie tylko do tych modeli które spełniają warunek addytywności przeliczalnej.

## 4.3. Interpretacje prawdopodobieństwa

### 4.3.1. Kryteria adekwatności dla interpretacji prawdopodobieństwa

Interpretacją pojęcia prawdopodobieństwa jest wybór pewnej klasy zdarzeń (lub zdań) i przypisanie pewnego znaczenia twierdzeniom probabilistycznym o tych zdarzeniach (zdaniach) (Skyrms, 1980). Np. Losowanie karty z talii kart (ze zwracaniem).  $P(A/B)$  jest liczbą możliwych losowań w których wyciągnięto kartę  $A$  wobec całkowitej liczby losowań, w których wyciągnięto  $B$ .

Salmon (Salmon, 1966) proponuje trzy kryteria dla jakiegokolwiek interpretacji prawdopodobieństwa:

1. Dopuszczalność: Musi posiadać podstawowe własności matematyczne wymagane przez rachunek prawdopodobieństwa. Ta własność jest również nazywana spójnością.
2. Stwierdzalność: musi posiadać wartość, którą możemy określić (inaczej jest bezwartościowa)
3. Stosowalność: musi posiadać wartość którą można wykorzystać w codziennych działaniach np. być przydatna do prognozowania.

Dodatkowe kryteria mogą być wymagane w przypadku gdy interpretacja winna również opisywać relacje probabilistycznej przyczynowości:  $A$  jest probabilistyczną przyczyną  $B$  wtt  $\Pr(B/A) > \Pr(B/\sim A)$



### 4.3.2. Interpretacja klasyczna

Klasyczna interpretacja prawdopodobieństwa jest niewątpliwie najstarszą interpretacją. Jej powstanie datuje się na okres działalności Pascala, Fermata (Hajek, 2003) a więc na okres kiedy zarówno aksjomatyzacja jak i interpretacja prawdopodobieństwa nie były jasno rozróżnialne. Silną motywacją do jej powstania była potrzeba zrozumienia logiki stojącej za grami hazardowymi w kości i karty. Jej zamierzeniem było przypisanie prawdopodobieństwa działaniu racjonalnego podmiotu, w stanie poznawczej neutralności, gdy ma on do czynienia ze skończonym zbiorem zdarzeń, których zajście jest jednakowo możliwe i jedynie możliwe. (np. jak ma to miejsce w przypadku idealnej sześcienniej kostki do gry, którą cechuje zarówno idealna symetria geometryczna jak i fizyczna, a tym samym jednakowa możliwość wypadnięcia każdej ze ścian w czasie rzutu). Ma tutaj miejsce odwołanie się do tzw. zasady nierozróżnialności, która mówi, że kiedykolwiek gdy nie ma wskazań faworyzujących możliwość zajścia jednego lub drugiego zdarzenia, każdemu z nich należy przypisać jednakowe prawdopodobieństwo. Tak więc prawdopodobieństwem zdarzenia  $E$  oznaczanym przez  $P(E)$  nazywamy stosunek liczby zdarzeń elementarnych sprzyjających zajściu zdarzenia  $E$  do liczby wszystkich jedynie możliwych i równo możliwych zdarzeń elementarnych, czyli

$$P(E) = \frac{A}{n} \quad (4.2)$$

gdzie:  $A$  oznacza liczbę jedynie możliwych i jednakowo możliwych zdarzeń, a  $n$  liczbę wszystkich możliwych zdarzeń elementarnych (wyników doświadczenia).

Niewątpliwie analizując realny system lub proces eksploatacji podziemnej nie mamy do czynienia z idealizacją geometryczną czy fizyczną o charakterze pełnej symetrii. W sytuacji niespełnienia warunku symetrii, pojęcie prawdopodobieństwa, w wydaniu tej interpretacji traci sens, gdyż nie spełnia kryteriów adekwatności. Przyjęcie symetrii w przypadku jej braku prowadzi do nieprawdziwej wartości prawdopodobieństwa badanego zdarzenia. Innym ograniczeniem tej interpretacji jest to co nazywane jest tzw. paradoksem Bertranda, który dowodzi braku jednoznaczności w wartościowaniu prawdopodobieństw jako wynik niewłaściwego uzasadnienia hipotezy o jednakowej możliwości zajścia wszystkich zdarzeń wyselekcjonowanych do zbioru  $A$ .

### 4.3.3. Interpretacja częstościowa prawdopodobieństwa

W tym podejściu teoria prawdopodobieństwa jest traktowana jako nauka matematyczna, taka jak np. mechanika, która jednak dotyczy innego zakresu obserwowalnych zjawisk (Gillies, 2000). Na pytanie co jest przedmiotem zainteresowania teorii prawdopodobieństwa jeden z jej najwybitniejszych twórców, von Mises (1957) odpowiada, że teoria prawdopodobieństwa jest nauką matematyczną podobnie jak mechanika, ale, zamiast zajmowania się ruchem czy stanami równowagi ciał i sił działających na te ciała, traktuje ‘problemy w których albo to samo zdarzenie powtarza się wielokrotnie, lub też gdy mamy do czynienia równocześnie z dużą liczbą jednorodnych elementów’ (von Mises, 1957). W częstościowej teorii, prawdopodobieństwa są utożsamiane ze zbiorami zdarzeń lub innych elementów i są traktowane jako obiektywne i niezależne od badającej je osoby, podobnie jak w mechanice, masy ciał są niezależne od osoby dokonującej ich pomiaru. Z każdym powtarzalnym zdarzeniem lub zjawiskiem masowym stowarzyszony jest zbiór elementarnych atrybutów, które są uznawane jako a priori możliwe. Tworzą one byt, który von Mises nazywa przestrzenią atrybutów elementarnych  $\Omega$  (bardziej rozpowszechnionym w literaturze określeniem równoważnym jest przestrzeń zdarzeń elementarnych). Np. w przypadku rzutu kością do gry, elementarne atrybuty to 1, 2, 3, 4, 5, 6 tak więc  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .

Von Mises wprowadził również techniczny termin ‘kolektyw’, do opisu powtarzalnych zdarzeń lub zjawisk masowych. Dokładniej, mówi on że kolektyw ‘oznacza ciąg jednorodnych zdarzeń lub procesów, różniących się pewnymi obserwowalnymi atrybutami jak np. kolory, liczby i cokolwiek innego’ (von Mises, 1957). Użytecznym jest również odróżnienie kolektywów empirycznych od matematycznych. Kolektyw empiryczny to byt który rzeczywiście istnieje w realnym świecie i może być obserwowany jak np. rzut kością do gry w danej chwili i czasie czy cząstki gazu w danym naczyniu. Istotnym tutaj jest to, że kolektywy empiryczne mają skończoną liczbę elementów. Kolektyw matematyczny z drugiej strony stanowi nieskończony ciąg elementów  $\{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n, \dots\}$ , gdzie dla wszystkich  $n$ ,  $\omega_n$  jest elementem  $\Omega$ . Relacja pomiędzy tymi kolektywami powoduje pewne problemy. Jeden z nich wynika z faktu, że kolektyw matematyczny to ciąg uporządkowany. Elementy kolektywów empirycznych możemy wprowadzić też uporządkować, ale

zwykle możemy to zrobić na wiele sposobów. Tak więc stosując uporządkowane ciągi do opisu ciągów empirycznych, czynimy założenie, że nie wpłynie to na uzyskane wyniki. Kluczowe pytanie dotyczące teorii skończonych kolektywów von Misesa jest natomiast takie: czy uprawniona jest reprezentacja kolektywów empirycznych (skończonych) przez kolektwy nieskończone. Von Mises odpowiada na nie twierdząco i przytacza powszechną praktykę idealizacji rzeczywistości jaką stosuje się w innych dziedzinach np. ciało zastępuje się punktem, linia jest nieskończenie cienka itp. W odniesieniu do praktyk w fizyce, żartuje, że ‘w fizyce „w nieskończoności” znaczy „po drugiej stronie laboratorium”.’ W obszernej literaturze, można znaleźć szczegółową dyskusję różnych teoretycznych aspektów propozycji von Misesa (Gillies, 2000; Hajek, 2003; von Plato, 1994).

Z punktu widzenia praktycznych zastosowań najistotniejsza wydaje się jednak uproszczona wersja podejścia częstościowego zwana też granicą częstości względnej. Niech  $A$  będzie dowolnym atrybutem kolektywu  $C$ . Jeśli  $\Omega$  jest przestrzenią atrybutów tego kolektywu, to  $A \subseteq \Omega$  wobec tego  $\lim_{n \rightarrow \infty} m(A)/n$  istnieje, gdzie  $n$  oznacza liczbę elementów kolektywu  $C$ , a  $m(A)$  liczbę pojawień się atrybutu  $A$  w kolektywie  $C$ . Powyższa granica jest również definicją częstościowej wersji prawdopodobieństwa  $P(A|C)$ .

Teraz przytoczymy różne zastrzeżenia wynikające z tej definicji. Jednym z głównych zastrzeżeń do tej teorii jest to, że jest ona zbyt wąska, jako że istnieje wiele ważnych sytuacji, w których stosujemy prawdopodobieństwo, ale w których nic takiego jak empiryczny kolektyw nie może zostać zdefiniowane. Jednym z takich przypadków jest zastosowanie do pojedynczego przypadku. W odpowiedzi na ten zarzut von Mises uznał go za zaletę teorii stwierdzając: ‘Nasza teoria prawdopodobieństwa nie ma nic wspólnego z pytaniem typu: „jakie jest prawdopodobieństwo, że Niemcy zaczną kiedyś w przyszłości wojnę z Liberią?”’ (von Mises, 1957). Możemy natomiast, kontynuując von Mises, przedstawić prawdopodobieństwo w sensie matematycznym lub ilościowym gdy mamy do czynienia z licznym zbiorem jednorodnych zdarzeń i jest potrzeba określenia jego maksimum: ‘Najpierw kolektyw a potem prawdopodobieństwo’ (von Mises, 1957). Te uwagi prowadzi nas w kierunku najważniejszej słabości tej teorii związanej z zagadnieniem klasy odniesienia lub innymi słowy dziedziny określoności, która może być przyczyną absurdalnych rezultatów takich jak np. przytaczany przez Gillies (2000) przykład, który dotyczy wyników obliczeń numerycznych przeprowadzonych przez osiemnastowiecznego probablistę Condorceta. Wyliczył on mianowicie prawdopodobieństwo tego, że całkowity czas panowania siedmiu królów w Rzymie wynosił 257 lat jest równe 0,000792, a że ten okres wyniósł tylko 140 lat 0,008887. Condorcet wyliczył również prawdopodobieństwo tego, że wróżbita Accius Naevius ciął kamień brzytwą. Wartość tego prawdopodobieństwa wyniosła  $10^{-6}$  (Gillies, 2000). Te absurdalne przykłady pokazują potencjalne konsekwencje jakie może wygenerować nierozsądne posługiwanie się tym pojęciem w zastosowaniach praktycznych, a w szczególności z tak skomplikowanymi systemami i procesami z jakimi mamy do czynienia w eksploatacji podziemnej kopalni. Ponadto różnorodność i niepowtarzalność warunków złożowych powoduje, że rozważane zdarzenia typu np. wyrzut czy tąpnięcie są w zasadzie niepowtarzalne, z uwagi na niepowtarzalność warunków złożowych. Tym samym wydaje się, że bez daleko idących uproszczeń, przydatność tej interpretacji prawdopodobieństwa do oceny wiarygodności prognoz wystąpienia zdarzeń w górotworze wydaje się być wątpliwa. Zresztą powyższe opinie von Misesa, również nie pozostawiają wątpliwości w tej kwestii.

#### 4.3.4. Interpretacja skłonnościowa

Interpretacja prawdopodobieństwa jako skłonności (ang: *propensity*) lub dyspozycyjności układu losowego (ang: *chancy set up*) została rozwinięta przez K. Poppera w serii artykułów ok. 1960 r. Wg Poppera (2002) prawdopodobieństwa są skłonnościami (lub tendencjami) do generowania pewnych wyników, lub pewnych częstości wyników, przez dany układ eksperymentalny. Zasadnicze pytanie dotyczy tego jak dalej rozwinąć opis „skłonności” lub „tendencji” układu eksperymentalnego. Jakim rodzajem własności tego układu jest jego skłonność. Według Poppera skłonność jest rodzajem dyspozycyjności, lub czymś takim jak siła fizyczna czyli obiektywną cechą natury, konsekwencją fizycznej natury badanego obiektu. Np. prawdopodobieństwo wystąpienia tąpnięcia w danym polu eksploatacyjnym może mieć wartość obiektywną spowodowaną przez prawa fizyczne, którym podlega górotwór i niepewności związanej z tym problemem. Przy tym założeniu, „prawdziwe” prawdopodobieństwo  $p$ , danego stanu górotworu jest zmienną estymowaną przez prawdopodobieństwo  $p$ . Rezultatem takiego poglądu jest to, że wszystkie inne interpretacje prawdopodobieństwa są niczym innym jak aproksymacją wartości prawdziwej.

Interpretacja skłonnościowa podziela z interpretacją częstościową pogląd o istnieniu prawdopodobieństwa, ale dodaje do tego interesujący punkt, że prawdopodobieństwa pojedynczego zdarzenia („praw-

dziwe” prawdopodobieństwa) również istnieją. To oznacza, że prawdopodobieństwo nie jest jedynie pewną statystyczną własnością, która spełnia się w przypadku długotrwałych powtarzalnych doświadczeń, ale że dostarcza ono najlepszej informacji o szansach pojedynczego przypadku. To kontrastuje z innymi interpretacjami omawianymi tutaj, dla których prawdopodobieństwa są albo wynikiem gwarantowanej jednolitej ignorancji (interpretacja klasyczna), własności statystycznej (interpretacja częstotliwościowa) lub subiektywnej oceny (interpretacja subiektywna). „Prawdziwe” prawdopodobieństwa, jeśli istnieją, winny stanowić lepsze narzędzie decyzyjne, niezależne od intuicji czy niekompletnej wiedzy. Ten pogląd wydaje się dobrze odpowiadać przypadkowi rzutu kostką lub monetą, jednakże w odniesieniu do prognozy wystąpienia zdarzenia typy wyrzut czy tąpnięcie w górotworze, wydaje się niejasny.

Dla niektórych interpretacja „skłonnościowa” wydaje się mieć związek z pojęciem przyczynowości, i stąd prawdopodobieństwa są właśnie stopniem w jakim jakieś zdarzenie jest określone jego przyczynami. Z tego powodu w opinii Gilliesa (2000) „prawdziwe” prawdopodobieństwa są mniej uzasadnione w naukach stosowanych niż w grach losowych, a jako powód podaje to, że im bardziej skomplikowany jest badany system fizyczny tym większa jest możliwość wpływu wyjątkowych czynników na jego wartość. To stwierdzenie nie jest zbyt odległe od opinii, że „prawdziwe” prawdopodobieństwo zdarzenia jest warunkowane stanem świata. Z tego powodu, niektórzy badacze uważają, że „prawdziwe” prawdopodobieństwo jest pojęciem metafizycznym pozbawionym znaczenia, jako że nigdy nie można dowieść jego wartości (Gillies, 2000).

W tym miejscu należy podkreślić istotny fakt, że „skłonności” są zasadniczo różne w zależności jaką rozważamy teorię. Zgodnie z teoriami „długotrwałej powtarzalności”, skłonności są tendencjami do generowania względnych częstości o szczególnych wartościach, ale skłonności nie są same w sobie prawdopodobieństwami. Z kolei wg teorii „pojedynczego przypadku” skłonności są wartościami prawdopodobieństw.

Wg Hajka (2003) i innych, te poglądy, które łączą skłonności z częstościami nie spełniają warunku dopuszczalności, a więc nie dostarczają podstawowych własności matematycznych wymaganych przez rachunek prawdopodobieństwa. Najbardziej znaczącym argumentem za tym, że skłonności nie poddają się warunkom rachunku prawdopodobieństwa jest tzw. paradoks Humphreya (Humphrey, 1985), który odwołuje się do twierdzenia Bayesa wynikającego z rachunku prawdopodobieństwa, które umożliwia dokonanie odwrócenia prawdopodobieństwa warunkowego:

$$P(A/B) = \frac{P(B/A)}{P(B)} \quad (4.3)$$

Skoro skłonności mają być miarami „tendencji przyczynowych”, a zatem jak relacje przyczynowe, relacjami niesymetrycznymi, więc nie powinny podlegać odwracaniu, gdyż jak to formułuje w swoim przykładzie Humphrey prowadzi to do sprzeczności, że „dodatni test badania medycznego pochodzi od chorego pacjenta” (Humphrey, 1985).

Innym ważnym problemem ze skłonnością jest to, że w świetle tej interpretacji prawdopodobieństwa, skłonność jest wyodrębnioną wielkością, która nie jest wyrażona przez inne empirycznie określone wielkości. Pojawia się więc pytanie jak określić wartość numeryczną skłonności. W konsekwencji nie znajdujemy bazy empirycznej dla takiego np. zdania jak „prawdopodobieństwo wypadnięcia reszki w rzucie monetą jest ””, i cała dyskusja na temat prawdopodobieństwa traci empiryczny sens, nie wspominając o braku dowodów na to czy skłonności spełniają czy nie aksjomaty Kołmogorowa.

Niewątpliwie ciekawą kwestią jest geneza posługiwania się w naukach górniczych pojęciem ‘skłonności’ np. skłonność skały do tępnięć (Szecówka i in., 1973). Nie udało się autorowi tej pracy ustalić relacji czasowej pojawienia się pojęcia skłonności w literaturze górniczej z jego pojawieniem się tekstach Popera (Popper, 2002). Bez wątpliwości jednak miara skłonności skał do tępnięć jaką wprowadził Szecówka (tzw. wskaźnik  $W_{ET}$ ) (Szecówka i in., 1973) zdecydowanie nie ma wspólnego z prawdopodobieństwem nie ma.

#### 4.3.5. Interpretacja subiektywna

Głównym celem subiektywnego prawdopodobieństwa jest przywrócenie intuicyjnego znaczenia pojęcia prawdopodobieństwa jako stopnia przekonania (ang. *degree of belief*) Prawdopodobieństwo jest więc w relacji do niepewności, a nie tylko do wyników powtarzalnych eksperymentów. Prawdopodobieństwo jawi się więc w tej interpretacji jako prawdopodobieństwo warunkowe. Faktycznie zawsze mówiąc o prawdopodobieństwie jakiegoś zdarzenia mamy na myśli warunki w jakich ono wystąpi oraz dysponujemy pewną wiedzą na temat tych warunków. Tak więc możemy ten fakt zapisać symbolicznie jako  $P(E/C,I)$ , co oznacza, że zdarzenia  $E$  wystąpi pod warunkiem  $C$ , gdy nasza wiedza o tym fakcie wynosi  $I$ . Zwykle jednak ludzie

łączą  $C$  z  $I$ , a dodatkowo jeśli  $C$  i  $I$  są oczywiste, to są pomijane w zapisie który przybiera zwykle postać  $P(E)$  tj. prawdopodobieństwo wystąpienia  $E$ . Zauważmy ponadto, że  $E$ ,  $C$  i  $I$  są atrybutami otaczającego świata. Warunki można również traktować jak zdarzenia, a zatem można obliczyć  $P(C)$  lub  $P(I)$  podobnie jak to się robi z  $P(E)$ . Zauważmy, że zapis  $P(E/C)$  możemy odczytać jako prawdopodobieństwo, że zdanie  $E$  jest prawdziwe pod warunkiem prawdziwości  $C$ .

Prawdopodobieństwo subiektywne lub personalne odnosi się więc do stopnia przekonania konkretnego osobnika. Jak wykazują różne badania psychologiczne ludzie zwykle nie spełniają aksjomatów prawdopodobieństwa. Dlatego też w rozważaniach nad prawdopodobieństwem subiektywnym, analizuje się działania osobnika racjonalnego, przy czym racjonalność utożsamia się z logiką. Tak więc zakłada się, że działania racjonalnego osobnika są logicznie spójne, co daje rękojmię tego iż spełni on wymogi aksjomatów prawdopodobieństwa, przynajmniej w zakresie addytywności skończonej.

Prawdopodobieństwa subiektywne, są tradycyjnie analizowane w kategoriach zachowania racjonalnego osobnika, przy obstawianiu (typowaniu) wyników w zakładach bukmacherskich. Zacytujemy w tym miejscu, głównego twórcę subiektywnej interpretacji prawdopodobieństwa de Finettiego (de Finetti, 1980): „Przypuśćmy, że pewien osobnik jest zobligowany do oceny stawki  $p$ , za którą byłby gotów zapłacić dowolną sumę  $S$ , (dodatnią lub ujemną), w zależności od wystąpienia danego zdarzenia  $E$ , za wygranie sumy  $pS$ ; liczbę  $p$  ustalamy jako miarę prawdopodobieństwa przypisaną przez tego osobnika wystąpieniu zdarzenia  $E$ ”.

Prowadzi to do następującej analizy:

Stopień przekonania osobnika w zajście zdarzenia  $E$  jest  $p$  wtt  $p$  jednostek użyteczności jest ceną za jaką osobnik kupiłby lub sprzedał taki zakład, który wypłaci 1 jednostkę użyteczności jeśli  $E$  i 0 jeśli nie  $E$ .

Skoro przekonania można wyrazić poprzez typowanie zakładów, typowanie zakładów można zatem uznać za najbardziej ogólny sposób wyjaśniania odpowiednich przekonań, niezależnie od rodzaju zdarzeń, których dotyczą oraz metody użytej do zdefiniowania stawek. Istotne znaczenie ma tutaj fakt, że po pierwsze zakłady muszą być odwracalne, a po drugie że żaden zakład nie może być skonstruowany w taki sposób, aby ktokolwiek miał zapewnioną wygraną lub przegraną. Ten pierwszy warunek zmusza danego osobnika do oszacowania stawek zakładów zgodnie z jego przekonaniem jak również do akceptacji drugiego warunku tzn. jeśli dany osobnik zaakceptował dane stawki na zakłady to zgadza się na typowanie przeciwnych zakładów przy tych samych stawkach. Spójność spełnia dwie ważne funkcje: jedną można nazwać moralną, gdyż zmusza osoby kwantyfikujące swoje przekonania do robienia tego uczciwie, a drugą formalną, umożliwiającą wykorzystanie podstawowych reguł prawdopodobieństwa, a w szczególności wzorów na prawdopodobieństwo warunkowe.

Jeśli do subiektywnej teorii Bayesa zostaje wprowadzona spójność to staje się oczywiste, że przymiotnik „subiektywny, co stanowi częsty zarzut pod adresem subiektywnej interpretacji prawdopodobieństwa, ” nie może być utożsamiany z pojęciem „dowolny” jako że wszystkie składniki potrzebne do oceny prawdopodobieństwa muszą być wzięte pod uwagę, z uwzględnieniem wiedzy o tym, że ktoś inny mógł inaczej ocenić stawki na te same zdarzenia. Istotnie, spójna postawa subiektywistyczna wydaje się bardziej odpowiedzialna (i bardziej ‘obiektywna’ w potocznym tego słowa znaczeniu) niż ta wynikająca ze ślepego stosowania standardowych metod ‘obiektywnych’ (D’Agostini, 1999a). Inne źródła obiekcji, które wynikają z utożsamiania pojęcia ‘przekonanie’ z pojęciem ‘wyobraźnia’ są neutralizowane w pracy (D’Agostini, 1999b).

Zastanówmy się przez chwilę nad praktycznym pytaniem jak ocenić prawdopodobieństwo w pojedyńczym szczególnym przypadku, aby ta ocena nie miała znamion sztuczki matematycznej. Np. prawdopodobieństwo zdarzenia, że cząstka  $N_2$  w pewnej temperaturze posiada prędkość z pewnego przedziału wydaje się obiektywne. Wystarczy wziąć rozkład prędkości Maxwella, wykonać całkowanie i otrzymamy liczbę np.  $p = 0,23412$ . Ta „zagrywka” matematyczna natychmiast się komplikuje jeśli rozważamy konkretny zbiornik zawierający gaz rzeczywisty i mierzymy prędkość cząstki w rzeczywistym doświadczeniu. Ta precyzyjna ‘obiektywna’ liczba otrzymana z powyższego całkowania mogłaby w żaden sposób nie odpowiadać naszemu przekonaniu, że prędkość ma faktycznie wartości z tego przedziału. Wyidealizowane ‘fizyczne prawdopodobieństwo’  $p$  łatwo może okazać się pojęciem mylącym które nie odpowiada przekonaniu w realnej sytuacji. W większości przypadków, w zasadzie  $p$  jest liczbą którą otrzymujemy z modelu. Nazywając  $E$  zdarzeniem rzeczywistym, a  $P(E)$  prawdopodobieństwem, które mu przypisujemy, wyidealizowana sytuacja odpowiada następującemu prawdopodobieństwu warunkowemu:

$$P(E \mid \text{Model} \rightarrow p) = p \quad (4.4)$$

Ale faktycznie nasze przekonanie do  $E$  zależy od naszego przekonania do modelu:

$$P(E|I) = \sum_{\text{Modele}} P(E|I, \text{Model} \rightarrow p) \cdot P(\text{Model} \rightarrow p|I) \quad (4.5)$$

Gdzie  $I$  oznacza stan dostępnej informacji, która jest zwykle niejasna we wszystkich ocenach prawdopodobieństwa. Opisując naszą niepewność co do parametru  $p$  za pomocą rozkładu prawdopodobieństwa  $f(p)$ , powyższe wyrażenie może być zapisane jako:

$$P(E|I) \int_0^1 P(E|p, I) \cdot f(p, I) \cdot f(p|I) dp \quad (4.6)$$

Wyniki równania (4.5) i (4.6) faktycznie wyrażają znaczenie prawdopodobieństwa, opisując nasze przekonania, w oparciu o które można typować wirtualne zakłady (wirtualne, ponieważ dobrze wiadomo, że zakłady rzeczywiste to delikatne problemy decyzyjne, w których przekonania stanowią jedynie jeden z czynników).

## 5. Czynniki 4 – Sugestie praktycznych działań

### 1. Analiza i ocena stanu zarządzania ryzykiem i jakości ubezpieczeń w przemyśle górniczym

W ostatnich latach pojawiają się publikowane prace, w periodykach związanych z górnictwem, które świadczą o podejmowaniu tematyki zarządzania ryzykiem w różnych ośrodkach badawczych. Prace te są jednak sporadyczne i niewiele w nich informacji na temat stanu zarządzania ryzykiem w polskich zakładach górniczych. Ponadto nie są znane autorowi żadne prace publikowane na temat transferu ryzyka z zakładu górniczego na ubezpieczyciela. Biorąc powyższe pod uwagę istnieje potrzeba dokonania studium na temat stanu zarządzania ryzykiem w polskich zakładach górniczych, zachodzących w tej mierze tendencjach oraz efektywności tych działań.

Warunkiem realizacji tego zadania jest dostęp do materiałów będących w posiadaniu kopalń zrzeszonych w Spółkach Węglowych dokumentujących w/w elementy procesu zarządzania ryzykiem (identyfikacja, analiza i ocena, sterowanie).

### 2. Opracowanie Kwestionariusza Oceny Ryzyka (KOR)

Jest to zadanie o dużej wartości użytkowej. Jego opracowanie wymaga uwzględnienia wszystkich wymienionych wyżej źródeł ryzyka w zakładzie górniczym. Stopień szczegółowości KOR powinien z jednej strony zapewniać uzyskanie wszystkich danych niezbędnych do wiarygodnej oceny ryzyka przedsiębiorstwa, a z drugiej unikanie danych nieistotnych. Ważnym elementem KOR powinny być dane o wielkości szkód majątkowych w przeszłości, ich przyczynach, sposobach ich określania i ewidencjonowania, wartości uzyskanych odszkodowań oraz ewentualnych przyczyn odmowy odszkodowania i/lub uzyskania jedynie odszkodowania częściowego.

KOR powinien posiadać cechy, które pozwoliłyby na przyjęcie go jako standardu w przemyśle górniczym do okresowego ewidencjonowania danych wymaganych do oceny efektywności zarządzania ryzykiem w kopalniach GZW.

### 3. Gromadzenie i analiza danych w KOR

Zadanie to z pozoru proste wymagać może w praktyce znacznego wysiłku polegającego na wyjaśnianiu i konsultowaniu wprowadzania do KOR danych przez zakłady górnicze. Na tym etapie winna dokonywać się również ocena wiarygodności danych kwestionariusza oraz ewentualna ich weryfikacja i uzupełnianie. Z uwagi na późniejsze wykorzystanie tych danych istnieje potrzeba wykonania stosownego oprogramowania do gromadzenia danych.

### 4. Analiza danych KOR oraz opracowanie standardowego Programu Ubezpieczeniowego zakładu górniczego lub grupy zakładów górniczych

Jest to zadanie końcowe, którego efektem powinien być standardowy program ubezpieczeniowy podziemnej kopalni węgla lub grupy takich kopalń. Program ten powinien mieć walory umożliwiające mu szybkie wdrożenie w polskim przemyśle węglowym. Efektem tego zadania powinny być również rekomendacje w zakresie działań prewencyjnych w analizowanych kopalniach.

## 6. Dyskusja i wnioski

Jednym z głównych celów tej pracy była dyskusja pewnych kwestii związanych z interpretacją prawdopodobieństwa jako wielkości wejściowej do obliczania ryzyka, które z kolei należy postrzegać jako element procesu probabilistycznego prognozowania. Część z tej dyskusji koncentruje się na elementarnych pojęciach prawdopodobieństwa, które niewątpliwie wymagają dalszej debaty w naukach górniczych. Rzeczywistość jest taka, że chociaż rachunek prawdopodobieństwa jako dział matematyki ma solidne korzenie, to prawdopodobieństwo jako takie w zastosowaniach praktycznych powinno być interpretowane bardzo ostrożnie.

Rachunek prawdopodobieństwa koncentruje się na określaniu prawdopodobieństwa pewnych zdarzeń (prawdopodobieństw a priori) w celu otrzymania prawdopodobieństw innych zdarzeń (prawdopodobieństw a posteriori), które zależą od tych pierwszych w mniej lub bardziej skomplikowany sposób. Dominacja interpretacji czystościowej prawdopodobieństwa oraz fakt, że interpretacja prawdopodobieństwa jest poza obszarem zainteresowań rachunku prawdopodobieństwa powoduje, że w pozycjach książkowych na temat prawdopodobieństwa tematyka jego interpretacji jest zwykle pomijana bądź też jedynie sygnalizowana. Z kolei fakt, że znaczenie prawdopodobieństwa, w szczególności kwestie jego interpretacji, jest ciągle przedmiotem otwartej dyskusji w bardzo licznych publikacjach naukowych, powinno uczulać nas na konsekwencje jakie ta kwestia może mieć na wyniki badań, zastosowań i prognoz. Różnorodność wartości prawdopodobieństwa uzyskiwanych przez ekwiwalentne podejścia prognostyczne czy ocenne skłania niektórych autorów do wniosku, że każda ocena czy prognoza probabilistyczna może być uważana za zmienną losową o danym rozkładzie prawdopodobieństwa, co z kolei implikuje to, że dana ocena czy prognoza jest 'realizacją' wielu różnych możliwych wyników (De Elia & Laprise, 2005). To z kolei może prowadzić do wniosku, że prawdopodobieństwo jest 'w istocie swej niepewną' miarą niepewności. Takie skojarzenia miały dla teorii prawdopodobieństwa doniosłe następstwa i stały się stymulatorami rozwijania nowych teorii, które próbują wyjaśnić powyższe kwestie, jak np. teoria możliwości (Zadeh, 1979), teoria zbiorów rozmytych (Zadeh, 1965), teoria Damstera-Shafera czy teoria prawdopodobieństwa jakościowego (Smithson, 1989; Cyrul, 2003). Takie pojęcia jak 'prawdopodobieństwo prawdopodobieństwa', 'prawdopodobieństwo przybliżone' czy 'meta prawdopodobieństwo' rozwinięte w ostatnich latach (Smithson, 1989) odzwierciedlają trudności w opisie sensu niepewności za pomocą jednej wartości liczbowej – prawdopodobieństwa.

Nie umniejszając znaczenia w/w wątpliwości, w zastosowaniach do zagadnień oceny ryzyka w projektach z dziedziny eksploatacji górniczej, gdzie mamy do czynienia przeważnie z pojedynczymi zdarzeniami lub bardzo nielicznymi zbiorami zdarzeń, nie znajduje uzasadnienia stosowanie innej interpretacji prawdopodobieństwa niż interpretacja subiektywna. To nie eliminuje w zupełności pozostałych interpretacji, które mogą być wykorzystane w takich fragmentach projektu, które odpowiadają naturze tych interpretacji np. tam gdzie istnieje symetria jest miejsce dla interpretacji klasycznej, a tam gdzie dopuszczamy wystąpienie jednorodnych masowych zdarzeń może być przydatna interpretacja prawdopodobieństwa jako częstości granicznej.

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w ramach działalności statutowej IMG PAN w roku 2006.

## 7. Literatura

- Ayyub B.M., McCuen R., 1997: *Probability, Statistics and Reliability for Engineers*, CRC Press, FL, 1997.
- Ayyub B.M Wilcox R., 2000: *A Risk Informed Compliance Approval Process for Personal Flotation Devices*, Report Prepared for the U.S. Coast Guard.
- Blanchard B.S., 1998. *System Engineering Management*. John Wiley & Sons, New York.
- Brachinger H.W., Weber M., 1997: *Risk as a primitive: A survey of measures of perceived risk*, OR Spectrum, vol. 19, no. 4.
- Byrne E.F., 1968: *Probability and Opinion: A Study of Medieval Presuppositions of Post-Medieval Theories of Probability*. Martinus Nijhoff, 329 pp.
- Cyrul T., 2004: *Identyfikacja zagrożeń jako źródeł ryzyka w działalności górniczej*. Prace IMG PAN, t. 5, nr 3-4, s. 315-336.
- D'Agostini G., 1999a: CERN Report 99-03, July 1999.

- D'Agostini G., 1999b: Rev. R. Acad. Cienc. Exact. Fis. Nat., Vol. 93, No. 3, 1999, e-print arXiv: physics/9906048.
- De Lelia R., Laprise R., 2005: *Diversity in Interpretations of probability: Implications fo Weather forecasting*, Mon. Wea. Rev., 133 (5), 1129-1143.
- Drucker P.F., 1986: *Innovation and Entrepreneurship Practice and Principles*, Pan Books, London
- Galavotti M.C., 2005: *Philosophical Introduction to Probability*. CSLI Publications.
- Gillies D., 2000: *Philosophical Theories of Probability*. Routledge, 223 pp.
- Hájek A., 2003: *Interpretations of Probability*, The Stanford Encyclopedia of Philosophy <<http://plato.stanford.edu/archives/sum2003/entries/probability-interpret/>>.
- Kahn H., Wiener A.J., 1967: *The Year 2000: A Framework for Speculation*, Macmillan, NY.
- Kaplan S., Garrick B.J., 1981: *On the quantitative definition of risk*, Risk Analysis, vol. 1, pp. 11-37.
- Kaplan S., 1997: The words of risk analysis, Risk Analysis, 17 (4), 407-417.
- Kolmogorow A.I., 1933: *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Berlin: Springer. Wersja angielska: *Foundations of the Theory of Probability*. New York: Chelsea, 1950.
- Modarres M. 1993: *What Every Engineer Should Know about Reliability and Risk Analysis*. Marcel Dekker, New York.
- Molak V., 1997: *Fundamentals of Risk Analysis and Risk Management*. CRC Press, Lewis Publishers, Boca Raton.
- Otto W., 2004: *Ubezpieczenia majątkowe cz. 1 Teoria ryzyka*, WNT Warszawa
- Popper K.R., 2002: *Logika odkrycia naukowego*. Wyd. Fundacja Alethea, Warszawa
- Salmon W., 1966: *The Foundation of Scientific Inference*, University of Pittsburgh Press
- Skyrms B., 1980: *Casual Necessity*, New Haven, Yale University Press
- Smithson M., 1989: *Ignorance and Certainty: Emerging Paradigms*, Springer-Verlag.
- Wang J.X. Roush M.L., 2000: *What Every Engineer Should Know About Risk Engineering and Management (What Every Engineer Should Know, V. 36)*. MarcelDekker, New York
- Weatherford R., 1982: *Philosophical Foundations of Probability Theory*. Routledge and Kegan Paul, 282 pp.
- Venn J., 1876: *The logic of chance, 2<sup>nd</sup> edition*, Macmillan and co; reprinted, New York, 1962.
- Williams C.A., Smith M.L., Young P., 2002: *Zarządzanie ryzykiem a ubezpieczenia*. PWN
- von Mises R., 1957: *Probability, Statistics and Truth*, 2n revised English edition, Allen and Unwin.
- von Plato J., 1994: *Creating Modern Probability: Ist Mathematics, Physics and Phylosophy in Historical Perspective*. Cambridge University Press.
- von Weizsecker C.F., 1973: *Probability and quantum mechanics*, British Journal for the Philosophy of Science, 24, pp. 321-337.
- Wust P., 1995: *Niepewność i ryzyko*, PWN, Warszawa.
- Zadech L., 1965: *Fuzzy sets*. Information and control, 8, 338-353.
- Zadeh L., 1979: *Fuzzy Sets as a basis for the Theory of Possibility*, "Fuzzy Sets and Systems", vol. 1.

## Analysis of the Factors Causing Risk Transfer in the Underground Mine More Efficient

### Abstract

The work is a next step of the research concerning the issues of risk management in mining projects. Chosen notions having substantial influence on quantification of risk as an object of a transaction in the process of its transfer on the insurer are subjected to analysis. For the transaction of selling and buying the risk to be rational the object of the transaction should be determined as precisely as possible. Considerations are concentrated on the measure of risk as a product of a value of a loss and its probability. Due to the importance of the meaning of the notion of probability in the process of risk quantification four different interpretations of probability are subjected to a detailed analysis. The usefulness of the classical, frequentist and propensity interpretations of probability is questioned, particularly due to the so called reference class problem. The possibility is noted of using the subjective interpretation in the risk quantification process, which would include an expert opinion elicitation.

**Keywords:** risk, risk management, risk transfer, insurance, decision, probability, loss

Recenzent: Dr hab. inż. Grzegorz Kortas, Instytut Mechaniki Górotworu PAN