

# Wyznaczanie trójwymiarowego pola prędkości

WŁADYSŁAW CIERNIAK

*Instytut Mechaniki Górotworu PAN, ul Reymonta 27; 30-059 Kraków*

## Streszczenie

W artykule przedstawiono metodę wyznaczania trójwymiarowego pola prędkości z zastosowaniem trzech kamer wyposażonych w przetworniki CCD oraz impulsowego źródła światła. Metoda umożliwia stosowanie zwykłych cyfrowych aparatów fotograficznych przy zastosowaniu źródeł światła o różnych kolorach.

**Słowa kluczowe:** metrologia, mechanika płynów, optyczne pomiary odkształceń

## Wstęp

Przy małych obiektach klasyczna metoda PIV, z wykorzystaniem warstwy świetlnej generowanej przez laser, daje małą rozdzielczość przestrzenną. Metody wykorzystujące holografię są skomplikowane, chociaż ich zaletą jest możliwość wykorzystywania tylko jednej kamery. Wykorzystanie trzech szybkich kamer cyfrowych stwarza możliwość opracowania stosunkowo prostej metody pomiarowej do wyznaczenia trójwymiarowego pola prędkości z zastosowaniem znaczników. Dwie kamery ustawione w pewnej odległości od siebie pozwalają wyznaczyć współrzędne przestrzenne punktów, które są w jakiś sposób wzajemnie od siebie rozróżnialne. Taki przypadek zachodzi w fotogrametrii. W przypadku fotografowania znaczników w strumieniu płynu identyfikacja odpowiadających sobie punktów na dwu różnych zdjęciach jest niemożliwa, ponieważ stosowane znaczniki są do siebie bardzo podobne. Zastosowanie trzeciej kamery daje dodatkową informację umożliwiającą identyfikowanie par punktów odpowiadających jednej cząsteczce.

## Analiza zagadnienia

Do wyprowadzenia prostych zależności czyni się następujące założenia: Trzy jednakowe kamery są położone na jednej płaszczyźnie w taki sposób, że kolumny przetworników światła na sygnały elektryczne są położone na tych samych liniach prostych. Szkic obrazujący sytuację jest pokazany na rysunku (1).

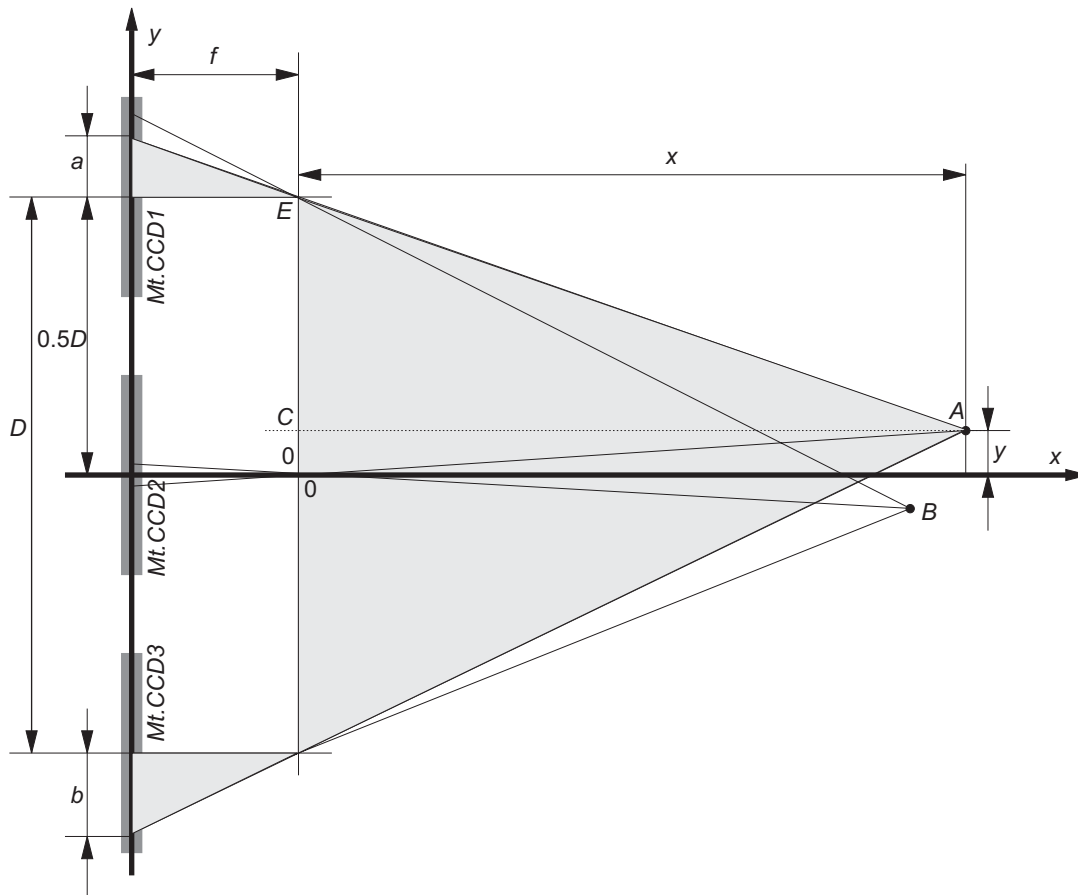
Przyjmuje się, że na matrycach przetwarzających światło na sygnał elektryczny (*Mt.CCD*) zostały zidentyfikowane punkty odpowiadające znacznikowi znajdującemu się w punkcie *A* o współrzędnych *x* i *y*. To pozwala jednoznacznie wyznaczyć jego położenie na płaszczyźnie rysunku (przedstawiony obraz jest rzutem na płaszczyznę rysunku) tylko przy zastosowaniu dwóch kamer.

Uzyskuje się bardzo proste zależności, gdy uwzględni się, że złożenie małych zaciemnionych trójkątów (górnego i dolnego) daje trójkąt podobny do dużego zaciemnionego.

To pozwala napisać relacje:

$$\frac{x}{D} = \frac{a+b}{f} \quad (1)$$

$$\frac{a}{f} = \frac{0.5D - y}{x} \quad (2)$$



Rys. 1. Szkic do wyprowadzenia podstawowych zależności

Drugie równanie wynika z podobieństwa małego, górnego, zaciemnionego trójkąta oraz trójkąta  $AEC$ . Przy zapisie powyższych wzorów przyjęto umowę, że  $a$  przyjmuje dodatnie wartości, gdy obraz punktu  $A$  znajduje się w górnej połowie matrycy, a ujemne, gdy znajduje się w dolnej połowie. Dla znaku  $b$  przyjęto umowę odwrotną.

Dla trzeciej współrzędnej proporcja ma postać:

$$\frac{f}{c} = \frac{z}{x} \quad (3)$$

gdzie:

- $c$  – jest odległością kolumny, w której znajduje się obraz punktu  $A$  od osi symetrii,
- $z$  – jest rzeczywistą odległością punkt  $A$  wzdłuż osi  $z$  od jej początku.

Po prostych przekształceniach otrzymuje się:

$$x = \frac{(a+b)D}{f} \quad (4)$$

$$y = 0.5D - \frac{a(a+b)D}{f^2} \quad (5)$$

$$z = \frac{(a+b)D}{c} \text{signun}(c) \quad (6)$$

Taka prosta sytuacja występuje tylko w przypadku, gdy na każdej kolumnie wybranych przetworników występują tylko pojedyncze punkty. Jeśli jest ich kilka, to nie wiadomo, które punkty tworzą właściwe

pary. Jest możliwe, że liczby punktów na kolumnach o tych samych numerach są różne, ponieważ niektóre punkty mogą się zasłaniać. Aby znaleźć właściwe punkty wystarczy utworzyć nową parę kamer o innym położeniu i powtórzyć pomiar. W przypadku pokazanym na rysunku jest to kamera środkowa i górna lub środkowa i dolna. Ta nowa para znów da obrazy położenia punktów, na podstawie których nie będzie można wyznaczyć poprawnego ich położenia.

Jeśli jednak dla każdej pary kamer wyliczy się wszystkie możliwe położenia punktów, to oprócz dużej liczby wadliwych położzeń będą się znajdować również poprawne, które będą miały w obu przypadkach te same współrzędne. Ze względu na różne położenie kamer tylko te właściwe wyliczenia będą miały takie same współrzędne. Opracowany do tego celu program komputerowy pozwoli na ich wyszukanie.

Dla przetworników *Mt.CCD1* i *Mt.CCD2* można wprowadzić nowy układ współrzędnych przesunięty w górę o  $0.25D$ . Zmienna  $x$  pozostaje bez zmiany, a nowa współrzędna pionowa  $y_1$  ze współrzędną  $y$  będzie miała związek:

$$y = y_1 - 0.25D \quad (7)$$

Dla dolnej pary przetworników *Mt.CCD2* i *Mt.CCD3* ten związek ma postać:

$$y = y_2 + 0.25D \quad (8)$$

Ponieważ odległości pomiędzy nowymi parami kamer są równe  $0.5D$  to odpowiadające im wzory równoważne wzorom otrzymują postaci:

$$x = \frac{(a_1 + b_1)D}{2f} \quad (9)$$

$$y_1 = 0.25D - \frac{a_1(a_1 + b_1)D}{2f^2} \quad (10)$$

$$x = \frac{(a_2 + b_2)D}{2f} \quad (11)$$

$$y_2 = 0.25D - \frac{a_2(a_2 + b_2)D}{2f^2} \quad (12)$$

gdzie:  $a_1, a_2, b_1, b_2$  są współrzędnymi pionowymi obrazów punktów w nowych układach współrzędnych.

W praktycznych przypadkach, prawdopodobnie konieczne będzie uwzględnianie niedoskonałości układów optycznych przez wprowadzenie doświadczalnie wyznaczonych korekcji. Należy się spodziewać, że wyliczone współrzędne z różnych par kamer rzeczywiście istniejących punktów nie będą identyczne. W takim przypadku jako właściwe należy wybrać punkty z trzech układów kamer o minimalnej odległości. W rzeczywistym przypadku może się okazać, że odległości  $f$  kamer tego samego typu, mogą być nieco różne, co oczywiście spowoduje pewne komplikacje wzorów do obliczeń.

Przed przystąpieniem do pomiarów należy możliwie dokładnie wyznaczyć odległości  $0.5D$  i  $f$ .

## Opis eksperymentów

Do fotografowania znaczników poruszających się w płynie można stosować szybkie kamery cyfrowe lub aparaty fotograficzne. Do oświetlania pola pomiarowego przy fotografowaniu szybkimi monochromatycznymi kamerami można stosować dowolne źródła światła dające wystarczająco krótkie impulsy. Zastosowanie aparatów fotograficznych z kolorowymi matrycami wymaga źródeł światła o trzech podstawowych barwach dostosowanych do filtrów nałożonych na piksele matryc światłoczułych. Podczas rejestrowania aparatami fotograficznymi obiektywy muszą być otwarte na czas wykonywania dwóch lub trzech błysków. Dla oświetlania niewielkich obszarów najwygodniejsze są diody świecące.

Uzyskane obrazy należy przesłać do komputera i na ich podstawie wyliczyć położenia znaczników w kolejnych chwilach czasowych. Wyliczanie funkcji autokorelacji z podzbiorów uzyskanych punktów przy znajomości różnicy czasów ich powstania pozwoli wyznaczyć trójwymiarowe pole prędkości.

Stosowanie aparatów fotograficznych pozwala uzyskać dokładniejsze wyniki ze względu na dużą rozdzielczość ich matryc, sięgającą obecnie kilkudziesięciu milionów pikseli.

Szybkie kamery mają rozdzielczość o około dwa rzędy mniejszą, która jest konieczna ze względu na długość czasu transmisji dużej ilości informacji do komputera.

Pracę wykonano w ramach pracy statutowej realizowanej w IMG PAN Kraków w roku 2007, finansowanej przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego.

## **Spis literatury**

Szczepan Szczeniowski: *Fizyka doświadczalna, część IV optyka*, wyd. III poprawione, PWN Warszawa 1967.

Recenzent: Prof. dr hab. *Jan Kielbasa*, Instytut Mechaniki Górotworu PAN