Prace Instytutu Mechaniki Górotworu PAN
Tom 16, nr 1-2, czerwiec 2014, s. 31-36

Wyznaczanie parametrów *a* i *b* oraz *n*(*v*) w równaniu opisującym pracę anemometru stałorezystancyjnego

Jan Kiełbasa

Instytut Mechaniki Górotworu PAN; ul. Reymonta 27, 30-059 Kraków

Streszczenie

Straty cieplne nagrzanego włókna anemometru opisuje od stu lat równanie Kinga (King, 1914), które może być zapisane w postaci

$$I_w^2 R_w = (a + b\sqrt{v})(R_w - R_g) \tag{i}$$

gdzie

$$a = I_w^2 \tag{ii}$$

gdy $v = 0$, a znając a można łatwo wyznaczyć b. Wprowadzone symbole oznaczają: I_w jest prądem zasilającym włókno czujnika, R_w rezystancją nagrzanego czujnika, R_g rezystancją „zimnego" czujnika, v prędkością medium, a i b stałymi wyznaczanymi w procesie wzorcowania czujnika.

Równanie to przybrało w termoanemometrii nieco zmodyfikowaną formę zwaną uogólnioną w postaci

$$I_w^2 R_w = (a + bv^n)(R_w - R_g) \tag{iii}$$

Stałą a wyznaczano jak wyżej, natomiast jak w tym równaniu wyznaczano stałe b i n brak literaturowych informacji.

P. Ligęza (2005) zaproponował nowe równanie opisujące pracę anemometru stałorezystancyjnego przyjmujące postać

$$I_w^2(v) = I_k^2 (1 - \frac{1}{N}) \left(1 + (\frac{v}{v_k})^n \right) \tag{iv}$$

gdzie $I_w(v)$ jest prądem zasilającym włókno anemometru przy prędkości v, $N = R_w/R_g$ jest współczynnikiem nagrzania włókna, R_w – rezystancją nagrzanego włókna, R_g – rezystancją włókna w temperaturze wzorcowania sondy, a v jest prędkością przepływającego medium. Stałe I_k^2, v_k i n, powiązał z parametrami a i b równania Kinga (King, 1914).

Autor podaje inny sposób wyznaczania parametrów I_k^2, v_k i $n(v)$, które wylicza się niezależnie od siebie. Z zależności (iv) po przekształceniu dostaje się bezwymiarową zależność

$$\frac{N}{N-1} \frac{I_w^2}{I_k^2} - 1 = (\frac{v}{v_k})^n \tag{v}$$

gdzie lewa strona równania jest funkcją prądu zasilania I_w i współczynnika nagrzania N a prawa strona funkcją prędkości przepływu v medium. Pokazano, że wykładnik $n = n(v)$ dla v jest monotonicznie malejącą funkcją prędkości przepływu oraz, że zależy on także od współczynnika nagrzania N.

Słowa kluczowe: anemometr cieplny, anemometr stałorezystancyjny, prawo Kinga

1. Wstęp

Praca anemometru cieplnego pracującego w systemie anemometru stałorezystancyjnego jest opisana równaniem Kinga (King, 1914), które wiąże moc dostarczaną do grzanego włókna z prędkością napływającego medium równaniem:

$$I_w^2 R_w = (a_0 + b_0\sqrt{v})(T_w - T_g) \tag{1}$$

gdzie $I_w(v)$ oznacza prąd zasilania grzanego włókna, R_w rezystancję nagrzanego włókna, T_w temperaturę nagrzanego włókna a T_g temperaturę opływającego medium, a_0 i b_0 stałe, a v jest prędkością przepływającego medium.

Jeżeli anemometr z grzanym włóknem pracuje w systemie anemometru stałorezystancyjnego (tradycyjnie zwanego stałotemperaturowym co nie jest prawdą), w którym rezystancja nagrzanego włókna R_w jest utrzymywana na stałej ustawionej wartości to wykorzystując związki, że

$$R_w = R_0[1 + \gamma(T_w - T_0)] \tag{2}$$

oraz

$$R_g = R_0[1 + \gamma(T_g - T_0)] \tag{3}$$

dostaje się

$$T_w - T_g = \frac{R_w - R_g}{\gamma R_0} \tag{4}$$

Wstawiając (4) do (1) dostaje się

$$I_w^2 R_w = (a_0 + b_0\sqrt{v})(\frac{R_w - R_g}{\gamma R_0}) \tag{5}$$

i dalej

$$I_w^2 = (a + b\sqrt{v})(1 - \frac{1}{N}) \tag{6}$$

gdzie stałe a, b i N są kolejno równe

$$a = \frac{a_0}{\gamma R_0} \tag{7}$$

i

$$b = \frac{b_0}{\gamma R_0} \tag{8}$$

$$N = \frac{R_w}{R_g} \tag{9}$$

przy czym γ jest temperaturowym współczynnikiem rezystancji włókna R_0 wyznaczonym w temperaturze odniesienia T_0. Parametr N zwie się współczynnikiem nagrzania włókna.

W praktyce okazuje się, że zależność (6) nie jest pierwiastkowa lecz potęgowa a wykładnik potęgowy n jest zawarty wg Strickerta (1973) w przedziale 0.4-0.6 a nawet dla bardzo małych prędkości (*DISA Information*, 1969) jest równy 2. Jest on wyznaczany w procesie wzorcowania.

2. Uogólniony wzór Kinga

W przypadku, gdy anemometr pracuje w systemie stałorezystancyjnym (R_w = const) równanie (6) starano się sprowadzić do bardziej ogólnej zależności

$$I_w^2(v) = (a + bv^n)(1 - \frac{1}{N}) \tag{10}$$

Występujący tu parametr a jest równy kwadratowi prądu zasilania włókna w warunkach $N = \frac{1}{2}$ przy zerowej prędkości v. Pewną trudność w tym równaniu sprawia interpretacja fizyczna współczynnika b, gdyż w zależności od wartości wykładnika n jego wymiar musi ulegać zmianie, co jest trudne do zaakceptowania. Stąd pojawiają się próby nieco innego opisu, który by tych trudności interpretacyjnych nie powodował.

Paweł Ligęza w pracy (Ligęza, 2005) zaproponował nową postać równania opisującego pracę anemometru stałorezystancyjnego w formie

$$I_w^2(v) = I_k^2(1 - \frac{1}{N})\left[1 + (\frac{v}{v_k})^n\right] \tag{11}$$

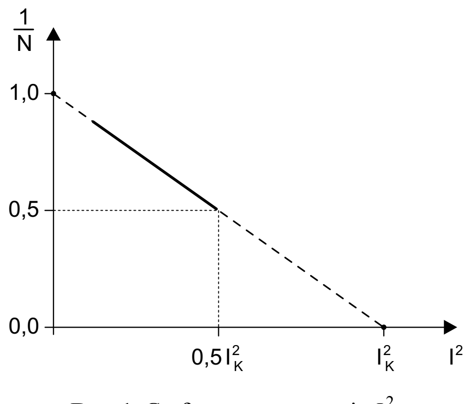
gdzie stałe I_k i v_k wiążą się ze stałymi z równania ttępującymi zależnościami

$$I_k = \sqrt{a} \tag{12}$$

oraz

$$v_k = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n}} \tag{13}$$

a n pozostaje to samo. Parametr I_k ma wymiar prądu i teoretycznie jest równy prądowi, gdy $v = 0$ i $R_w \to \infty$ czyli $\frac{1}{N} \to 0$. Tę sytuację ilustruje Rys. 1.



Rys. 1. Graficzne wyznaczenie I_k^2

W praktyce tok postępowania jest następujący: dla $v = 0$ i określonego N z równania (11) dostajemy

$$I_k^2 = \frac{N}{N-1} I_w^2 \tag{14}$$

a w szczególności gdy $N = 2$ mamy

$$I_k^2 = 2I_w^2 \tag{15}$$

Równanie (15) pozwala w praktyce wyznaczyć I_k^2 bez obawy przepalenia włókna.

Natomiast v_k jest pewną hipotetyczną prędkością normująca, której interpretację poda się niżej. Pewną trudność stanowi fakt, że wzory (10 i 11) nie opisują dokładnie charakterystyki prądowej anemometru od prędkości przepływu ale tylko jej część dla $v \geq v_{\min}$.

Wzór (11) możemy także zapisać w formie bezwymiarowej jako

$$\frac{N}{N-1}\frac{I_w^2}{I_k^2}-1=(\frac{v}{v_k})^n \tag{16}$$

w którym zmienne są rozdzielone. Zauważmy, że dla $v = v_k$ wartość ułamka $\left(\frac{v}{v_k}\right)^n = 1$ niezależnie od wartości wykładnika n i wówczas

$$I_w^2 = 2I_k^2(\frac{N-1}{N}) \tag{17}$$

co dla $N = 2$ daje

$$I_w^2 = I_k^2 \tag{18}$$

ale równocześnie oznacza to, że jeżeli dla pewnego v spełniona jest równość (17) to $v_k = v$. Inaczej mówiąc wzorcując czujnik a znana jest już wartość I_k zadajemy określoną prędkość v przepływu i odczytujemy prąd I_w, jaki płynie przez czujnik przy zadanym współczynniku nagrzania N. Jeśli ten prąd I_w będzie równy wyznaczonemu z równania (17) to prędkość v_k jest równa tej zadawanej prędkości v.

Zależność (16) jest równaniem nieliniowym o rozdzielonych zmiennych. Lewa strona zawiera dane prądowe a prawa prędkościowe. Wprowadzając nową funkcję

$$\mathrm{F}(v,N)=\frac{N}{N-1}\frac{I_w^2(v)}{I_k^2}-1 \tag{19}$$

badamy kiedy $\mathrm{F}(v, N) = 1$ dla danego N. Jeśli ta równość zachodzi tzn, że

$$v_k = v \tag{20}$$

Wykorzystując (16) i (19) dostaje się

$$\mathrm{F}(v,N)=(\frac{v}{v_k})^n \tag{21}$$

Mając dane I_k i v_k logarytmujemy obustronnie równanie (21) uzyskując

$$\ln\left[\mathrm{F}(v,N)\right]=n\ln(\frac{v}{v_k}) \tag{22}$$

a stąd

$$n=\frac{\ln\left[\mathrm{F}(v,N)\right]}{\ln\left(\frac{v}{v_k}\right)} \tag{23}$$

Znając z eksperymentu dane v_i i $I_w(v_i)$ znajdujemy wartości $n(v_i)$. Mając wspomniane wielkości wyznaczamy np. v gdy w danych warunkach znamy prąd zasilania czujnika I_w

$$v=v_k[\mathrm{F}(v,N)]^{\frac{1}{n(v)}}=v_k[\frac{N}{N-1}\frac{I_w^2}{I_k^2}-1]^{m(I_w)} \quad \text{gdzie} \quad m(I_w)=\frac{1}{n(v)} \tag{24}$$

lub I_w gdy interesuje nas prąd zasilania czujnika przy znanej prędkości v

$$I_w = I_k\{(1-\frac{1}{N})[1+(\frac{v}{v_k})^n]\}^{0.5} \tag{25}$$

3. Wnioski

Parametry równania (16) a to I_k^2, v_k i funkcję $n(v)$ można kolejno dokładnie wyznaczyć w oparciu o dane powstałe w procesie wzorcowania czujnika.

Uzyskane dane są jednoznaczne czego nie można powiedzieć o stałych *a, b* i *n* wyznaczanych klasycznie w równaniach (6) i (10).

Praca została wykonana w roku 2014 w ramach prac statutowych realizowanych w IMG PAN w Krakowie, finansowanych przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego.

Literatura

DISA Information, 1969: Nr 7, p. 32-35.

Kiełbasa J., 2010: *Measurement of gas flow velocity: anemometer with a vibrating hot wire*. Rev. Sci. Insrum., A090785R.

Kiełbasa J., 2011: *Identyfikationof coefficients describing constant-resistance anemometer*. Arch. Min. Sci., Vol. 56, No 3, p. 499-505.

Kiełbasa J., 2012: *Determination of the exponent n in the equation describing a constant-resistance anemometer*. Arch. Min. Sci., Vol. 57, No 3, p. 619-625.

King L.V., 1914: *On the convection of heat cylinders in a stream of fluid: Determination of the convection constants of a small tungstem (platinium) wires with applications to hot-wire anemometry*. Phil. Transs. Roy. Soc., London, A-214, 373-432.

Ligęza P., 2005: *On unique parameters and unified formal form of hot-wire anemometric sensor model*. Rev. Sci. Istrum., 76.

Papierz K., Kiełbasa J., 2011: *Methods of velocity measurement by the anemometer with a vibrating hot-wire*. Arch. Min. Sci., Vol. 56, No 1, p. 93-118.

Strickert H., 1973: *Hitzdraht- und Hitzfilmanemometrie*. VEB Verlag Technik, Berlin. DDR. S.263.

Determining the parameters in the equation governing the operation of a constant-resistance anemometer

Abstract

For over 100 years the thermal losses from a heated wire in an anemometer have been governed by the King equation and expressed as:

$$I_w^2 R_w = (a + b\sqrt{v})(R_w - R_g) \tag{i}$$

where:

$$a = I_w^2 \tag{ii}$$

where $v = 0$ and b can be easily found once a is known, I_w – current supplying the sensor wire, R_w – resistance of an overheated sensor, R_g – resistance of a "cold' sensor, v – velocity of the flowing medium, a, b – constants obtained from the calibration procedure.

In thermal anemometry, this equation is given in a modified form:

$$I_w^2 R_w = (a + bv^n)(R_w - R_g) \tag{iii}$$

The constant a is derived as above, however literature on the subject lacks information about methods used to determine b and n.

P. Ligęza proposed a new equation governing the operation of a constant-resistance anemometer, given as:

$$I_w^2(v) = I_k^2(1 - \frac{1}{N})\left(1 + (\frac{v}{v_k})^n\right) \tag{iv}$$

where $I_w(v)$ – current supplying the sensor wire when velocity is v, $N = R_w/R_g$ – wire overheating ratio, R_w – resistance of a heated wire, R_g – resistance of the heated sensor at the calibration temperature, v – velocity of the flowing medium. The constants I_k^2, v_k and n are related to the parameters a and b in the King equation.

The author suggests a new method of determining I_k^2, v_k and n, which can be obtained independently. Rearranging (iv) yields a dimensionless relationship:

$$\frac{N}{N-1}\frac{I_w^2}{I_k^2}-1=\left(\frac{v}{v_k}\right)^n \tag{v}$$

where the left-hand size of the equation is a function of the supply current I_w and the overheating ratio N and the right-hand side is a function of flow velocity v. It is demonstrated that the exponent $n = n(v)$ for v is a monotonically decreasing function of flow velocity and that it is dependent on the overheating ratio N.

Keywords: thermal anemometer, constant-resistance anemometer, King law