

Struktura i model matematyczny cyfrowej metody generacji fali temperaturowej w przepływach

PAWEŁ LIGEZA

Instytut Mechaniki Górotworu PAN; ul. Reymonta 27, 30-059 Kraków

Streszczenie

Fale temperaturowe wykorzystywane są w metrologii przepływów do wyznaczania prędkości lub współczynnika dyfuzji cieplnej płynącego medium. W pracy przedstawiono sposób generowania fal temperaturowych w przepływach w oparciu o układ elektroniczny sterowany sygnałem cyfrowym. Opisano model matematyczny i strukturę układu realizującego opisaną metodę. Układ składa się z drucikowego nadajnika fali temperaturowej zasilanego z systemu realizującego zadaną funkcję temperatury w czasie. Przedstawiono model matematyczny układu, który może być zastosowany do prowadzenia badań modelowych i optymalizacyjnych. Układ umożliwia generowanie w przepływie fali temperaturowej o kształcie zadanym sygnałem cyfrowym z komputerowego systemu sterującego.

Słowa kluczowe: fale temperaturowe, cyfrowy układ generacji fali, modelowanie

1. Wprowadzenie

Fale temperaturowe wytwarzane w przepływie gazu znajdują zastosowanie w pomiarach prędkości przepływu, oraz innych parametrów, takich jak współczynnik dyfuzji cieplnej i pośrednio skład chemiczny [1-3]. Idea takiego pomiaru polega na wytworzeniu w przepływie fali temperaturowej o zadanych parametrach, odbiorze sygnału temperaturowego w wybranych punktach oraz wyznaczeniu mierzonego parametru w oparciu o przyjęty model zjawiska i wyznaczone parametry [4,5].

Istotnym zagadnieniem jest sposób wytwarzania i odbioru fali temperaturowej. Jedną z metod jest zastosowanie nadajnika i odbiornika fali wykonanych jako rezystancyjne przetworniki temperatury w postaci cienkiego drutu, folii lub elementu dyskretnego, przykładowo termistora czy elementu półprzewodnikowego. Ze względu na niewielką inercję termiczną w precyzyjnych pomiarach znajdują zastosowanie elementy wykonane z drutu o średnicy kilku mikrometrów. Umożliwia to generację fali o częstotliwościach rzędu setek herców. Stosuje się tu druty z materiału, którego rezystancja w sposób istotny zależy od temperatury, na przykład wolfram lub platynę. Drut taki rozpięty jest w przestrzeni między specjalnymi wspornikami, przy czym w przypadku nadajnika ogrzewany jest prądem elektrycznym, a jego temperatura mierzona jest poprzez pomiar rezystancji. Odbiornik pracuje w układzie termometru rezystancyjnego, zasilany jest prądem umożliwiającym pomiar rezystancji drutu lecz nie wpływającym na jego temperaturę. Nadajnik i odbiornik fali temperaturowej posiadają konstrukcję zbliżoną do czujnika termoanemometrycznego [6].

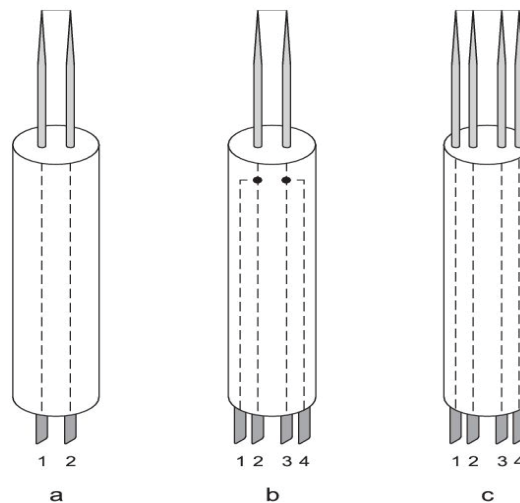
Układ generacji fali temperaturowej powinien umożliwiać generację fali o zadanym kształcie, amplitudzie i przebiegu czasowym. Możliwa jest realizacja układu generacji z wymuszeniem sygnałem analogowym lub cyfrowym. Układ analogowy został opisany w pracy [7], natomiast tematem tego artykułu jest układ cyfrowy. Umożliwia on generację sygnału termicznego wymuszanego za pomocą danych cyfrowych. Pozwala to na generację przebiegów o dowolnym, zadanym kształcie.

Ważnym problemem jest sposób zasilania nadajnika fali temperaturowej. Z metrologicznego punktu widzenia korzystne jest zasilanie nadajnika w taki sposób, aby jego temperatura zmieniała się w czasie niezależnie od zewnętrznych warunków chłodzenia zgodnie z zadaną funkcją. Zadanie takie można zrealizować w układzie ze sprzężeniem zwrotnym. Układ ogrzewa nadajnik prądem, którego wartość jest wyznaczana

na podstawie porównania zmierzonej temperatury nadajnika z wartością zadaną, przy czym różnica tych wielkości sprowadzana jest do zera. Układ pracujący w oparciu o tradycyjny termooanemometryczny mostek stałotemperaturowy posiada ograniczoną dokładność związaną z wpływem rezystancji złączy i doprowadzeń nadajnika na parametry wytwarzanej fali temperaturowej. Metoda i układ precyzyjnego generowania fali temperaturowej zostały opracowane w oparciu o rozwiązanie termooanemometru z czteropunktowym pomiarem rezystancji sondy [8].

2. Cyfrowy układ generacji fali temperaturowej

Schematyczna budowa nadajników fali temperaturowej stosowanych do generacji fali przedstawiona jest na rysunku 1.

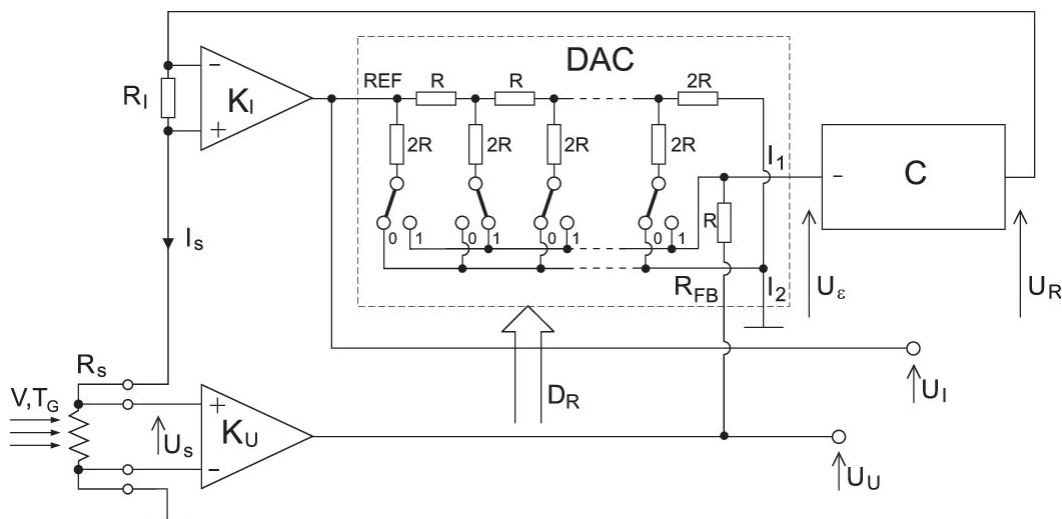


Rys. 1. Dwu- i czteropunktowe nadajniki fali temperaturowej

Elementem czynnym jest cienki drut (włókno) o średnicy kilku mikrometrów i długości od ułamka do kilkudziesięciu milimetrów wykonany z platyny lub wolframu. Jest on rozpięty na wspornikach stanowiących doprowadzenia elektryczne. Przy dużym stosunku długości do średnicy drutu można przyjąć, że włókno takie jest przybliżeniem liniowego, nieskończonego źródła fali temperaturowej, a rozkład temperatury wzdłuż drutu w jednorodnym przepływie jest prawie płaski. Nadajnik przedstawiony jest w trzech wersjach. Na rysunku 1 (a) włókno zasilane jest tradycyjnie dwupunktowo. Na rysunku 1 (b) przedstawiono nadajnik, w którym rozdzielenie doprowadzeń prądowych i napięciowych następuje na końcu wsporników. Natomiast na rysunku 1 (c) przedstawiony jest nadajnik, w którym zastosowano rozdzielenie wsporników doprowadzających prąd od wsporników pomiaru napięcia. Nadajnik ten umożliwia precyzyjny pomiar rezystancji aktywnej części włókna pomiędzy wewnętrznymi wspornikami.

Układ generacji fali temperaturowej zbudowany jest w oparciu o koncepcję sterowanego układu stałotemperaturowego. Sterowany układ stałotemperaturowy stanowi elektroniczny system zasilania rezystancyjnego czujnika pomiarowego prądem o takiej wartości, aby rezystancja, a pośrednio temperatura nagrzanego czujnika utrzymywana była na stałym, zadanym poziomie, niezależnie od zewnętrznych warunków odbierania ciepła. Wartość rezystancji zadawana jest sygnałem cyfrowym doprowadzonym do mnożącego przetwornika cyfrowo-analogowego z drabinką R-2R. Schemat blokowy cyfrowego układu generacji fali temperaturowej przedstawia rys. 2.

Nadajnik fali temperaturowej R_S połączony jest z układem linią czteroprzewodową o rozdzielonych sygnałach prądowym i napięciowym. Sygnał proporcjonalny do prądu nadajnika z rezystora R_I jest wzmacniany we wzmacniaczu różnicowym o wzmocnieniu K_I i doprowadzony do wejścia REF N -bitowego przetwornika cyfrowo-analogowego DAC. Przetwornik ten pełni funkcję układu porównania dwóch sygnałów analogowych, przy czym wartość jednego z sygnałów jest mnożona przez czynnik proporcjonalny do cyfrowego sygnału sterującego. Do wejścia R_{FB} przetwornika doprowadzony jest sygnał proporcjonalny do napięcia na nadajniku, wzmocniony we wzmacniaczu K_U . Przetwornik sterowany jest sygnałem cyfrowym



Rys. 2. Schemat blokowy cyfrowego układu generacji fali temperaturowej

D_R . Wyjście I_1 połączone jest z wejściem odwracającym regulatora C . Jego zadaniem jest zasilanie nadajnika takim prądem, aby sprowadzać napięcie błędu U_ϵ do zera. W stanie ustalonym spełniona jest zależność:

$$R_S = \frac{R_I K_I D_R}{K_U 2^N} \quad (1)$$

Tak więc rezystancja nadajnika, a więc i jego temperatura, jest wprost proporcjonalna do wartości cyfrowego sygnału sterującego D_R . Dodatkowo dostępne są sygnały wyjściowe z układu, umożliwiające monitorowanie jego stanu. Sygnały wyjściowe to napięcie U_I proporcjonalne do prądu nadajnika z wyjścia wzmacniacza K_I oraz napięcie U_U proporcjonalne do napięcia nadajnika z wyjścia wzmacniacza K_U . W układzie tym oryginalnym rozwiązaniem sposób włączenia przetwornika cyfrowo-analogowego do bezmostkowego układu stałotemperaturowego. Dzięki temu rezystancja nadajnika zależna jest zgodnie z równaniem (1) od wartości cyfrowego sygnału sterującego, stosunku wzmocnień wzmacniaczy pomiaru prądu i napięcia oraz od wartości jedyne w układzie rezystora wzorcowego R_I . Układ opracowano do zastosowań w anemometrii cieplnej, może jednak zostać zastosowany w innych zagadnieniach, w których konieczna jest generacja sygnału cieplnego o zadanym kształcie, na przykład w układach termostatycznych czy kalorymetrii skaningowej.

Proces generacji fali temperaturowej jest procesem dynamicznym, tak więc do prowadzenia badań modelowych układu konieczne jest opracowanie jego modelu matematycznego, uwzględniającego parametry dynamiczne nadajnika i układu elektronicznego.

3. Model matematyczny cyfrowego układu generacji fali temperaturowej

Stworzenie modelu matematycznego układu generowania fal temperaturowych umożliwia przeprowadzenie symulacji komputerowej pracy układu, analizę jego działania i optymalizację parametrów.

W celu przeprowadzenia badań modelowych opracowano dynamiczny model matematyczny układu generacji fali temperaturowej. Ponieważ w badaniach modelowych parametry przepływu i układu mogą zmieniać się w szerokim zakresie, autor proponuje model nieliniowy w dziedzinie czasu. Przy konstruowaniu modelu przyjęto następujące założenia:

- rezystancja nadajnika jest liniową funkcją jego temperatury,
- nadajnik opisany jest modelem pierwszego rzędu,
- nie uwzględnia się impedancji pasożytniczych,
- wzmacniacz operacyjny regulatora opisuje model inercyjny pierwszego rzędu uwzględniający rezystancję wejściową, wzmocnienie oraz stałą czasową,
- wzmacniacze różnicowe mają dużą rezystancję wejściową i są bezinercyjne,
- przetwornik cyfrowo-analogowy jest bezinercyjny,
- w układzie nie występują ograniczenia zakresu zmienności sygnałów oraz efekty nieliniowe związane z nasyceniami w elementach elektronicznych.

Model matematyczny układu z rys. 2 opracowano w oparciu o równania opisujące jego elementy składowe. Wyróżniono trzy składniki determinujące model układu: nadajnik fali, układ komparacji rezystancji oraz regulator. Oznaczenia przyjęto zgodnie z przedstawionymi na rys. 2.

Do opisu nadajnika fali z grzanym włóknem przyjęto równanie w postaci zaproponowanej w pracy [9]:

$$I_S^2 R_S = I_L^2 (R_S - R_{SG}) \left[1 + \left(\frac{V}{V_L} \right)^n \right] + I_L^2 \tau_L \frac{dR_S}{dt} \quad (2)$$

gdzie:

- R_S – rezystancja nagrzanego nadajnika,
- R_{SG} – rezystancja nadajnika w temperaturze medium,
- I_S – prąd nadajnika,
- V – prędkość medium,
- I_L, V_L, τ_L, n – parametry modelu nadajnika,
- t – czas.

Wykorzystane parametry modelu bezpośrednio opisują podstawowe właściwości metrologiczne, mają jednoznaczny wymiar i prostą interpretację fizyczną. Parametr I_L ma wymiar prądu, a jego wartość jest hipotetycznym prądem nadajnika przy którym, dla zerowej prędkości, współczynnik nagrzania czujnika:

$$\eta = \frac{R_S}{R_{SG}} \quad (3)$$

dąży do nieskończoności. Dla prądu nadajnika $I_S = I_L / \sqrt{2}$, dla zerowej prędkości, współczynnik nagrzania $\eta = 2$. Parametr V_L ma wymiar prędkości, wymiar ten nie zależy od wartości wykładnika n . Przy prędkości $V = V_L$ dla zachowania zadanego współczynnika nagrzania prąd nadajnika jest $\sqrt{2}$ razy większy w porównaniu z prądem dla $V = 0$. Właściwości dynamiczne nadajnika opisuje parametr τ_L . Dla zerowej prędkości przepływu i stałego prądu nadajnika o wartości $I_S = I_L$ rezystancja nadajnika narasta liniowo, a w czasie τ_L podwaja swoją wartość.

Zadaniem czteropunktowego układu komparacji rezystancji jest porównanie rezystancji nadajnika z wartością zadaną sygnałem cyfrowym i wytworzenie sygnału błędu. Układ ten opisuje równanie przedstawiające zależność napięcia błędu U_ε od napięcia wyjściowego regulatora U_R zasilającego układ komparacji rezystancji:

$$U_\varepsilon = \frac{U_R}{R_S + R_I} \left(K_U R_S - K_I R_I \frac{D_R}{2^N} \right) - U_0 \quad (4)$$

Napięcie U_0 jest nie uwzględnionym na rys. 2. napięciem offsetu. To stałe napięcie o niewielkiej wartości rzędu miliwoltów może być dodane do napięcia błędu i wpływa na właściwości układu.

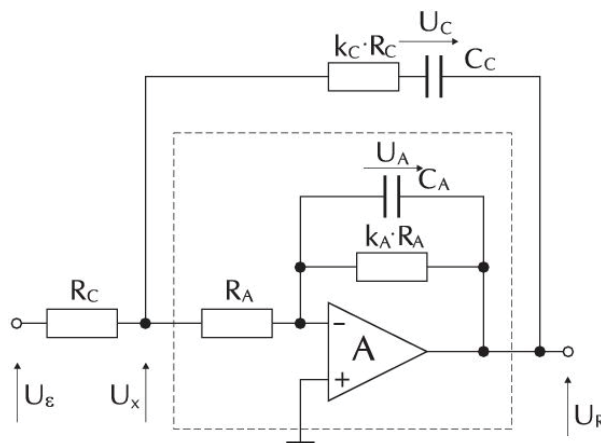
Opis matematyczny regulatora wymaga określenia jego typu. W układzie można zastosować różnorodne typy regulatorów: regulator proporcjonalny P, regulator proporcjonalno-całkujący PI oraz proporcjonalno-całkująco-różniczkujący PID, a także rozbudowane regulatory realizujące złożone algorytmy. Do analizy układu autor przyjął strukturę regulatora PI zbudowanego na pojedynczym wzmacniaczu operacyjnym, przy czym uwzględniono rzeczywiste właściwości wzmacniacza operacyjnego. Schemat zastępczy regulatora przedstawiono na rysunku 3.

Linia przerywaną wyróżniono schemat zastępczy wzmacniacza operacyjnego. Dla wzmacniacza operacyjnego przyjęto model inercyjny pierwszego rzędu uwzględniający skończoną rezystancję wejściową, ograniczone wzmocnienie i inercję. Dla rozpatrywanych zagadnień model ten stanowi dobre przybliżenie rzeczywistego wzmacniacza operacyjnego. Wzmacniacz wraz z zewnętrznymi elementami R i C realizuje funkcję regulatora proporcjonalno-całkującego. Oznaczając stałą czasową modelu inercyjnego wzmacniacza operacyjnego:

$$\tau_A = k_A R_A C_A \quad (5)$$

oraz stałą czasową integratora:

$$\tau_C = k_C R_C C_C \quad (6)$$



Rys. 3. Schemat zastępczy rzeczywistego regulatora proporcjonalno-całującego PI

regulator przedstawiony na rysunku 3 opisuje układ równań:

$$\frac{dU_C}{dt} = \frac{(-k_C R_C - k_C R_A)U_C + (k_C R_C + k_C R_A)U_R - k_C R_A U_\varepsilon}{\tau_C (k_C R_C + k_C R_A + R_A)} \quad (7)$$

$$\frac{dU_R}{dt} = \frac{k_A R_A U_C - (k_A R_A + k_C R_C + k_C R_A + R_A)U_R - k_A k_C R_A U_\varepsilon}{\tau_A (k_C R_C + k_C R_A + R_A)} \quad (8)$$

Jako zmienne stanu do opisu układu generacji fali temperaturowej przyjęto napięcia U_R i U_C oraz rezystancję nadajnika R_S . Uwzględniając równanie opisujące nadajnik (2), równanie układu komparacji rezystancji (4) oraz równania regulatora (7), (8) otrzymujemy układ równań opisujący układu generacji fali temperaturowej w postaci:

$$\frac{dU_C}{dt} = \frac{-(R_C / R_A + 1)U_C + \left(R_C / R_A + 1 - \left(k_U R_S - k_I R_I \frac{D_R}{2^N} \right) / (R_S + R_I) \right) U_R + U_0}{\tau_C (R_C / R_A + 1 + 1 / k_C)} \quad (9)$$

$$\frac{dU_R}{dt} = \frac{(1 / k_C)U_C - \left((1 / k_A + 1) / k_C + R_C / (k_A R_A) + 1 / k_A - \left(k_U R_S - k_I R_I \frac{D_R}{2^N} \right) / (R_S + R_I) \right) U_R + U_0}{\tau_A \left[R_C / (k_A R_A) + 1 / k_A + 1 / (k_A k_C) \right]} \quad (10)$$

$$\frac{dR_S}{dt} = \frac{U_R^2 R_S / \left[I_L^2 (R_S + R_I)^2 \right] - (R_S - R_{SG}) \left[1 + (V / V_L)^n \right]}{\tau_L} \quad (11)$$

Powyższe równania wraz z warunkami początkowymi dla zmiennych stanu stanowią model matematyczny układu generacji fali temperaturowej i pozwalają na przeprowadzenie jego badań modelowych. Można zauważyć, że dla idealnego wzmacniacza operacyjnego regulatora, a więc dla bardzo dużych wartości wzmocnienia k_A i rezystancji R_A , oraz dla napięcia U_0 bliskiego zera, w stanie ustalonym równania (9) i (10) prowadzą do statycznej zależności (1). Wtedy rezystancja, a więc i temperatura nadajnika jest liniową funkcją cyfrowego sygnału wymuszającego D_R . W układzie rzeczywistym oraz w stanach dynamicznych zależność ta jest obciążona błędem, który można ocenić w badaniach modelowych.

4. Konkluzje

Utworzony model matematyczny pozwala na prowadzenie badań modelowych układu. Celem badań modelowych jest poznanie właściwości i cech charakterystycznych oraz wyznaczenie i optymalizacja pa-

rametrów metrologicznych badanego układu, ze szczególnym uwzględnieniem parametrów dynamicznych. Badania przeprowadzone są metodą wielokrotnego numerycznego rozwiązywania układu równań przyjętych jako model matematyczny układu pomiarowego dla różnych parametrów. Rozwiązanie takie ma charakter komputerowej symulacji pracy systemu. Wykorzystuje się tu język MATLAB, będący uniwersalnym interakcyjnym środowiskiem do wykonywania naukowych obliczeń oraz ich wizualizacji. Do rozwiązywania układu równań różniczkowych można zastosować dostępną w środowisku MATLAB numeryczną metodę Runge-Kutty piątego rzędu. Metoda niższego rzędu nie daje dobrej zbieżności rozwiązań. Metoda numeryczna wymaga określenia wartości wszystkich parametrów układu. Do obliczeń przyjmuje się parametry zbliżone do stosowanych w rzeczywistych systemach pomiarowych. Osobnym zagadnieniem jest zapewnienie zbieżności metody numerycznej, szczególnie istotne podczas badań złożonych systemów nieliniowych. Stosuje się tu klasyczne środki, polegające na badaniu przebiegu rozwiązań dla różnych warunków początkowych oraz zmianie kroku iteracyjnego i zakładanej dokładności rozwiązania. Istotną pomocą jest tu także znajomość przebiegów uzyskiwanych w rzeczywistych systemach pomiarowych.

W oparciu o zaprezentowaną metodę został wykonany układ elektroniczny przeznaczony do generowania fal temperaturowych w przepływach. Został on zastosowany w stanowisku doświadczalnym przeznaczonym do badań rozchodzenia się fal temperaturowych w przepływach. Badania eksperymentalne oraz przeprowadzona symulacja komputerowa potwierdzają przydatność przedstawionej metody do generowania fal temperaturowych w przepływach.

Projekt został sfinansowany ze środków Narodowego Centrum Nauki przyznanych na podstawie decyzji numer DEC-2012/07/B/ST8/03041: „Badania przestrzennej propagacji oraz optymalizacja metod generacji, detekcji i analizy fal temperaturowych w aspekcie bezwzględnego pomiaru prędkości przepływu i dyfuzyjności cieplnej gazów”

Literatura

- [1] Lambert D. K., Harrington C.R.: *An Air Flow Sensor Based On Interface Thermal Wave Propagation*. J. Appl. Phys., 59, 1, s. 59-65, 1986.
- [2] Castro I.P., *Pulsed-wire anemometry*. Exp. Therm. Fluid Sci., 5, s.770-780, 1992.
- [3] Sukru Cubukcu A., Reyes Romero D.F., Urban G.A., *A dynamic thermal flow sensor for simultaneous measurement of thermal conductivity and flow velocity of gases*. Sensors and Actuators A, 208, s. 73-87, 2014.
- [4] Rachalski A., *High-precision anemometer with thermal wave*. Rev. of. Sci. Instr., 77, 9, 2006.
- [5] Rachalski A., *Absolute measurement of low gas flow by means of the spectral analysis of the thermal wave*. Rev. of. Sci. Instr., 84, 2, 2013.
- [6] Ligęza P., *Układy termoanemometryczne – struktura, modelowanie, przyrządy i systemy pomiarowe*. Wydawnictwa AGH, Kraków, 2001.
- [7] Ligęza P., *Modelowanie analogowego układu generacji fali temperaturowej*. Prace IMG PAN, 15, 3-4, s. 77-82, 2013.
- [8] Ligęza P., *Four-point non-bridge constant-temperature anemometer circuit*. Exp. in Fluids, 28, 5, 2000.
- [9] Ligęza P., *On unique parameters and unified formal form of hot-wire anemometric sensor model*. Review of Scientific Instruments, vol. 76, nr. 1, s. 126105, 2005.

Structure and mathematical model of digital method for temperature wave generation in flows

Abstract

Thermal waves are used in metrology for the determination of flow velocity and thermal diffusivity of the flowing medium. The paper presents a method of generating temperature waves in the flow, based on an electronic system controlled by a digital signal. The paper describes the mathematical model and structure of the system implementing the method. The system comprises a temperature wave transmitter supplied from a system executing a predetermined function of temperature. A mathematical model of the system can be used to conduct modeling research and optimization of system.

Keywords: thermal waves, temperature wave generation digital system, modeling