

Pomiar prędkości powietrza termoanemometrami w innych warunkach niż przeprowadzono ich wzorcowanie

WŁADYSŁAW CIERNIAK

Instytut Mechaniki Górotworu PAN; ul. Reymonta 27, 30-059 Kraków

Streszczenie

W artykule zostały omówione problemy pomiarów prędkości gazów termoanemometrem stałotemperaturowym przy zmieniających się wartościach temperatury, wilgotności i ciśnienia. Przedstawione zostały przykładowe szacunki dla pomiarów prędkości powietrza.

Słowa kluczowe: mechanika płynów, termoanemometria

Wprowadzenie

W badaniach turbulentnych przepływów często do pomiarów prędkości są stosowane termoanemometry stałotemperaturowe. Na ich wskazania oprócz prędkości mają wpływ: ciśnienie, temperatura i wilgotność powietrza. Ich wzorcowanie z zasady odbywa się przy innych wartościach ciśnienia, temperatury i składu gazu niż późniejsze pomiary.

Powoduje to wzrost niepewności tych pomiarów. W książce [Cierniak, 2009] został przedstawiony model termoanemometru stałotemperaturowego uwzględniający odpływ ciepła do wsporników, który pozwala aproksymować charakterystyki termoanemometrów (prąd zasilający włókno w funkcji prędkości oraz prędkość w funkcji prądu) przez dobór tylko dwóch współczynników. Model jest dosyć skomplikowany gdyż uwzględnia zmienne właściwości gazów zależne od jego składu, ciśnienia i temperatury jak również rezystancję włókna oraz jego przewodność cieplną. Jego zaletą, która tutaj jest wykorzystywana, jest możliwość przeliczania charakterystyki termoanemometru wyznaczonej w warunkach panujących podczas wzorcowania do warunków panujących podczas eksperymentów.

Na wskazania termoanemometru mają również istotny wpływ jego wewnętrzne parametry.

Każdy stałotemperaturowy termoanemometr składa się z dwóch zasadniczych części. Pierwsza to układ realizujący stałą temperaturę włókna. W matematycznym modelu termoanemometru stała temperatura włókna jest zapisywana jako stosunek rezystancji nagrzanego włókna do jego rezystancji w temperaturze powietrza i jest nazywany współczynnikiem nagrzania. Zmiany tego współczynnika mają istotne znaczenie dla dokładności pomiarów. Elektryczny sygnał wyjściowy z pierwszej części jest kierowany do linearyzatora. W rozważanym przypadku sygnałem wyjściowym kierowanym do linearyzatora jest prąd zasilający włókno. Linearyzator dokonuje pomiaru sygnału na jego wejściu i na tej podstawie dokonuje wyliczenia prędkości powietrza. Dokładność pomiaru prądu ma również istotne znaczenie dla dokładności wyznaczania prędkości.

Przy zmianie któregoś z parametrów powietrza, dla jego pewnej prędkości, prąd dostarczany do linearyzatora będzie miał inną wartość niż prąd oczekiwany dla tej prędkości. Z tego powodu linearyzator wyliczy błędną wartość prędkości. Podobnie będzie jeśli nastąpi zmiana współczynnika nagrzania włókna jak i błędny pomiar prądu włókna.

Prezentowany tutaj matematyczny model termoanemometru stałotemperaturowego zawiera model części realizującej stałą temperaturę włókna jak i model linearyzatora.

Przeprowadzane obliczenia sprowadzają się do zaprojektowania linearyzatora działającego „bezbłądnie” dla otrzymywanych wartości prądów w warunkach wzorcowania. Następnie są obliczane wartości prądów przy warunkach różniących się od warunków wzorcowania i jest wyznaczana prędkość dla wartości papametrów poprzednio zaprojektowanego linearyzatora.

Różnice pomiędzy zadanymi wartościami prędkości a wyznaczonymi są błędami.

Obliczenia zostały przeprowadzone z użyciem parametrów rzeczywistego termoanemometru.

Wymiana ciepła pomiędzy cienkim włóknem i płynem

Wyznaczanie prędkości płynów przy pomocy termoanemometru odbywa się na podstawie wymiany ciepła pomiędzy czujnikiem i płynem.

Wymianę ciepłą przez konwekcję wymuszoną opisuje pozornie bardzo proste prawo sformułowane przez Newtona.

$$P = \psi S [T_w - T_p] \quad (1)$$

Dla bardzo długich włókien o przekroju kołowym współczynnik ψ jest określany wzorem:

$$\psi = \frac{\lambda_m Nu}{d} \quad (2)$$

W dostępnej literaturze opisuje się wymianę ciepła dla ustalonych prędkości uzależniając liczbę Nusselta od innych bezwymiarowych liczb zawierających wymienione wcześniej wielkości, co w ogólnej postaci można zapisać wzorem:

$$Nu = Nu(Re, Pr, Ma, Gr, Kn, T_w, T_p) \quad (3)$$

$$Re = \frac{Vd}{\nu} = \frac{Vd\rho}{\eta} \quad (4)$$

Pr – liczba Prandtla

$$Pr = \frac{\nu c_p \rho}{\lambda_m} \quad (5)$$

Kn – liczba Knudsena

$$Kn = \frac{\bar{e}}{d} \quad (6)$$

Dla małych prędkości, w porównaniu z prędkością dźwięku, liczbę Knudsena wyraża według [Lomas, 1986] zależność:

$$Kn = \frac{Ma}{Re} \sqrt{\frac{\pi \kappa}{2}} = \frac{\eta}{pd} \sqrt{\frac{\pi R_i T_m}{2}} \quad (7)$$

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} \quad (8)$$

Dla cienkich włókien, jakie są stosowane w termoanemometrach (rzędu mikrometrów), gazy w normalnych warunkach (ciśnienie rzędu atmosferycznego i temperatura rzędu 270-600 K) są gazami rzadkimi, w tym sensie, że średnia swobodna droga między zderzeniami cząsteczek, jest porównywalna z rozmiarami włókien. Miarą rozrzedzenia gazu jest liczba Knudsena. Kennard w pracy [Kennard, 1938] przedstawił hipotezę, że w takim przypadku przy ścianie występuje nieciągłość temperatury. Korzystając z tej pracy Collis i Williams przedstawili równanie wiążące liczby Nusselta dla rozrzedzonych i nie rozrzedzonych

gazów, z zastrzeżeniem, że dotyczy to tylko małych różnic temperatur między gazem a włóknem [Collis i Williams, 1959] w następującej postaci:

$$\frac{1}{Nu_c} = \frac{1}{Nu} - 2Kn \quad (9)$$

Przekształcając to równanie otrzymuje się zależność:

$$Nu = \frac{Nu_c}{1 + 2KnNu_c} \quad (10)$$

Łatwo wyciągnąć wniosek, że przebieg liczby Nusselta w funkcji prędkości będzie bardziej płaski dla cieńszych włókien niż grubszych. Równanie (9) lub wzór (10) pozwalają na dokonanie kalibracji w gazie nie rozrzedzonym (liczba Knudsen $Kn < 0.001$) i prowadzić pomiary w rozrzedzonym lub odwrotnie. Umożliwia też przeprowadzenie wzorcowania przy pewnej liczbie Knudsen a prowadzenie pomiarów przy innej liczbie. Po prostym przeliczeniu z dwukrotnym zastosowaniem wzoru (10) przez co otrzymuje się:

$$Nu_{II} = \frac{Nu_I}{1 + 2[Kn_{II} - Kn_I]Nu_I} \quad (11)$$

W zakresie $Re < 0.5$ dla bardzo długich włókien Collis i Williams [Collis i Williams, 1959] uzyskali z estymacji wyników eksperymentów zależność opisującą liczbę Nusselta dla gęstych gazów ($Kn \rightarrow 0$) postaci wzoru:

$$Nu_c = \frac{1}{1.18 - 1.1 \log_{10} Re(V, T_m)} \left[\frac{T_m}{T_p} \right]^{0.17} \quad (12)$$

gdzie: $T_m = \frac{T_w + T_p}{2}$

W tej samej pracy Collis i Williams, na podstawie badań prowadzonych w powietrzu przy ciśnieniu atmosferycznym, dla $238 < T_p < 298^\circ\text{C}$, $1.41 < T_w/T_p < 2$, $2070 < l/d < 8660$, $0.25 < V < 42.7$ m/s, $0.001 < Kn < 0.03$ przedstawili formułę dla liczby Nusselta w następującej postaci:

$$Nu_c = \left[A + B Re^n(V, T_m) \right] \left[\frac{T_m}{T_p} \right]^{0.17} \quad (13)$$

której wartości współczynników są zawarte w tabeli 1.

Tab. 1. Zestawienie parametrów do wzoru (13)

Lp.	1	2	3
1	współczynnik	$0.02 < Re < 44$	$44 < Re < 140$
2	n	0.45	0.51
3	A	0.24	0
4	B	0.56	0.48

Przy opływie włókien przez powietrze, dla których liczby Reynoldsa są większych od 44, z włókien odrywają się wiry, co intensyfikuje wymianę ciepła. We wzorze (13), zostało to ujęte zmianą współczynników umieszczonych w tabeli (1). Łącznie zostały przebadane cztery włókna. Autorzy określali przewodność cieplną powietrza według wzoru $\lambda_m = 0.024(1 + 0.00317T - 0.0000021T^2)$ (gdzie $T^\circ\text{C}$) a pozostałe parametry pobierali z tablic Goldsteina z 1938 r.

Z analizy wzorów (13), (12), (11), (10), (7), (4), (2) i (1) wynika, że wymiana ciepła pomiędzy cienkim włóknem i powietrzem jest funkcją przewodności cieplnej płynu, jego lepkości i gęstości. W zwykłych warunkach lepkość i przewodność cieplna są z wystarczającą dokładnością opisane funkcjami zależnymi tylko od temperatury. Do opisu gęstości oprócz temperatury potrzebna jest znajomość ciśnienia gazu.

Fizyczne właściwości powietrza

W zwykłych warunkach związek łączący gęstość gazu z ciśnieniem i temperaturą dla dowolnej ilości ma postać prawa Clapeyrona.

$$mpv = mR_i T = m \frac{p}{\rho} = m \frac{RT}{M_i} \quad (14)$$

Dla kilku gazów wielkości występujące we wzorze (14) zostały pokazane w tabeli (2).

W powietrzu atmosferycznym występuje para wodna w różnych koncentracjach modyfikując właściwości powietrza.

Najczęściej zawartość pary wodnej w powietrzu określa się podając wilgotność względną określaną wzorem:

$$\Psi = \frac{p_p}{E} \quad (15)$$

Jeden z prostszych wzorów, dobrze opisujących ciśnienie nasycenia w warunkach atmosferycznych, ma postać [Gensser i Moller, 1971]:

$$E = 610.6 \exp\left(\frac{b(T - 273.15)}{T - c}\right) \quad (16)$$

przy czym

- nad wodą $b = 17.27$ $c = 35.86$
- nad lodem $b = 21.87$ $c = 7.66$

Równanie stanu dla mieszaniny suchego powietrza (traktowanego jako gaz jednorodny) i pary wodnej, można wyprowadzić korzystając z równania Clapeyrona i prawa Daltona [Gensser i Moller, 1971].

Gęstość pary wodnej zawartej w powietrzu wynosi:

$$\rho_p = \frac{\Psi E}{R_p T} \quad (17)$$

Tab. 2. Masy cząsteczkowe, stałe gazowe dla jednego kilomola, i indywidualne stałe gazowe niektórych gazów

Lp.	Nazwa gazu	Symbol	Stała gazowa ¹ R J/kilomlK	Masa cząsteczkowa ²	Indywidualna stała gazowa ³ R_i J/kgK
1	Argon	Ar	-	39.948	208.13
2	Azot	N ₂	8314.4	28.0314	296.749
3	Dwutlenek węgla	CO ₂	8357.7	44.00995	188.92
4	Metan	CH ₄	8315.1	16.04303	518.772
5	Para wodna	H ₂ O	-	18.0153	461.52
6	Powietrze	-	8314.4	28.9644	287.056
7	Tlen	O ₂	8313.6	31.9988	259.778

¹ [Wróblewski, A.K. Zakrzewski, J.A].

² [Załącznik do Polskiej Normy PN-93/M-53950/01].

³ [Raźniewicz, K.].

Dla warunków atmosferycznych z wystarczającą dokładnością gęstość wilgotnego powietrza można wyznaczyć ze wzoru.

$$\rho_w = \frac{1}{T} \left[\frac{p_w}{R_s} + \Psi E \left(\frac{1}{R_p} - \frac{1}{R_s} \right) \right] \quad (18)$$

Indywidualną stałą gazową mieszaniny można obliczyć ze wzoru:

$$R_{im} = \frac{\sum_{i=1}^n R_i M_i x_i}{\sum_{i=1}^n M_i x_i}$$

Udział molowy pary

$$x_p = \frac{p_p}{p_p + p_s} \frac{R_p M_p}{R_s M_s} = \frac{p_p}{p} \quad (19)$$

Udział molowy suchego powietrza

$$x_s = \frac{p_s}{p_s + p_p} \frac{R_s M_s}{R_p M_p} = \frac{p_s}{p} \quad (20)$$

Dla zakresu niskich ciśnień, gdy lepkość praktycznie jest niezależna od ciśnienia, w pracy [Cierniak, 2009] jest podana następująca formuła, obliczania dynamicznego współczynnika lepkości:

$$\eta(T) = a \left(\frac{T}{T_0} \right)^{(b+cT+dT^2)} \quad (21)$$

Parametry występujące we wzorze (21) dla różnych gazów są pokazane w tabeli (3).

Dla mieszaniny gazów, w większości zastosowań, do obliczania ich lepkości można stosować pół-empiryczny wzór Wilkego [Hatton i James, 1970].

$$\eta_m = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{x_i \eta_{ii}}{\sum_{j=1}^n x_j \Phi_{ij}}}{\sum_{j=1}^n x_j \Phi_{ij}} \quad (22)$$

$$\Phi_{ij} = \frac{1}{\sqrt{8}} \left(1 + \frac{M_i}{M_j} \right)^{-\frac{1}{2}} \left[1 + \left(\frac{\eta_i}{\eta_j} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{M_j}{M_i} \right)^{\frac{1}{4}} \right]^2 \quad (23)$$

dla

$$i = j, \quad \Phi_{ij} = 1 \quad (24)$$

Średni błąd wzorów (22) do (24) według [Hatton i James, 1970] wynosi około 2% a według [Figiel i Tal-Figiel, 2004] dla gazów niepolarnych średni błąd nie przekracza 1%¹.

Wykresy lepkości dynamicznej pary wodnej oraz suchego i wilgotnego powietrza są pokazane na rysunku (1).

W pracy [Cierniak, 2009] przewodność cieplną gazów aproksymowano wzorem

$$\lambda = a + b \arctan(c + dT^n) \quad (25)$$

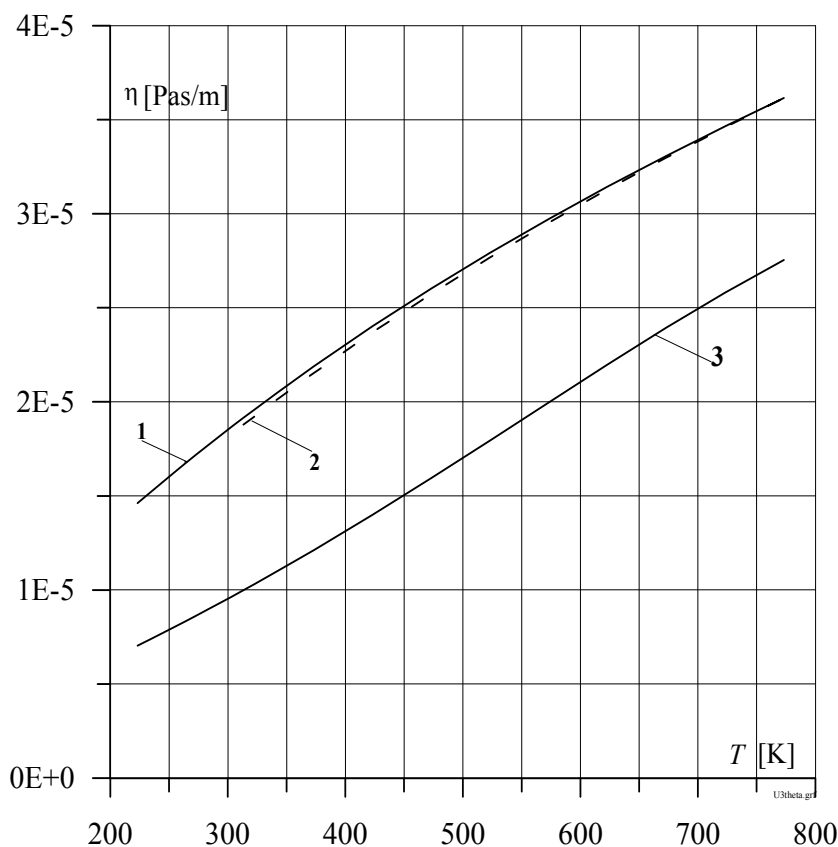
Współczynniki występujące we wzorze (25) są zebrane w tabeli (4).

¹ Słabo określone pojęcie średni błąd jest zaczerpnięte wprost z cytowanych książek.

Tab. 3. Współczynniki aproksymacji dynamicznych współczynników lepkości wybranych gazów do wzoru (21).
Dane do aproksymacji zaczerpnięto z książki [Wiśniewski, 1970]

Lp.	Nazwa gazu	Symbol	Zakres stosowania K	$a \cdot 10^6$ Ns/m ²	b -	$c \cdot 10^6$ K ⁻¹	$d \cdot 10^8$ K ⁻²	T_0 K	$\Delta\eta_{w, \max}$ %*
1	Azot	N ₂	273-1273	16.66	0.8080	-216	7.65	273.15	0.15
2	Dwutlenek węgla	CO ₂		13.86	1.000	-278	8.94	273.15	0.20
3	Para wodna	H ₂ O		8.746	0.9910	295	-18.7	273.15	1.33
4	Powietrze	-		17.21	0.837	-212	7.0	273.15	0.17
5	Tlen	O ₂		19.52	0.7465	-63.3	0.0	273.15	1.12
6	Powietrze	-	273-773	17.197	0.86641	-301	13.525	273.15	0.064
7	Para wodna	H ₂ O		8.6357	0.84191	939	-75.833	273.15	0.46

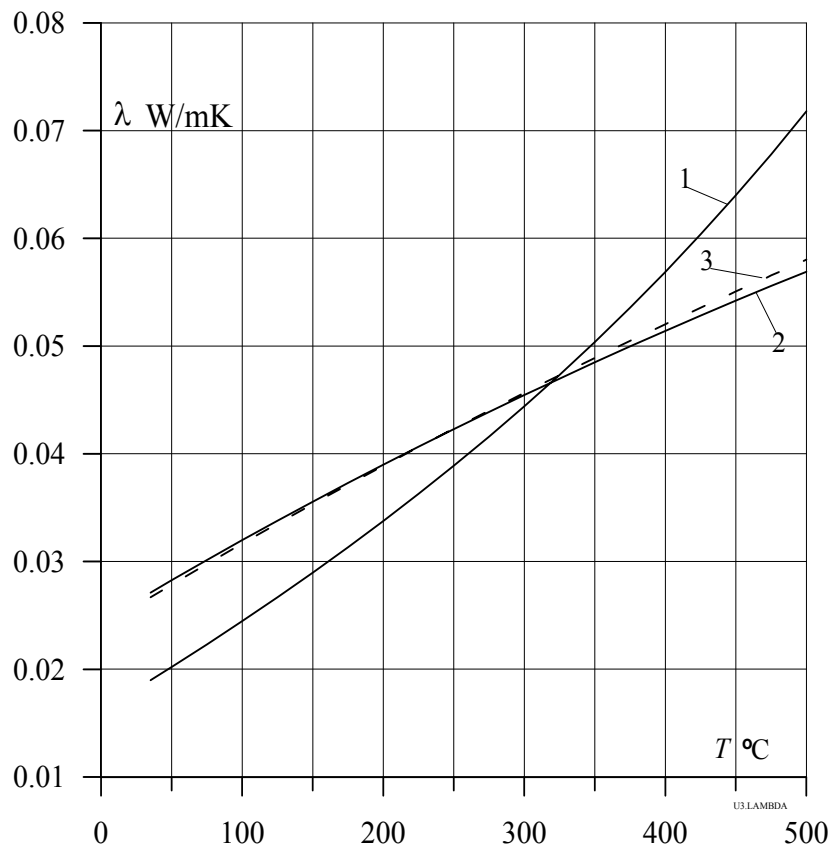
* Maksymalny błąd dotyczy różnicy pomiędzy wartościami zaczerpniętymi z tabel i uzyskiwanych z aproksymacji, bez uwzględniania niepewności danych zawartych w tabelach.



Rys. 1. Wykresy współczynników lepkości dynamicznej η : 1 – suchego powietrza (wg wzoru (21)), 2 – powietrza wilgotnego o ciśnieniu 95 kPa i prężności pary nasyconej 5 kPa w temperaturze 32.9°C (wg wzoru (22)), 3 – pary wodnej (wg wzoru (21))

Tab. 4. Współczynniki do wzoru (25) opisującego przewodność ciepła wybranych gazów w różnych temperaturach, przy ciśnieniu 101325 Pa

Lp.	Nazwa gazu	Symbol	Współczynniki dopasowania					Zakres stosowania K
			a W/mK	b W/mK	c -	d -	n -	
1	Argon	Ar	0.44104	0.3122	-11.10	$2.62 \cdot 10^{-4}$	0.160	220÷770
2	Azot	N ₂	0.05095	0.444	-2.36	0.0259	0.500	200÷1270
3	Dwutlenek węgla	CO ₂	-8.8332	5.7410	31.10	$4.20 \cdot 10^{-4}$	2.180	220÷1470
4	Metan	CH ₄	-0.9664	0.9550	1.650	$3.33 \cdot 10^{-7}$	2.180	220÷1270
5	Para wodna	H ₂ O	1.9903	2.2500	-1.220	$5.03 \cdot 10^{-6}$	1.440	370÷1270
6	Para wodna	H ₂ O	1.0758	1.0900	-1.490	$18.3 \cdot 10^{-7}$	1.72	370÷770
7	Powietrze	-	-1.2442	1.240	1.550	$15.7 \cdot 10^{-4}$	0.72	200÷1600
8	Powietrze	-	-0.32893	0.3266	1.580	$10.9 \cdot 10^{-4}$	1.000	200÷800
9	Tlen	O ₂	-0.63539	0.5463	2.36	$4.08 \cdot 10^{-4}$	1.16	220÷1470



Rys. 2. Wykresy współczynników przewodzenia ciepła: 1 – pary wodnej, 2 – suchego powietrza, 3 – powietrza wilgotnego o ciśnieniu 95000 Pa przy ciśnieniu pary wodnej 5000 Pa co odpowiada stu procentowej wilgotności względnej w temperaturze 32.9°C

Do określenia współczynnika przewodzenia ciepła mieszanin można stosować półempiryczny wzór Wilkego [Hatton i James, 1970; Cierniak, 2009], który dla dwu składników ma postać:

$$\lambda_m = \frac{x_s \lambda_s}{x_s + x_p \frac{1}{\sqrt{8}} \left(1 + \frac{M_s}{M_p}\right)^{-\frac{1}{2}} \left[1 + \left(\frac{\lambda_s}{\lambda_p}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{M_p}{M_s}\right)^{\frac{1}{4}}\right]^2} + \frac{x_p \lambda_p}{x_p + x_s \frac{1}{\sqrt{8}} \left(1 + \frac{M_p}{M_s}\right)^{-\frac{1}{2}} \left[1 + \left(\frac{\lambda_p}{\lambda_s}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{M_s}{M_p}\right)^{\frac{1}{4}}\right]^2} \quad (26)$$

Wykresy współczynników przewodzenia ciepła dla pary wodnej raz suchego i wilgotnego powietrza zostały pokazane na rysunku (2).

Właściwości materiałów stosowanych na włókna termoanemometrów

W termoanemometrach informacją o temperaturze włókna jest jego rezystancja, którą z wystarczającą dokładnością można opisać wzorem (27). Podobną zależnością można opisać współczynnik przewodzenia ciepła materiałów stosowanych na włókna (28).

$$R'(T) = R'_0 [1 + \alpha(T - T_0)] \quad (27)$$

$$\lambda_D(T) = \lambda_{D0} [1 + \beta(T - T_0)] \quad (28)$$

Temperaturę odniesienia T_0 najwygodniej jest przyjmować równą temperaturze płynu, którego prędkość jest mierzona, gdyż wtedy wzory przyjmują najprostsze postaci. Przy opisie rezystancji i przewodności cieplnej wzorami (27), (28), przy zmianie temperatury odniesienia ulegają zmianom we wzorze (27) α i R'_0 , których wartości można wyznaczyć ze wzorów (28) i (28) [Cierniak, 2009].

$$\alpha = \frac{\alpha_1}{1 + \alpha_1(T_o - T_{o1})} \quad (29)$$

$$R'_{w0} = R'_{wo1} [1 + \alpha_1(T_o - T_{o1})] \quad (30)$$

W modelu matematycznym termoanemometru występuje iloczyn rezystancji jednego metra włókna i jej współczynnika temperaturowego. Wykonanie obustronnego mnożenia wzorów (29) i (30) prowadzi do wniosku o jego niezmienności.

Oczywiście ze zmianami temperatury odniesienia ulegają zmiany wartości β i λ_{D0} we wzorze (28). Ich wartości można wyliczyć z wzorów (27) i (30) po odpowiedniej zamianie zmiennych.

W literaturze spotyka się znacznie różniące się wartości rezystancji właściwej i jej współczynnika temperaturowego. Przykładowo dla wolframu te różnice mogą wynosić nawet około 30%. Rezystancję włókna i jej współczynnik temperaturowy można wyznaczyć stosunkowo prosto. Szczególnie jest to proste dla czujników, w których włókna są łączone z układem elektronicznym czterema przewodami. Współczynnik przewodności cieplnej włókna zamontowanego w czujniku jest praktycznie niemierzalny a ponieważ ciepło w metalach jest przenoszone głównie przez elektrony to należy założyć jego zmienność porównywalną ze zmiennością rezystancji.

Dla danych pokazanych na wykresie w książce [Wiśniewski, 1970] przewodność cieplną wolframu opisano funkcją [Cierniak, 2009]:

$$\lambda_D = 194.5(1 - 0.0005702 T_w) \quad (31)$$

Matematyczny model termoanemometru

Autor w książce [Cierniak, 2009] przedstawił równanie pisujące Termoanemometr uwzględniające odprowadzanie ciepła do wsporników w postaci:

$$A - \frac{I^2}{kN_\lambda - I^2} \left(1 - \frac{\tanh(\xi\Phi\sqrt{kN_\lambda - I^2})}{\xi\Phi\sqrt{kN_\lambda - I^2}} \right) = 0 \quad (32)$$

$$\Phi = \frac{l}{d} \sqrt{\frac{\alpha R'_0}{\pi\lambda_D}} \quad (33)$$

$$N_\lambda = \frac{\pi\lambda_m}{\alpha R'_0} Nu \quad (34)$$

$$\frac{R'(T)}{R'_0} = 1 + \alpha(T - T_0) = W = A + 1 \quad (35)$$

W powyższych wzorach, co jest istotne, należy stosować zrealizowane przez układ elektroniczny wartości współczynników nagrzania i przegrzania włókna. Są to wartości nieco różne od nastawionych wartości, ale te różnice są istotne [Cierniak, 2009].

Przybliżone rozwiązanie równania (32) dla prądu ma postać:

$$I_2 = \sqrt{\frac{kN_\lambda A}{A+1 - \frac{\tanh\left(\sqrt{\frac{\xi^2\Phi^2 kN_\lambda - 3A}{1+1.2A}}\right)}{\sqrt{\frac{\xi^2\Phi^2 kN_\lambda - 3A}{1+1.2A}}}} \quad (36)$$

Przybliżone rozwiązania dla liczby N_λ a więc i prędkości ma postać:

$$N_\lambda = \frac{I^2}{k} \left[1 + \frac{1}{A} - \frac{\tanh\sqrt{\frac{(\xi\Phi I)^2 - 3A}{1.2A}}}{A\sqrt{\frac{(\xi\Phi I)^2 - 3A}{1.2A}}} \right] \quad (37)$$

Nieco lepsze wyniki daje poniższy wzór.

$$N_\lambda = \frac{1}{k} \left\{ \frac{A+1}{A} I^2 + \frac{1.2}{(\xi\Phi)^2} - \frac{1.35816}{(\xi\Phi)^2} \left[\frac{(\xi\Phi I)^2}{A} + 8.51 \right]^{0.462} \right\} \quad (38)$$

Przybliżone rozwiązania dane wzorami (36), (37), (38) nie różniły się więcej niż o 0.5% w porównaniu z rozwiązaniem równania (32) metodą iteracyjną przy której uzyskano błąd rozwiązania mniejszy niż szósta znacząca cyfra.

Uwzględnienie we wzorze (38) wzoru (34) prowadzi do wyniku:

$$Nu = \frac{\alpha R'_{0p}}{\pi\lambda_m k} \left\{ I^2 \left(\frac{A+1}{A} \right) + \frac{1.2}{(\xi\Phi)^2} - \frac{1.35816}{(\xi\Phi)^2} \left[\frac{(\xi\Phi I)^2}{A} + 8.51 \right]^{0.462} \right\} \quad (39)$$

Po wykorzystaniu wzorów (10) i (13) prędkość płynu można opisać wzorem:

$$V = \frac{\eta}{d\rho} \left[\frac{1.7857 \left(\frac{T_p}{T_m} \right)^{0.17}}{\frac{1}{Nu} - 2Kn} - \frac{3}{7} \right]^{\frac{1}{0.45}} \quad (40)$$

Wzory (39) i (40) opisują sposób działania linearyzatora w układzie termoanemometru. Jest oczywiste, że jeśli parametry linearyzatora zostaną dobrane dla warunków wzorcowania to po ich zmianie wskazania przyrządu będą obciążone dodatkowymi błędami.

Ponieważ przybliżone rozwiązania są obciążone błędami rzędu 0.3 do 0.5% wyniki uzyskano rozwiązując iteracyjnie równanie (32) ze względu na prąd jak i ze względu na N_λ a więc i prędkość powietrza.

Dla sprawdzenia dokładności rozwiązania dla danych zawartych w kolumnie pierwszej tabeli (5) najpierw wyliczono prądy dla podanych prędkości, a następnie z wartości tych prądów wyliczono prędkości. Względne różnice tak wyznaczonych wartości prędkości z wartościami prędkościami zawartymi w kolumnie pierwszej wynosiły około 0.006% dla najmniejszych wartości prędkości i malały do wartości 0.002% dla największych. Obliczenia zostały przeprowadzone dla rzeczywistego termoanemometru stałotemperaturowego o parametrach podanych w tabeli (5). Aby pokazać wpływ parametrów powietrza i układu elektronicznego termoanemometru w każdym przypadku przeprowadzone obliczenia dotyczą tylko zmiany jednego parametru.

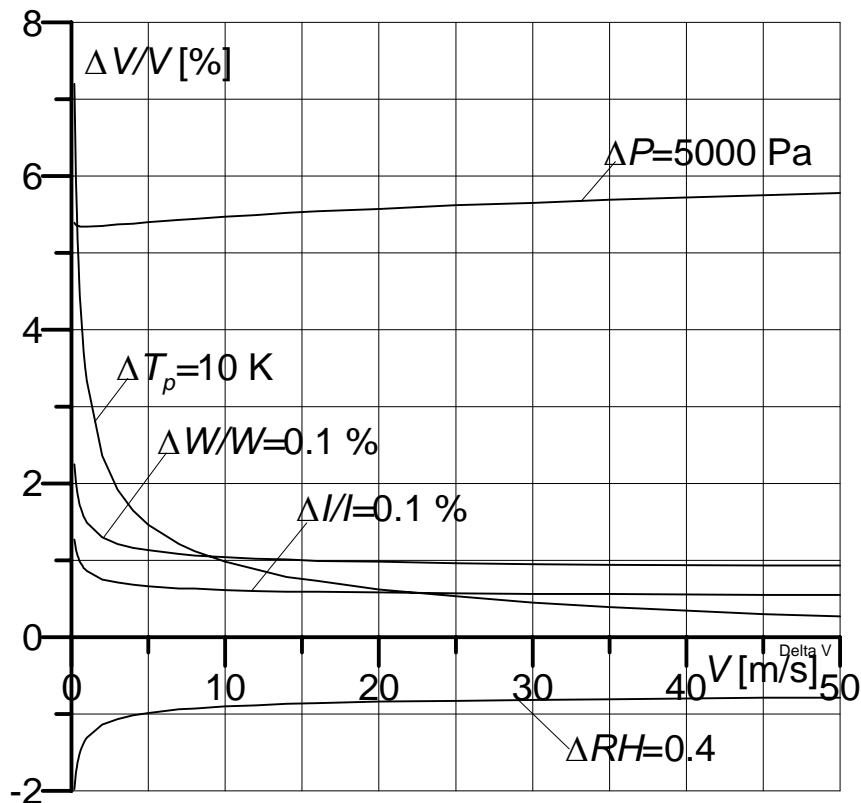
Tab. 5. Zestawienie warunków wzorcowania, warunków dokonywania pomiarów oraz wskazywanych prędkości i względnych błędów pomiarów

Lp.	1	2		3		4		5		6		
	Warunki wzorcowania	Warunki pomiaru										
	$P = 101325$	$P = 106325$		$P = 101325$		$P = 101325$		$P = 101325$		$P = 101325$		
	$RH = 0.5$	$RH = 0.5$		$RH = 0.5$		$RH = 0.9$		$RH = 0.5$		$RH = 0.5$		
	$T_p = 293.15 \text{ K}$	$T_p = 293.15 \text{ K}$		$T_p = 303.15 \text{ K}$		$T_p = 293.15 \text{ K}$		$T_p = 293.15 \text{ K}$		$T_p = 293.15 \text{ K}$		
	$\eta = 2.02334E-5$	$\eta = 2.02406E-5$		$\eta = 2.05690E-5$		$\eta = 2.01122E-5$		$\eta = 2.02334E-5$		$\eta = 2.02425E-5$		
	$\lambda = 0.0292218$	$\lambda = 0.0292280$		$\lambda = 0.0298565$		$\lambda = 0.0291170$		$\lambda = 0.0292218$		$\lambda = 0.0292364$		
	$\rho = 1.03668$	$\rho = 1.08795$		$\rho = 1.00524$		$\rho = 1.03160$		$\rho = 1.03668$		$\rho = 1.03608$		
	Parametry termooanemometru w temperaturze napływającego powietrza.											
	$l = 5.078 \text{ m}, d = 5E-6 \text{ m}, R_0 = 18.30, \alpha = 0.00333, \lambda_{D0} = 194.5, \beta = -0.0005702, W = 1.31035, k = 0.93625, \xi = 0.88004$											
Zmiany parametrów termooanemometru.												
$\Delta I/I = 0 \%$	$\Delta I/I = 0 \%$		$\Delta I/I = 0 \%$		$\Delta I/I = 0 \%$		$\Delta I/I = 0.1 \%$		$\Delta I/I = 0 \%$			
$\Delta W/W = 0 \%$	$\Delta W/W = 0 \%$		$\Delta W/W = 0 \%$		$\Delta W/W = 0 \%$		$\Delta W/W = 0 \%$		$\Delta W/W = 0.1 \%$			
V_{zad} m/s	V_{wsk} m/s	$\Delta V/V$ %	V_{wsk} m/s	$\Delta V/V$ %	V_{wsk} m/s	$\Delta V/V$ %	V_{wsk} m/s	$\Delta V/V$ %	V_{wsk} m/s	$\Delta V/V$ %		
1	0.1000	0.1055	5.45	0.1010	9.99	0.0976	-2.45	0.1016	1.57	0.1028	2.80	
2	0.1500	0.1581	5.41	0.1623	8.25	0.1468	-2.16	0.1521	1.38	0.1537	2.46	
3	0.2000	0.2108	5.39	0.2143	7.20	0.1960	-1.98	0.2025	1.27	0.2045	2.25	
4	0.2500	0.2634	5.37	0.2662	6.47	0.2454	-1.85	0.2530	1.20	0.2553	2.11	
5	0.3000	0.3161	5.36	0.3178	5.94	0.2947	-1.76	0.3034	1.14	0.3060	2.01	
6	0.3500	0.3688	5.36	0.3693	5.52	0.3441	-1.69	0.3538	1.09	0.3567	1.92	
7	0.4000	0.4214	5.35	0.4207	5.18	0.3935	-1.63	0.4042	1.06	0.4074	1.86	
8	0.4500	0.4741	5.35	0.4720	4.89	0.4429	-1.58	0.4546	1.03	0.4581	1.80	
9	0.5000	0.5268	5.35	0.5233	4.65	0.4923	-1.54	0.5050	1.00	0.5088	1.75	
10	0.5500	0.5794	5.34	0.5744	4.44	0.5417	-1.51	0.5554	0.98	0.5594	1.71	
11	0.6000	0.6320	5.34	0.6256	4.26	0.5912	-1.47	0.6058	0.96	0.6106	1.68	
12	0.7000	0.7374	5.34	0.7277	3.96	0.6900	-1.42	0.7065	0.93	0.7113	1.62	
13	0.8000	0.8427	5.34	0.8297	3.71	0.7890	-1.38	0.8072	0.90	0.8125	1.57	
14	0.9000	0.9480	5.34	0.9315	3.50	0.8879	-1.34	0.9079	0.88	0.9137	1.53	
15	1.0000	1.0534	5.34	1.0330	3.33	0.9869	-1.31	1.0086	0.86	1.0149	1.49	
16	2.0000	2.1070	5.35	2.0472	2.36	1.9771	-1.14	2.0151	0.75	2.0260	1.30	
17	3.0000	3.1610	5.37	3.0575	1.92	2.9680	-1.07	3.0212	0.71	3.0364	1.21	
18	4.0000	4.2154	5.38	4.0660	1.65	3.9592	-1.02	4.0272	0.68	4.0465	1.16	
19	5.0000	5.2700	5.40	5.0731	1.46	4.9506	-0.99	5.0330	0.66	5.0564	1.13	
20	7.0000	7.3802	5.43	7.0849	1.21	6.9339	-0.94	7.0444	0.63	7.0756	1.08	
21	8.0000	8.4356	5.44	8.0899	1.12	7.9257	-0.93	8.0500	0.63	8.0851	1.06	
22	10.000	10.547	5.47	10.0984	0.98	9.910	-0.90	10.0612	0.61	10.104	1.04	
23	12.000	12.659	5.49	12.1056	0.88	11.894	-0.89	12.0722	0.60	12.122	1.02	
24	14.000	14.772	5.52	14.1116	0.78	13.878	-0.87	14.0832	0.59	14.141	1.01	
25	16.000	16.886	5.54	16.1168	0.73	15.862	-0.86	16.0941	0.59	16.159	0.99	
26	20.000	21.115	5.57	20.1249	0.62	19.831	-0.84	20.1157	0.58	20.195	0.98	
27	25.000	26.404	5.62	25.1318	0.53	24.793	-0.83	25.1426	0.57	25.240	0.96	
28	30.000	31.696	5.65	30.1360	0.45	29.755	-0.82	30.1694	0.56	30.285	0.95	
29	35.000	36.991	5.69	35.1381	0.39	34.718	-0.81	35.1961	0.56	35.330	0.94	
30	45.000	47.589	5.75	45.1370	0.30	44.644	-0.79	45.2494	0.55	45.419	0.93	
31	50.000	52.891	5.78	50.1343	0.27	49.607	-0.79	50.2761	0.55	50.463	0.93	

W kolumnach 3 do 5 pokazano błędy wskazań termooanemometru spowodowane zmianą ciśnienia powietrza (kolumna 2), zmianą temperatury powietrza (kolumna 3) oraz zmianą wilgotności względnej powietrza (kolumna 4). W kolumnach 4 i 5 zostały pokazane błędy wskazań termooanemometru stałotemperaturowego spowodowane niedokładnością pomiaru prądu przez linearyzator (kolumna 5) i spowodowane zmianą współczynnika nagrzania włókna (kolumna 6).

Należy zwrócić uwagę, że zmiana współczynnika nagrzania może nastąpić na skutek niestabilności układu elektronicznego jak i na skutek zmiany temperatury powietrza, gdy ta zmiana nastąpiła po nastawieniu współczynnika nagrzania. Jeśli temperatura włókna wynosi 100°C to zmiana temperatury powietrza o jeden stopień spowoduje zmianę współczynnika nagrzania o 1%.

Wyniki pokazane tabeli (5) są również pokazane na wykresach rysunku (3)



Rys. 3. Wykresy błędów pomiarów przy zmianach parametrów powietrza i termoanemometru od warunków wzorcowania

Dyskusja uzyskanych wyników

Uzyskane wyniki pokazują duży wpływ parametrów powietrza i układu elektronicznego na wskazania termoanemometrów stałotemperaturowych. **Szczególnie istotne są zmiany temperatury powietrza.** Błędy pomiaru prędkości dla prędkości mniejszych niż 2.5 m/s w temperaturze różniącej się od temperatury, przy której przeprowadzano wzorcowanie o 10 K mają już bardzo istotne znaczenie. Jeśli w trakcie pomiarów, po ustawieniu współczynnika nagrzania włókna termoanemometru, nastąpi zmiana temperatury powietrza to ulegnie zmianie współczynnik nagrzania.

Wychodząc ze wzoru (39) można policzyć, że zmiana współczynnika nagrzania włókna rozpatrywanego termoanemometru o 0.1% nastąpi po zmianie temperatury powietrza o 0.39 K i spowoduje to błędy pomiaru prędkości rzędu 1% .

Z wyjątkiem błędów spowodowanych zmianami ciśnienia powietrza ze wzrostem jego prędkości błędy pomiaru maleją.

Ocena niepewności uzyskanych wyników jest trudna ze względu na brak możliwości oszacowania niepewności współczynników lepkości i przewodności cieplnej. W dostępnych autorowi danych brak jest niepewności pomiarów tych współczynników. Autorowi nieznaną jest niepewność wzorów opisujących liczby Nusselta oraz Knudsen. Podobnie jest z niepewnością praw Clapeyrona i Daltona. Niepewności wzoru Rilkego są szacowane na 1 do 2% . Również brak danych o niepewności równania (32) opisującego właściwości termoanemometru.

W książce [Cierniak, 2009], dla trzech różnych włókien pokazano wyniki pomiarów prędkości powietrza termoanemometrem stałotemperaturowym, którego charakterystyki aproksymowano tu pokazanym

modelem. Pokazano również rozrzut kilkuset punktów pomiarowych, z których ponad 90% mieściła się w niepewności wyznaczania prędkości tunelu aerodynamicznego. Zdaniem autora poprawna ocena niepewności uzyskanych wyników jest możliwa do uzyskania tylko podczas wykonania odpowiednich eksperymentów. Autor nie posiada możliwości technicznych do ich przeprowadzenia.

Arbitralnie ocena autora niepewność prezentowanych wyników jest nie gorsza niż 10%.

Obecnie budowane termoanemometry nie posiadają możliwości korekcji błędów pomiarów wynikających ze zmian ciśnienia, temperatury i wilgotności powietrza. Są budowane termoanemometry korygujące zmiany współczynnika nagrzani włókna na skutek zmian temperatury powietrza.

Pokazane wyniki wskazują na konieczną, bardzo dużą ostrożność w posługiwaniu się obecnie istniejącymi termoanemometrami.

Spis oznaczeń

A	– zrealizowany przez układ elektroniczny współczynnik przegrzania włókna,
E	– prężność (ciśnienie) pary wodnej nasyconej w temperaturze T , Pa
I	– prąd płynący przez włókno, A
Kn_I	– liczba Knudsen w warunkach numer I ,
Kn_{II}	– liczba Knudsen w warunkach numer II ,
M_i	– masa cząsteczkowa gazu,
M_i, M_j	– masy atomowe składników i, j ,
M_p	– masa cząsteczkowa pary wodnej,
M_s	– masa cząsteczkowa suchego powietrza,
Nu	– liczba Nusselta,
Nu	– liczba Nusselta w gazie rozrzedzonym,
Nu_c	– liczba Nusselta w gazie nie rozrzedzonym,
P	– moc ciepła odbieranego z czujnika, W
R	– uniwersalna stała gazowa, J/kgK
Re	– liczba Reynoldsa,
R_i	– indywidualna stała gazowa, J/kilomolK
R_{im}	– indywidualna stała gazowa mieszaniny, J/kgK
R_p	– indywidualna stała gazowa pary wodnej, J/kgK
$R'(T)$	– rezystancja właściwa w temperaturze T , Ω/m
R'_0	– rezystancja właściwa w temperaturze odniesienia T_0 , Ω/m
R_{wo1}	– rezystancja włókna w temperaturze odniesienia T_{o1} , K
S	– powierzchnia czujnika, m^2
T	– temperatura, K
T	– temperatura gazu, K
T_0	– temperatura odniesienia, K
T_w	– temperatura ciała wymieniającego ciepło z płynem, K
T_p	– temperatura płynu, K
T_m	– wartość średnia temperatury płynu w dużej odległości od czujnika i temperatury czujnika, K
V	– prędkość płynu, m/s
W	– zrealizowany przez układ elektroniczny współczynnik nagrzania włókna,
c_p	– ciepło właściwe gazu przy stałym ciśnieniu, J/kgK
c_v	– ciepło właściwe gazu przy stałej objętości, J/kg/k
d	– średnica włókna, m
\bar{e}	– średnia odległość między zderzeniami cząstek gazu, m
k	– współczynnik dobierany eksperymentalnie podczas wzorcowania anemometru,
l	– długość włókna, m
m	– masa gazu, kg
n	– ilość składników,
p	– ciśnienie gazu, Pa
p_p	– aktualne ciśnienie pary w istniejącej temperaturze T , Pa
x_i, x_j	– molowe udziały składników i, j ,

x_p	– udział molowy pary wodnej w powietrzu,
x_s	– udział molowy suchego powietrza w powietrzu wilgotnym,
Φ_{ij}	– bezwymiarowy współczynnik,
Ψ	– wilgotność względna powietrza,
α	– temperaturowy współczynnik rezystancji, 1/K
α_1	– współczynnik temperaturowy rezystancji dla temperatury odniesienia T_{o1} , 1/K
β	– temperaturowy współczynnik przewodności cieplnej włókna, 1/K
η	– współczynnik lepkości dynamicznej gazu, Pas
η_m	– współczynnik lepkości dynamicznej mieszaniny, Pas
$\eta_T(T)$	– współczynnik lepkości w temperaturze T , Pas
λ	– współczynnik przewodności cieplnej, W/Km
$\lambda_D(T)$	– współczynnik przewodności cieplnej w temperaturze T , W/Km
λ_{D0}	– współczynnik przewodności cieplnej w temperaturze odniesienia, W/Km
λ_m	– współczynnik przewodności cieplnej powietrza wilgotnego, W/Km
λ_p	– współczynnik przewodności cieplnej pary wodnej, W/Km
λ_s	– współczynnik przewodności cieplnej suchego powietrza, W/Km
ν	– współczynnik lepkości kinematycznej, Pasm^3/kg
ξ	– współczynnik dobierany eksperymentalnie podczas wzorcowania anemometru
ρ	– gęstość, kg/m^3
ρ_p	– gęstość pary wodnej zawartej w powietrzu, kg/m^3
ρ_w	– gęstość wilgotnego powietrza, kg/m^3
v	– objętość właściwa (objętość 1kg płynu), m^3/kg
ψ	– współczynnik proporcjonalności, $\text{W/m}^2\text{K}$

Praca została wykonana w roku 2011 w ramach prac statutowych realizowanych w IMG PAN w Krakowie, finansowanych przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego.

Spis literatury

- Cierniak W.: *Termoanemometers*. Instytut Mechaniki Górotworu PAN, Kraków, 2009.
- Collis D.C., Williams M.J.: *Two-dimensional convection from heated wires at low Reynolds numbers*. J. Fluid Mech. 6, 357-384, 1959.
- Figiel W., Tal-Figiel B.: *Tremodynamika stosowana*. Politechnika Krakowska, 2004.
- Gensser F.B., Moller G.L.: *Resons behaviour of hot wires in shear flow*. Fluid Mech, vol. 47, part 3, p. 449-468, 1971.
- Hatton A.P., James D.D.; Swire, H.W.: *Combined forced and natural convection with speed air flow over horizontal cylinders*. J. Fluid Mech. 42, 17-31, 1970.
- Kennard E. H.: *Kinetic theory of Gases*. New York and London: McGraw-Hil Book Co. Inc., 1938.
- Lomas Ch.G.: *Fundamentals of hot wire anemometry*. Cambridge University Press, 1986.
- Raźnijewiś K.: *Tablice Ciepłne z Wykresami*. Tłumaczenie z Raźnijewiś, Toplinskie *Tablice i Dijagramy*, 1964 Technicka Kniga, Zgreb.
- Wiśniewski S.: *Wymiana ciepła*. PWN Warszawa 1970.
- Wróblewski A.K. Zakrzewski J.A.: *Wstęp do Fizyki*. tom I, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 1984.
- Załącznik do Polskiej Normy PN-93/M-53950/01.

A new technique for measuring small velocities in a wind tunnel

Abstract

The article presents calibrating the system for measuring air flow velocities in a wind tunnel with a multihole orifice plate. The calibration was performed by means of the comparative method. This method involves equating the speed of the air flow in the measurement chamber of the tunnel and the speed of the thermoanemometer probe

movement (the thermoanemometer should then display zero velocity). The probe moves within the measurement chamber of the tunnel with a steady speed, alternately with and against the direction of the air velocity. The velocity of the air in the tunnel is adjusted in such a way that the minima of the periodic signal from the thermoanemometer, observed on the screen of an oscilloscope, can reach the lowest level (the minimum method). To the movement of the probe, occurring at a steady speed, a sinusoidal component can be added. In such a case, the velocity of the air in the tunnel is adjusted in such a way that, when the movement of the probe has the same direction as the movement of the air, the signal from the thermoanemometer observed on the oscilloscope screen includes just the second harmonic of velocity, which is a fluctuating velocity transposed on a constant velocity (the second harmonic method). The velocity of the uniform motion of the container with the thermoanemometric probe is measured with a magnetic linear encoder.

Calibrating the system for measuring small velocities of air in a wind tunnel involved the following steps:

1. Calibrating the linear encoder for measuring the velocity of the uniform motion of the container with the thermoanemometric probe in the measurement chamber of the tunnel
2. Calibrating the system for measuring small velocities with a multihole orifice plate for the velocity values 0.1 and 0.25 m/s:
 - a) measuring the given velocity of the container movement,
 - b) measuring the air velocity in the tunnel with the comparison by means of the second harmonic method,
 - c) measuring the air velocity in the tunnel with the comparison by means of the minimum method.

After the completion of measurements, calibration uncertainties were calculated by means of the aforesaid methods.

Keywords: calibrating a wind tunnel, measuring small air velocities, comparative method