

Błąd pomiaru odkształcenia czujnikiem indukcyjnym spowodowany pojemnością przełącznika w metodzie porównawczej

JANUSZ NURKOWSKI

Instytut Mechaniki Górotworu PAN, ul. Reymonta 27; 30-059 Kraków

Streszczenie

Poniżej przedstawiono wyniki testów pomiaru odkształceń czujnikiem indukcyjnym, które miały na celu wyznaczenie błędów tegoż pomiaru, w zależności od wartości pasożytniczej pojemności elektrycznej bocznikującej klucze, służących do naprzemiennego przełączania czujnika pomiarowego i odniesienia w porównawczej metodzie pomiaru. Pojemność bocznikująca powoduje, że pomimo wyłączenia przez klucz danego czujnika jego indukcyjność jest połączona szeregowo z obwodem rezonansowym poprzez tę pasożytniczą pojemność, co w pewnych przypadkach może być źródłem znaczącego błędu pomiarowego. Dokonano również teoretycznej analizy obwodu rezonansowego z uwzględnieniem pojemności bocznikujących klucze, co pozwoliło na sformułowanie wzorów określających ich wpływ na błąd pomiaru. Zaproponowano także metodę redukcji błędów.

Słowa kluczowe: indukcyjny czujnik odkształcenia, pomiar odkształceń, pojemność pasożytnicza

1. Wstęp

Pomiary odkształcenia próbek materiału w komorze ciśnieniowej za pomocą indukcyjnego, bezrzeniowego czujnika przymocowanego do tej próbki wykonywane są metodą porównawczą [1], tzn. z wykorzystaniem drugiego takiego samego czujnika, umieszczonego również w komorze (rys. 1). Zadaniem tego drugiego czujnika, zwanego kompensacyjnym, jest redukcja błędów pomiarowych pochodzących głównie od oddziaływania zmiennego ciśnienia i temperatury w komorze ciśnieniowej na czujnik pomiarowy [2]. Obydwa te czujniki są przemiennie podłączane do tego samego obwodu rezonansowego za pomocą przełącznika elektronicznego lub ewentualnie mechanicznego. Odkształcenie materiału powoduje zmianę długości przymocowanego do niego czujnika, co powoduje zmianę jego indukcyjności, przestrajając obwód rezonansowy, do którego jest włączony. Rejestrując zmiany częstotliwości oscylacji z generatora, współpracującego z tym obwodem rezonansowym, w chwili gdy jest do niego podłączony czujnik pomiarowy (lub krótko z czujnika pomiarowego) można wyliczyć odkształcenie materiału, natomiast zmiany częstotliwości z czujnika kompensacyjnego zamocowanego na materiale o znanych właściwościach mechanicznych umożliwiają wspomnianą redukcję oddziaływania ciśnienia i temperatury w komorze na czujnik pomiarowy, a także temperatury otoczenia na oscylator. Działanie czujnika kompensacyjnego jest bardzo efektywne, redukując na tyle wpływ czynników zakłócających, że możliwy jest pomiar zmian wymiarów próbki z rozdzielczością poniżej mikrometra, przy ciśnieniach hydrostatycznych w komorze nawet kilku GPa i towarzyszących temu zmianach temperatury kilkudziesięciu K. Kompensacja wpływu temperatury otoczenia i napięcia zasilania na oscylator pozwala na pomiar długotrwały, praktycznie Nielimitowany, bez pogorszenia dokładności. Tak więc czujnik kompensacyjny pełni decydującą rolę w pomiarach zwłaszcza niewielkich odkształceń.

Warunkiem osiągnięcia wysokiej dokładności pomiaru jest dobry przełącznik czujników, bowiem przy niewłaściwych jego parametrach może stać się on źródłem błędów i/lub pogorszyć dobroć obwodu rezonansowego w niedopuszczalnym stopniu. Przełącznik ten w stanie włączenia powinien mieć minimalną rezystancję a w stanie wyłączenia maksymalną rezystancję i minimalną pojemność (przez którą przenika



Rys. 1. Czujnik pomiarowy w układzie równoległym (po prawej), oraz – czujnik odniesienia zamocowany na stalowym wsporniku (po lewej)

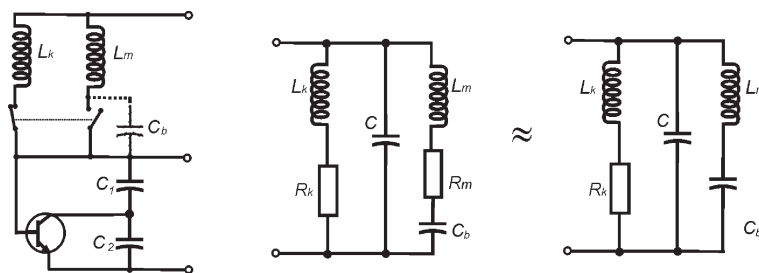
sygnał o wysokiej częstotliwości kilku MHz). W szczególności gdy przełącznik wykonany jest z tranzystorów bipolarnych, ta pasożytnicza pojemność, zwana bocznikującą, może wynosić kilkadziesiąt pF, co w porównaniu z pojemnością obwodu rezonansowego kilku nF jest wartością znaczącą. Przełączniki mechaniczne mają wprawdzie lepsze parametry elektryczne, ale w porównaniu do półprzewodnikowych ich trwałość i szybkość działania są nieporównywalnie od nich mniejsze.

Przedmiotem opracowania będzie teoretyczne i eksperymentalne określenie wpływ pojemności bocznikującej przełącznik w stanie wyłączenia na dokładność pomiaru odkształcenia czujnikiem indukcyjnym, w porównawczej metodzie pomiarowej z czujnikiem kompensacyjnym.

2. Częstotliwość rezonansowa obwodu z uwzględnieniem pojemności bocznikującej przełącznik

Konsekwencją istnienia pasożytniczej pojemności bocznikującej przełącznik (zwany dalej również kluczem) będzie oddziaływanie czujników pomiarowego i kompensacyjnego na obwód rezonansowy nawet jeśli klucz jest w stanie wyłączenia. To niekorzystne oddziaływanie może być przyczyną znaczącego błędu pomiarowego, przy dostatecznie dużej wartości pojemności bocznikującej. Na rys. 2 przedstawiono ideę działania układu pomiarowego, C_b to właśnie pojemności pasożytnicze bocznikujące przełącznik, C_1 i C_2 to kondensatory oscylatora. Na schemacie zastępczym (rys. 2b) R_m to rezystancja reprezentująca straty w obwodzie czujnika pomiarowego a R_k czujnika kompensacyjnego. Rysunek przedstawia stan, w którym włączony jest klucz czujnika kompensacyjnego, zaś klucz czujnika pomiarowego jest wyłączony, więc do oscylatora czujnik pomiarowy jest podłączony przez niewielką pojemność bocznikującą klucz. Ponieważ rezystancja czujnika jest wielokrotnie mniejsza od reaktancji pojemnościowej bocznikującej $C_b (R_m \ll X_{Cb})$ można zaniedbać rezystancję czujnika (rys. 2c). Jeśli czujnik pomiarowy np. wydłuży się razem z materiałem mierzonym, spowoduje to spadek jego indukcyjności, więc i indukcyjności obwodu rezonansowego, gdyż mimo wyłączonego klucza czujnik ten będzie połączony poprzez pojemność bocznikującą do generatora. Wywoła to zmianę częstotliwości oscylacji z czujnika kompensacyjnego, nawet gdy jego długość pozostanie bez zmian. Będzie to fałszywie interpretowane jako np. oddziaływanie temperatury bądź ciśnienia na oba czujniki i o taką zmianę częstotliwości będzie skorygowany odczyt z czujnika pomiarowego, gdy w następnym takcie to on będzie włączony w obwód rezonansowy oscylatora. Skutkiem tego, wyliczone odkształcenie badanego materiału będzie obciążone błędem. Oczywiście jest, że im pojemność bocznikująca będzie większa, tym oddziaływanie czujnika pomiarowego na kompensacyjny będzie większe.

W większości przypadków to właśnie pojemność klucza czujnika pomiarowego będzie powodem błędu, gdyż czujnik kompensacyjny nie podlega odkształceniom, z wyjątkiem pomiaru ściśliwości, podczas którego na oba czujniki oddziałuje ciśnienie. W ostatnim przypadku, jeśli czujnik kompensacyjny jest zamocowany na wsporniku stalowym, będzie on z reguły znacznie mniej odkształcany niż pomiarowy ze względu na mniejszą ściśliwość stali w stosunku do większości skał i innych materiałów.



Rys. 2. Schemat ideowy i zastępczy oscylatora wraz z kluczami i czujnikami

Aby oszacować ten systematyczny błąd wynikły z oddziaływania indukcyjności wyłączzonego czujnika pomiarowego L_m na generator, należy obliczyć częstotliwość rezonansową obwodu przedstawionego na rys. 2c w funkcji zmian długości czujnika pomiarowego l_m i wartości pojemności bocznikującej przełącznik drugiego czujnika. W literaturze fachowej trudno znaleźć gotowy wzór opisujący taki obwód, więc należy częstotliwość (lub pulsację) rezonansową wyliczyć z warunku na zerowanie się admitancji tego obwodu [3]:

$$Y = \frac{1}{j\omega L_k + R_k} + j\omega C + \frac{1}{R_m + j\omega L_m + \frac{1}{j\omega C_b}} = 0 \quad (1)$$

gdzie C to pojemność obwodu rezonansowego, z dobrym przybliżeniem równa szeregowemu połączeniu kondensatorów C_1 i C_2 .

Aby wyliczyć częstotliwość rezonansową z powyższego równania należałoby składniki sprowadzić do wspólnego mianownika, następnie licznik i mianownik tak utworzonego ułamka pomnożyć przez liczbę zespoloną sprzężoną do mianownika, dzięki czemu w mianowniku były by tylko liczby rzeczywiste, na koniec pozostało by wyliczenie dla jakiej pulsacji ω wartości urojone licznika były by równe zero. Procedura ta pozornie prosta prowadzi do niesłychanie rozbudowanego równania, przyjęto więc następane uproszczenie, zakładając brak tłumienia obwodu rezonansowego tzn. że $R_m = R_k = 0$:

Po kolejnych przekształceniach formuły (1) otrzymamy:

$$\omega^4 L_m C - \omega^2 \left(\frac{L_m}{L_k} + \frac{C}{C_b} + 1 \right) + \frac{1}{L_k C_b} = 0 \quad (2)$$

dokonując podstawienia $\omega^2 = x$, otrzymamy równanie drugiego stopnia o dwóch rozwiązaniach, z których jedno ma sens fizyczny, a mianowicie biorąc pod uwagę, że $\omega = 2\pi f$, częstotliwość rezonansowa będzie:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{2L_m C} \left[\left(\frac{L_m}{L_k} + \frac{C}{C_b} + 1 \right) - \sqrt{\left(\frac{L_m}{L_k} + \frac{C}{C_b} + 1 \right)^2 - 4 \frac{L_m C}{L_k C_b}} \right]} \quad (3)$$

Mnożąc licznik i mianownik czynnika pod pierwiastkiem zewnętrznym przez L_k oraz przyjmując, że $\frac{L_k}{L_m} = \frac{l_m}{l_k}$ (l_m i l_k są długościami odpowiednich czujników w postaci jednowarstwowych cewek), otrzymamy wzór na zależność częstotliwości od zmiany długości jednego z czujników względem drugiego oraz ilorazu pojemności obwodu rezonansowego do pojemności pasywniczej kluczy:

$$f_o = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{2L_k C} \frac{l_m}{l_k} \left[\left(\frac{l_k}{l_m} + \frac{C}{C_b} + 1 \right) - \sqrt{\left(\frac{l_k}{l_m} + \frac{C}{C_b} + 1 \right)^2 - 4 \frac{l_k}{l_m} \frac{C}{C_b}} \right]} \quad (4)$$

Względna zmiana częstotliwości z czujnika kompensacyjnego podczas zmiany długości czujnika pomiarowego, w stosunku do częstotliwości dla równych czujników ($l_m = l_k$) będzie:

$$\frac{f_k}{f_{k0}} = \frac{\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{2L_k C} \frac{l_m}{l_k}} \sqrt{\left[\left(\frac{l_k}{l_m} + \frac{C}{C_b} + 1 \right) - \sqrt{\left(\frac{l_k}{l_m} + \frac{C}{C_b} + 1 \right)^2 - 4 \frac{l_k}{l_m} \frac{C}{C_b}} \right]}}{\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{2LC}} \sqrt{\left[\left(1 + \frac{C}{C_b} + 1 \right) - \sqrt{\left(1 + \frac{C}{C_b} + 1 \right)^2 - 4 \frac{C}{C_b}} \right]}} =$$

$$= \sqrt{\frac{\frac{l_m}{l_k} \left[\left(\frac{l_k}{l_m} + \frac{C}{C_b} + 1 \right) - \sqrt{\left(\frac{l_k}{l_m} + \frac{C}{C_b} + 1 \right)^2 - 4 \frac{l_k}{l_m} \frac{C}{C_b}} \right]}{\left(2 + \frac{C}{C_b} - \sqrt{4 + \left(\frac{C}{C_b} \right)^2} \right)}} \quad (5)$$

Wzór (5) można przedstawić w postaci dogodnej do uproszczenia pierwiastka wewnętrznego w liczniku, korzystając z zależności: $\sqrt{1+R} \approx 1+R/2$, dla $R \ll 1$. Jest to w pełni uprawnione, gdyż w najgorszym realnym przypadku, czyli $C/C_b = 20$ i $l_k/l_m = 1$ dostaniemy $R = 0,008$

$$\frac{f_k}{f_{k0}} = \sqrt{\frac{\frac{l_m}{l_k} \left[\left(\frac{l_k}{l_m} + \frac{C}{C_b} + 1 \right) - \left(\frac{l_k}{l_m} + \frac{C}{C_b} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{l_k}{l_m} \frac{4}{\left(\frac{l_k}{l_m} + \frac{C}{C_b} + 1 \right)^2}} \right]}{\sqrt{2 + \frac{C}{C_b} - \sqrt{4 + \left(\frac{C}{C_b} \right)^2}}}} \approx$$

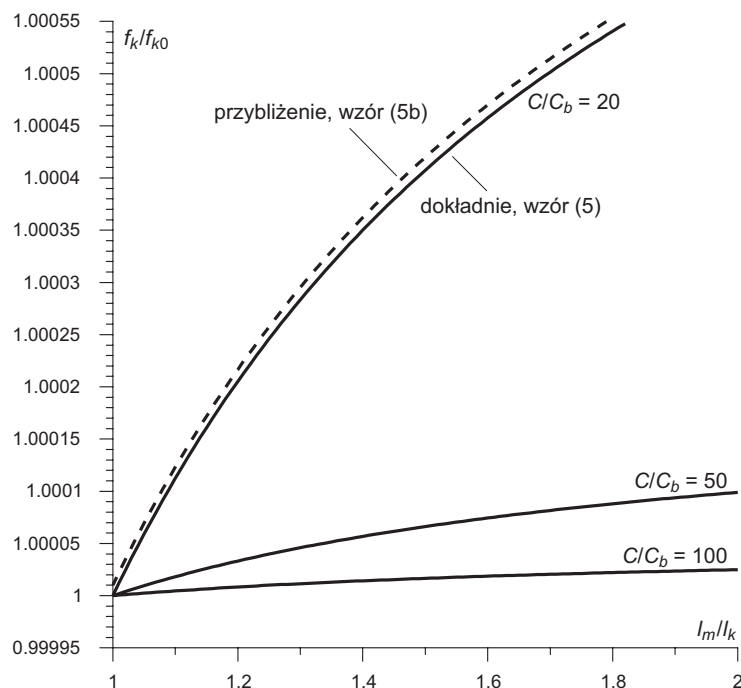
$$\sqrt{\frac{2l_m}{l_k} \left(\frac{l_k}{l_m} - \frac{C}{C_b} + 1 - \frac{l_k}{l_m} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{2 + \frac{C}{C_b} - \sqrt{4 + \left(\frac{C}{C_b} \right)^2}}}} \approx \sqrt{2 \left(1 - \frac{l_k}{l_m} \frac{C}{C_b} + 1 - \frac{l_k}{l_m} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{2 + \frac{C}{C_b} - \sqrt{4 + \left(\frac{C}{C_b} \right)^2}}}} \quad (5a)$$

W ten sam sposób można dokonać następnego uproszczenia pierwiastka oraz zaokrąglić wartość drugiego czynnika do wartości 2, ponieważ w praktyce $C/C_b \gg 4$:

$$\frac{f_k}{f_{k0}} \approx \sqrt{\frac{2 \left(1 - \frac{1}{\frac{C}{C_b} + 1 - \frac{l_k}{l_m}} \right)}{2}} \approx \sqrt{1 - \frac{1}{\frac{C}{C_b} - \frac{l_k}{l_m} + 1}} \approx 1 - \frac{1}{2 \left(\frac{C}{C_b} - \frac{l_k}{l_m} + 1 \right)} \quad (5b)$$

Względne zmiany częstotliwości wyliczone ze wzoru dokładnego (5) pokazano na rysunku 3, dla wartości $C/C_b = 20, 50$ i 100 . Na tym samym rysunku zamieszczono również krzywą (linia przerywana) wyznaczoną ze wzoru przybliżonego (5b). Na skutek kolejnych przybliżeń wzoru (5) wartość funkcji dla $l_k/l_m = 1$ wyliczona ze wzoru (5b) jest mniejsza niż 1 bo dla $C/C_b = 20$ wynosi $0,975$, jednak kształt krzywej jest niemal identyczny (błąd około 1%) jak krzywej dla wzoru dokładnego (5). Krzywą uzyskaną ze wzoru przybliżonego przesunięto na wykresie o stałą wartość $0,025$, aby można było pokazać wszystkie krzywe w dogodnej formie na tym samym wykresie. Błąd pomiaru zależy od przyrostów zmian częstotliwości, więc efekt tego przesunięcia nie ma wpływu na dalsze obliczenia.

Dla większych wartości C/C_b różnica w kształcie krzywych reprezentujących wzór dokładny i przybliżony jest niezauważalna.



Rys. 3. Względna zmiana częstotliwości z czujnika kompensacyjnego w funkcji ilorazu długości czujnika pomiarowego do kompensacyjnego dla różnej wartości C/C_b , wyliczona ze wzoru (5)

3. Określenie błędu spowodowanego istnieniem pojemności bocznikującej

Odształcenie próbki materiału wylicza się dysponując pomiarami zmian częstotliwości z czujnika pomiarowego i kompensacyjnego oraz znając czułość czujników wyznaczoną w procesie wzorcowania:

$$\Delta l_m = \frac{\Delta f_{m(l)} + \Delta f_{m(z)}}{f_{m0}} \cdot \frac{1}{S_{Rm}} - \frac{\Delta f_{k(z)}}{f_{k0}} \cdot \frac{1}{S_{Rk}} \quad (6)$$

gdzie:

- Δl_m – zmierzone odkształcenie materiału
- $\Delta f_{m(l)}, \Delta f_{m(z)}$ – zmiana częstotliwości z czujnika pomiarowego pod wpływem zmiany jego długości, razem z badanym materiałem, oraz pod wpływem zakłóceń (temperatura, ciśnienie, napięcie zasilania),
- $\Delta f_{k(z)}$ – zmiana częstotliwości z czujnika kompensacyjnego pod wpływem zakłóceń takich samych jak wpływających na czujnik pomiarowy,
- S_{Rm}, S_{Rk} – względna czułość czujnika pomiarowego i odniesienia.

Składową zmian częstotliwości pochodzącą od zakłóceń można wyliczyć znając charakterystykę termiczną i ciśnieniową czujnika pomiarowego lub lepiej, stosując czujnik kompensacyjny zamocowany na wsporniku o znanych własnościach (rozszerzalność termiczna, ściśliwość). Warunkiem poprawnego działania kompensacji jest możliwie identyczny wpływ zakłóceń na oba czujniki, a będzie to spełnione jeśli będą miały podobne parametry elektryczne i mechaniczne, więc i podobną czułość, a wtedy: z

$$\Delta l_m = \left(\frac{\Delta f_{m(l)} + \Delta f_{m(z)}}{f_{m0}} - \frac{\Delta f_{k(z)}}{f_{k0}} \right) \frac{1}{S_R} \quad (6a)$$

W rozważaniach przyjęto dla uproszczenia, że baza pomiarowa (długość próbki materiału) jest równa długości czujnika, chociaż zwykle tak nie jest, a długość czujnika dopasowuje się do bazy pomiarowej za pomocą łącznika.

Dla eksperymentatora istnienie pojemności bocznikujących klucze przejawia się zewnętrznie jako wzajemne oddziaływanie czujników na siebie, gdyż zmiana długości jednego z nich będzie wpływała na sygnał (czyli częstotliwość) z drugiego i odwrotnie. Stąd też dla wygody w dalszej części zjawisko to będzie określane jako wzajemny wpływ czujników na siebie.

Jeśli odkształcenia obu czujników będą tego samego znaku (rozciąganie lub ściskanie), np. w pomiarze ściśliwości, wtedy błędy pomiaru pochodzące od każdego z czujników będą odejmowały się. Stąd względny błąd pomiaru odkształcenia materiału spowodowany omawianym efektem jest określony jako iloraz niezrównoważonego wpływu czujników na siebie powodującego błąd bezwzględny do odkształcenia materiału:

$$\delta_{km} = \frac{\left(\frac{\Delta f_{k(m)}}{f_{k0}} - \frac{\Delta f_{m(k)}}{f_{m0}} \right) \cdot \frac{1}{s}}{\Delta l_{mr}} \quad (7)$$

gdzie:

- δ_{km} – błąd spowodowany pojemnością kluczy czujnika kompensacyjnego i pomiarowego,
- Δl_{mr} – rzeczywiste odkształcenie materiału,
- $\Delta f_{k(m)}, \Delta f_{m(k)}$ – zmiana częstotliwości z czujnika kompensacyjnego na skutek zmiany długości czujnika pomiarowego i odwrotnie.

Jeśli czujniki w takim samym stopniu wpływają na siebie to błęd pomiaru nie będzie. Taki przypadek wystąpi jeśli czujnik kompensacyjny będzie odkształcany tak samo jak pomiarowy. Można więc w pomiarze ściśliwości błąd ten zminimalizować jeśli materiał użyty na wspornik czujnika kompensacyjnego będzie miał podobną ściśliwość jak materiał badany. Spostrzeżenie to jest zgodne z postulatem, że w pomiarze metodą porównawczą najmniejsze błędy będą gdy wartość wielkości wzorcowej będzie zbliżona do wartości wielkości mierzonej [4].

Maksymalny błąd wynikły z powodu istnienia pojemności bocznikujących klucze wystąpi gdy odkształcany będzie tylko czujnik pomiarowy. Wtedy błąd będzie określony formułą:

$$\delta_{k(m)} = \frac{\frac{\Delta f_{k(m)}}{f_{k0}} \cdot \frac{1}{s}}{\Delta l_{mr}} \quad (7a)$$

Względną zmianę częstotliwości z czujnika kompensacyjnego pod wpływem zmian długości czujnika pomiarowego można wyliczyć z iloczynu pochodnej funkcji określającą tę zależność:

$$\frac{\Delta f_{k(m)}}{f_{k0}} = \frac{df_{k(m)}}{d\left(\frac{l_m}{l_k}\right)} \cdot \frac{l_{m1} - l_{m2}}{l_k} = f'_{k(m)} \cdot \frac{\Delta l_m}{l_k} \quad (8)$$

stąd:

$$\delta_{k(m)} = \frac{f'_{k(m)} \cdot \frac{\Delta l_m}{l_k} \cdot \frac{1}{s_{Rk}}}{\Delta l_{mr}} \approx \frac{f'_{k(m)}}{l_k s_{Rk}} \quad (9)$$

Ze względu na spodziewaną małą wartość rozważanego błędu, w powyższym wzorze przyjęto uproszczenie zrównując rzeczywistą wartość odkształcenia (której właściwie nie znamy) z odkształceniem wyliczonym na podstawie zmian częstotliwości z czujnika pomiarowego ($l_m \approx l_{mr}$). Pochodna względem zmiany długości l_m ze wzoru (5), o ile w ogóle możliwe jest jej wyznaczenie, miała by na tyle skomplikowaną postać (pomimo wstępnego założenia o braku tłumienia obwodu), że nieprzydatną do dalszej analizy, zasadne jest więc skorzystanie z jego formy uproszczonej (5b):

$$\frac{d}{d\left(\frac{l_m}{l_k}\right)} \left(1 - \frac{1}{2\left(\frac{C}{C_b} - \frac{l_k}{l_m} + 1\right)} \right) = \frac{1}{2\left(\frac{C}{C_b} - \frac{l_k}{l_m} + 1\right)^2 \left(\frac{l_m}{l_k}\right)^2} =$$

$$\frac{0.5}{\left(\frac{C}{C_b}\right)^2 \left(\frac{l_m}{l_k}\right)^2 + 2\left(\frac{C}{C_b}\right) \left(\frac{l_m}{l_k}\right) - 2\left(\frac{C}{C_b}\right) \left(\frac{l_m}{l_k}\right) + \left(\frac{l_m}{l_k}\right)^2 - \left(\frac{l_m}{l_k}\right) + 1}$$
(10)

Pomijając mało znaczące składniki mianownika dostaniemy:

$$\frac{d}{d\left(\frac{l_m}{l_k}\right)} \approx \frac{0.5}{\left(\frac{C}{C_b}\right)^2 \left(\frac{l_m}{l_k}\right)^2 + 2\left(\frac{C}{C_b}\right) \left(\frac{l_m}{l_k}\right) - 2\left(\frac{C}{C_b}\right) \left(\frac{l_m}{l_k}\right)} \approx \frac{0.5}{\left(\frac{C}{C_b} \frac{l_m}{l_k}\right) \left(\frac{C}{C_b} \frac{l_m}{l_k} + 2\frac{l_m}{l_k} - 2\right)}$$
(10a)

Ponieważ $1 < l_m/l_k < 2$, można dokonać ostatecznego przybliżenia wzoru na pochodną:

$$\frac{d}{d\left(\frac{l_m}{l_k}\right)} \approx \frac{0.5}{\left(\frac{C}{C_b} \frac{l_m}{l_k}\right)^2}$$
(10b)

Do wyliczenia błędu wg wzoru (9) potrzebna jest jeszcze formuła określająca czułość czujnika w zależności od jego długości. Czułość ta zdefiniowana jako iloraz zmiany częstotliwości oscylacji do zmiany długości czujnika, będzie w granicy pochodną. Ponieważ w przybliżeniu (nie uwzględniając rezystancji obwodu) częstotliwość oscylacji określa wzór:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{k_1}{\sqrt{L_s + L_p}} = \frac{k_1}{\sqrt{\frac{k_2}{l_s} + L_p}}, (\text{Hz}) \quad k_2 = \mu z^2 S = (\pi D z)^2 \cdot 10^{-7}, (\text{Tm}^3)/\text{A}$$
(11)

gdzie:

- L, C – indukcyjność i pojemność obwodu rezonansowego
- L_s, L_p – indukcyjność czujnika i indukcyjność pasożytnicza jego połączeń
- S, D, z – przekrój poprzeczny, średnica i ilość zwojów czujnika

Stad:

$$\frac{d}{dl_s} \left(\frac{k_1}{\sqrt{\frac{k_2}{l_s} + L_p}} \right) = s = \frac{k_1 \cdot k_2 \sqrt{\frac{l_s}{k_2 + L_p l_s}}}{2l_s (k_2 + L_p l_s)}$$
(12)

Czułość względna s_R definiowana jest jako iloraz czułości do częstotliwości oscylacji i wtedy:

$$s_R = \frac{\left(\frac{k_1 \cdot k_2 \sqrt{\frac{l_s}{k_2 + L_p l_s}}}{2l_s (k_2 + L_p l_s)} \right)}{\left(\frac{k_1}{\sqrt{\frac{k_2}{l_s} + L_p}} \right)} = \frac{k_2}{2l_s (k_2 + L_p l_s)} = \frac{1}{2l_s \left(1 + \frac{L_p l_s}{k_2} \right)} = \frac{1}{2l_s \left(1 + \frac{L_p l_s}{(\pi D z)^2 \cdot 10^{-7}} \right)} = \frac{1}{2l_s \left(1 + \frac{L_p}{L_s} \right)} \approx \frac{1}{2l_s}$$
(13)

Uproszczenie w ostatniej zależności jest zasadne, gdyż składnik $L_p/L_s \approx 0.1$ co wynika z wielokrotnie mniejszej indukcyjności połączeń w porównaniu do indukcyjności czujnika.

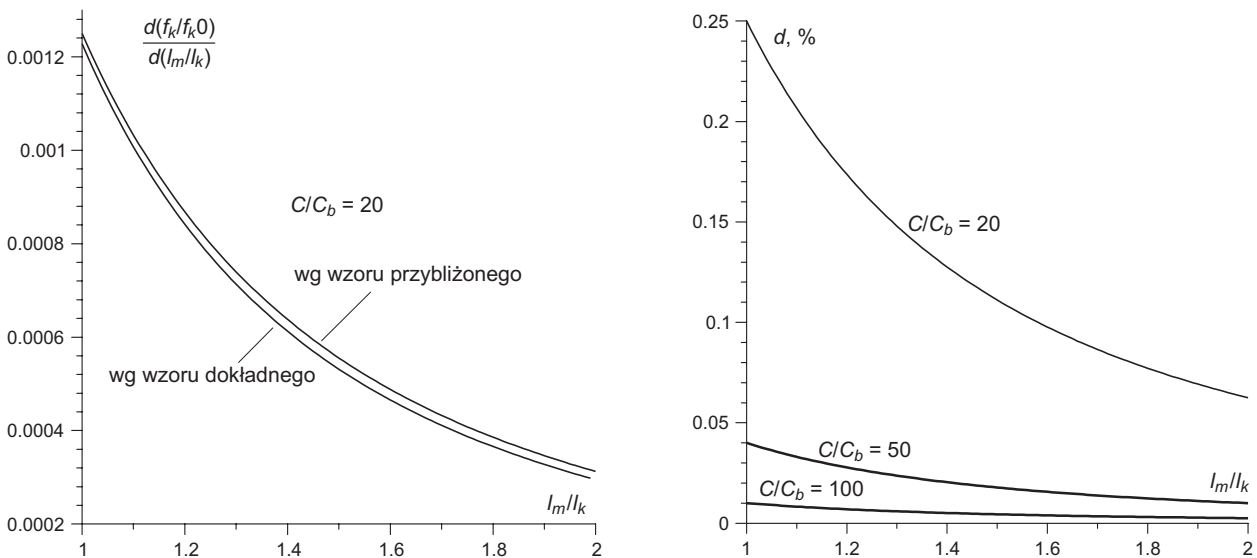
Ostatecznie więc błąd pomiaru wynikły z oddziaływania wzajemnego czujników będzie określony wzorem:

$$\delta_{k(m)} = \frac{d\left(\frac{f_k}{f_{k0}}\right)}{d\left(\frac{l_m}{l_k}\right)} \cdot \frac{1}{s_{Rk}} \cdot \frac{1}{l_k} \approx \frac{1}{2\left(\frac{C}{C_b} \frac{l_m}{l_k}\right)^2} \cdot 2l_k \cdot \frac{1}{l_k} \approx \frac{1}{\left(\frac{C}{C_b} \frac{l_m}{l_k}\right)^2} \approx \left(\frac{C_b}{C} \frac{l_k}{l_m}\right)^2 \quad (14)$$

Ponieważ warunkiem dobrej redukcji wpływu ciśnienia i temperatury przez czujnik kompensacyjny, jest identyczność parametrów toru pomiarowego i kompensacyjnego, więc i długość obu czujników powinna być taka sama i wtedy dla małych odkształceń powyższy wzór upraszcza się do postaci:

$$\delta_{k(m)} \approx \left(\frac{C_b}{C}\right)^2 \quad (15)$$

Na rysunku 4 przedstawiono wykresy zależności pochodnej i błędu pomiaru od ilorazu długości czujnika pomiarowego do kompensacyjnego dla wartości pojemności obwodu rezonansowego do pojemności bocznikującej 20, 50 i 100. Pochodną dla $C/C_b = 20$ uzyskano numerycznie ze wzoru na względne zmiany częstotliwości (5) oraz analitycznie ze wzoru (10b) wyprowadzonego z przybliżonego wzoru (5b). Dla wartości C/C_b kilkakrotnie większych niż 20 różnice między krzywą numeryczną a przybliżoną analityczną są praktycznie niezauważalne.



Rys. 4. Pochodna względnej zmiany częstotliwości z czujnika kompensacyjnego vs względne zmiany długości czujnika pomiarowego oraz po prawej błąd pomiaru dla różnej wartości C/C_b , wyliczona analitycznie ze wzoru przybliżonego (10b) oraz numerycznie wg wzoru dokładnego (5)

Widać, że gdy C/C_b jest mniejsze od 50 błąd gwałtownie rośnie jak $(C_b/C)^2$ jednakże wartość C/C_b w rzeczywistości jest na poziomie 50. Stąd błąd pomiaru jest niewielki, mniejszy od 0,04%, więc można go pominąć. Gdyby udało się osiągnąć wartość C/C_b powyżej 100, to błąd byłby mniejszy od 0,01% więc praktycznie całkowicie pomijalny.

Kolejny 5 rysunek przedstawia błąd pomiaru w zależności od wartości C/C_b dla długości czujnika pomiarowego do kompensacyjnego równego 1 i 2. Widać, że dla $C/C_b > 40$ błąd jest mniejszy od 0,1% przy

równej długości czujników. Dla $C/C_b < 20$ błąd gwałtownie rośnie, graniczną wartością ilorazu C/C_b wydaje się być 10, przy którym błąd wynosi około 1% i jest jeszcze do zaakceptowania.

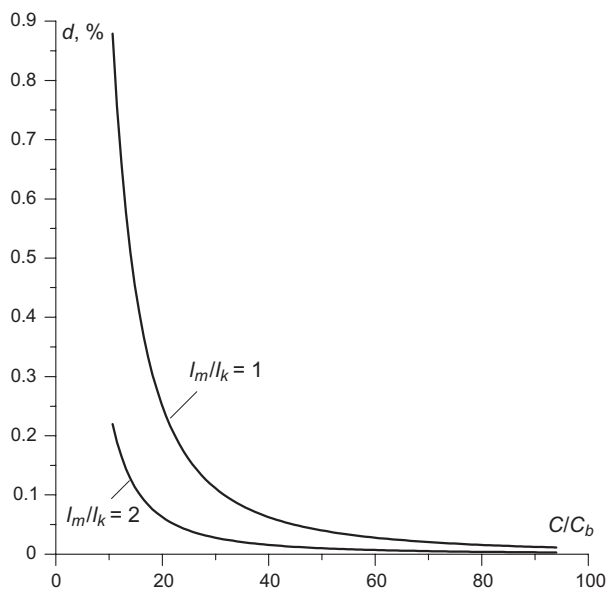
4. Wyniki badań eksperymentalnych

Określenie błędu pomiaru odkształcenia w zależności od wartości pojemności bocznikującej klucze wykonano w dwojaki sposób: kontrolowanego rozciągania jednego z czujników i obserwacja jakie to wywołało zmiany częstotliwości w drugim czujniku w warunkach normalnych, oraz przez pomiar ściśliwości pleksiglasu w zakresie ciśnień do 300 MPa w aparacie ciśnieniowym GTA-10.

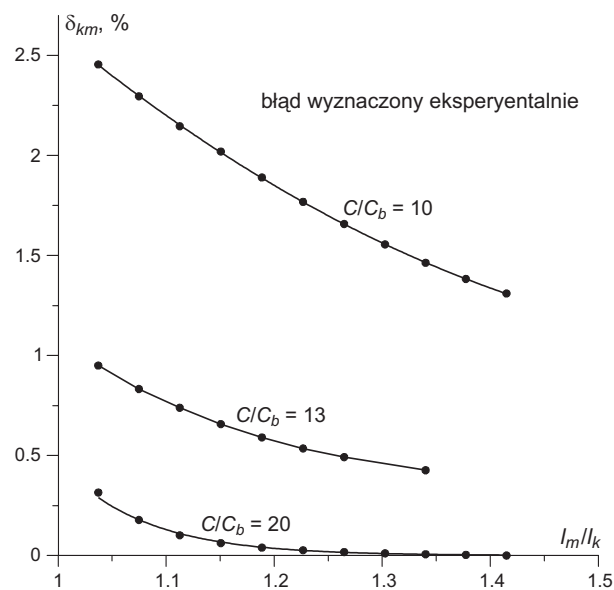
W generatorze do przełączania czujników użyto krzemowych tranzystorów małej mocy typu BC832 o wyjściowej pojemności kolektor-emiter około 12 pF. Wyjście tranzystora bocznikowano kondensatorami o pojemnościach do 200 pF, symulując w ten sposób wzrost pojemności klucza. Pojemność obwodu rezonansowego wynosiła 1400 pF.

Rysunek 6 przedstawia wyznaczony błąd pomiaru przy znacznym bo 1.4-krotnym rozciągnięciu czujnika pomiarowego, za pomocą śruby mikrometrycznej, i nieodkształcanym czujniku kompensacyjnym, dla stosunku C/C_b równym: 10, 13 i 20 w warunkach normalnych. Zgodnie z przewidywaniami (patrz wzór 15 i rys. 4), maksymalny błąd wystąpił gdy czujniki miały zbliżoną długość i malał przy rozciągnięciu czujnika pomiarowego. Zmierzone błędy są jednak prawie 2-krotnie większe od przewidywanych teoretycznie.

Pomiary wykonane dla $C/C_b = 30$ dały błąd około 0,05%, (przewidywany 0,13%) a dla $C/C_b = 100$ dały błąd około 0,01%, (przewidywany 0,008%).



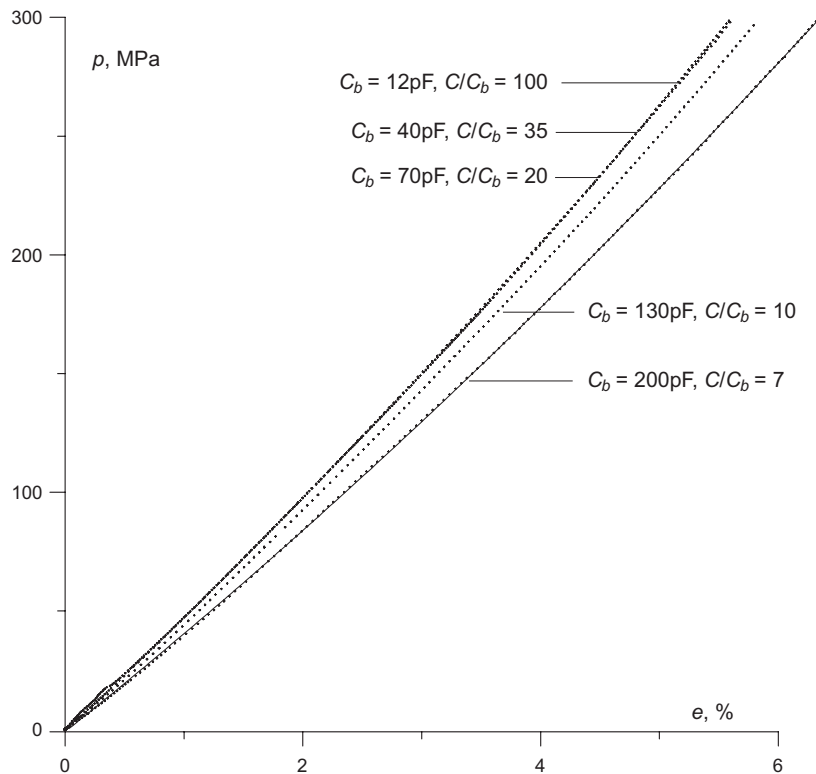
Rys. 5. Błędy pomiaru w zależności od C/C_b , dla różnej długości czujników względem siebie



Rys. 6. Błąd pomiaru vs względne odkształcenie czujnika wyznaczony doświadczalnie w warunkach normalnych, dla różnych wartości stosunku pojemności obwodu rezonansowego do pojemności bocznikujących klucze

W następnej eksperymentach użyto prostopadłościennego pleksiglasu o wymiarach $10 \times 10 \times 80$ mm, na końcach długiego boku wywiercono otwory o średnicy 1.2 mm, w które wklejono stalowe pręty służące do mocowania czujników (rys. 7). Czujnik kompensacyjny zamocowano do stalowego wspornika, którego ściśliwość w porównaniu do pleksiglasu jest minimalna (30-krotnie mniejsza) i w tedy zgodnie z uprzednimi rozważaniami wpływ pojemności kluczy na pomiar odkształcenia powinien być maksymalny. Zmierzona w ten sposób ściśliwość w odniesieniu do $C/C_b = 120$ tzn. dla klucza tranzystorowego nie zbocznikowanego kondensatorem była praktycznie identyczna jak dla $C/C_b = 35$. Wartość ściśliwości przy $C/C_b = 120$ przyjęto jako odniesienie do ściśliwości wyznaczonych dla większego stosunku C/C_b . Przy $C/C_b = 20$ różnicę można było wykryć tylko po analizie współczynnika kierunkowego liniowej aproksymacji obu krzywych

i błąd wynikły z wzajemnego wpływu czujników $\delta_{k(m)}$ wynosił 0,2%. Praktycznie różnicę w pomiarze można było zauważyć dla $C/C_b = 10$, gdzie błąd wynosił 3% i dla stosunku $C/C_b = 7$ dającego błąd 13%. Za nieliniowy przebieg ściśliwości odpowiedzialny jest głównie wzrost temperatury podczas sprężania cieczy w komorze ciśnieniowej o około 10K i związana z tym objętościowa rozszerzalność cieplna pleksiglasu ($0,24 \times 10^{-3}/K$).



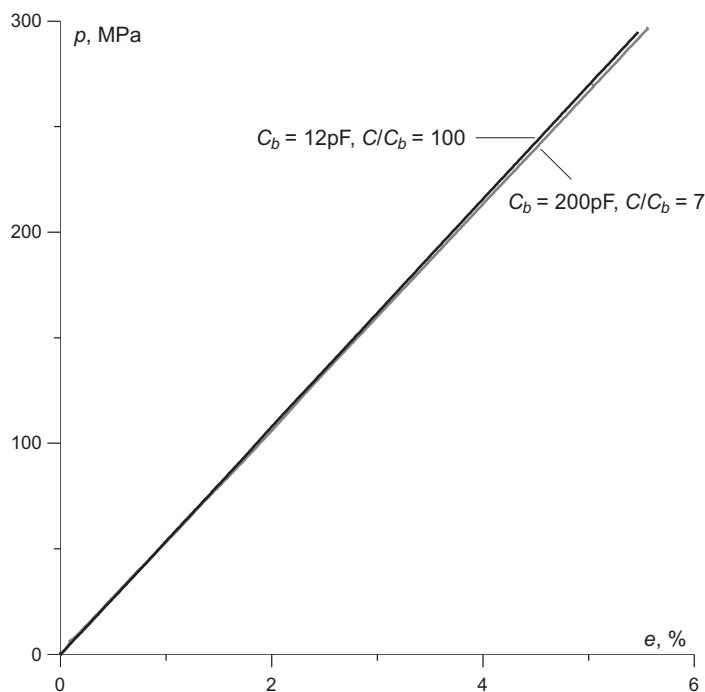
Rys. 7. Błędy w pomiarze ściśliwości objętościowej pleksiglasu, dla różnych wartości pojemności bocznikujących klucze, pojemność obwodu rezonansowego 1400 pF

Wartości błędów uzyskane w powyższym eksperymencie i wyliczone ze wzoru (15) przedstawiono w tabeli poniżej:

Tab. 1

	$C/C_p = 120$	$C/C_p = 35$	$C/C_p = 20$	$C/C_p = 10$	$C/C_p = 7$
δ_{km} , % eksperyment	0	0	0,2	3	13
δ_{km} , % teoretycznie	0,007	0,1	0,25	1	2

W następnych pomiarach czujnik kompensacyjny zamocowano do tej samej płytki pleksiglasu co czujnik pomiarowy, więc oba czujniki odkształcały się tak samo pod wpływem ciśnienia i zgodnie z przewidywaniami pojemność kluczy nie powinna mieć żadnego wpływu na pomiar. Faktycznie po zwiększeniu pojemności kluczy od $C_b = 12$ pF do 200 pF zmierzone odkształcenia różniły się tylko o 1 % w stosunku do pomiaru dla $C_b = 12$ pF, czyli pojemności samych tranzystorów kluczących (rys. 8). Jednoprocentowa różnica jest spowodowana asymetrią parametrów toru pomiarowego i odniesienia, ale i tak w porównaniu do 13% błędu w przypadku czujnika kompensacyjnego zamocowanego na stali poprawa jest znaczna. Tym razem wykres ściśliwości jest liniowy, pomimo zmian temperatury, gdyż własności materiału odniesienia i pomiarowego są takie same – ten sam pleksiglas, nastąpiła więc kompensacja wpływu temperatury.



Rys. 8. Ścisłości pleksiglasu, czujnik kompensacyjny i pomiarowy zamocowany na tym samym materiale

Eksperymenty potwierdziły główne tezy wynikające z rozważań teoretycznych, mianowicie:

- zależność błędu pomiaru od stosunku C/C_b jest silnie nieliniowa oraz że
- dla stosowanych kluczy tranzystorowych i wartości pojemności obwodu rezonansowego błąd pomiaru jest niewielki, poniżej 0.1%,
- błąd ten maleje przy rozciąganiu czujnika pomiarowego

Wartości błędów wyznaczone doświadczalnie w zasadzie pokrywają się z wyliczonymi teoretycznie do wartości C/C_b około 15, poniżej tej wartości faktyczne błędy stają się znacząco większe od teoretycznych, co jest prawdopodobnie konsekwencją przyjętych założeń upraszczających dotyczących nie tyle przekształceń matematycznych co modelu elektrycznego obwodu rezonansowego. W praktyce wartość C/C_b jest większa niż 50.

5. Podsumowanie

Rozważania teoretyczne, poparte przeprowadzonymi pomiarami wykazały, że dla stosowanych obecnie kluczy do przełączania czujników pomiarowego i kompensacyjnego w postaci tranzystorów bipolarnych małej mocy o pojemności wyjściowej w stanie wyłączenia C_b kilkunastu pF i pojemności skupionej obwodu rezonansowego około 1.5 nF, błąd wynikły z istnienia pojemności C_b jest niewielki, gdyż ma on wartość około 0.01%.

W pomiarach ścisłości błąd ten można jeszcze zmniejszyć, wykonując wspornik na którym zamocowany jest czujnik kompensacyjny z materiału o podobnej ścisłości do materiału badanego, np. w badaniu skał zamiast stalowego wspornika, wykonać go z cynku o dwukrotnie większej ścisłości, lub nawet z pleksiglasu (sześciokrotnie większej) w przypadku skał o dużej ścisłości (np. silnie porowatych nie nasączonych cieczą)

Innym sposobem zmniejszenia omawianego błędu mogło by być zastosowanie w roli kluczy przełączników elektromechanicznych, które w wersji miniaturowej mają niewielkie wymiary (kilku milimetrów) i dużą trwałość (do miliona przełączeń) oraz szybkość działania (kilkanaście ms). Zredukowałyby to kilkanaście razy wartość C_b (do kilku pF) i rezystancję klucza (do około 0,1 Ω). Mniejsza rezystancja pozwoliłaby zwiększyć wartość pojemności skupionej obwodu rezonansowego, co w połączeniu ze znikomą pojemnością C_b wyeliminowałoby całkowicie rozważany błąd. Ponadto zmniejszyłby się wpływ pasożytniczych połączeń.

Użycie tranzystorów unipolarnych MOS o rezystancji włączenia około 1Ω , a więc przynajmniej trzykrotnie mniejszej w porównaniu do tranzystorów bipolarnych, wydaje się niewłaściwe ze względu na dużą ich pojemność w stanie wyłączenia rzędu nawet kilkuset pF. Powodowałoby to znaczne błędy pomiaru odkształcenia na skutek zjawiska omówionego w tym opracowaniu.

Praca została wykonana w roku 2008 w ramach prac statutowych realizowanych w IMG PAN w Krakowie, finansowanych przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego.

Literatura

- [1] Nurkowski J.: Bezrdzeniowy indukcyjny *sensor do pomiaru odkształceń próbek skalnych w komorze ciśnieniowej*. Archiwum Górnictwa, Vol. 52 (2007), No 3, s. 311-330.
- [2] Nurkowski J.: *Błędy w pomiarach odkształcenia wykonywanych w komorze ciśnieniowej czujnikiem indukcyjnym*. Prace IMG-PAN, tom 7, nr 3-4 (2005), s. 155-178.
- [3] Pawłowski J.: *Wzmacniacze i generatory*. Wydawnictwo Komunikacji i Łączności W-wa 1980
- [4] Chwaleba A. i inni: *Metrologia elektryczna*. WNT, W-wa 1994.

Error of displacement measurements by inductive sensor caused by parasite capacitances of the sensors key

Abstract

The paper presents some results of displacement measurements carried out by means of the inductive sensor. The main goal of the measurements was to evaluate some errors caused by parasite capacitances of the keys used in periodical commutation measured and referenced sensors to the same oscillator. The capacitances shunt the keys in opened state. Values of these errors could be predicted by mathematical calculations. In the paper a practical way of reduction of these errors is described

Keywords: compressibility measurement, high pressure, inductive sensor, LC oscillator

Recenzent: Dr hab. inż. *Paweł Ligęza*, Instytut Mechaniki Górotworu PAN