

# Dynamika pomiaru temperatury termoparą

WŁADYSŁAW CIERNIAK

*Instytut Mechaniki Górotworu PAN, ul. Reymonta 27; 30-059 Kraków*

## Streszczenie

Termopary składają się z dwóch przewodów o różnych gęstościach, przewodnościach cieplnych i ciepłach właściwych. Powoduje to znaczną komplikację opisu temperatury złącza podczas szybkozmiennych pomiarów temperatury. W artykule rozpatrzono model wymiany ciepła przez nieskończone długie przewody. Wyznaczono transmitancję temperatura–napięcie termopary. Dokonano przeliczeń transmitancji dla trzech różnych termopar (Rys. 1). Aproxymowano uzyskane transmitancje członami inercyjnymi pierwszego rzędu uzyskując bardzo dobre rezultaty z wyjątkiem termopary chromel-konstantan, które mają dużą różnicę pojemności cieplnych.

**Słowa kluczowe:** pomiary temperatury, termopara

## Wstęp

Termoparą nazywa się dwa przewody, których jedno złącze jest umieszczane w miejscu pomiaru temperatury. Drugie końce znajdujące się w innej temperaturze o znanej wartości i w tej temperaturze połączone są z dwoma przewodnikami wykonanymi z jednakowego materiału. Pomiędzy złączem i końcami przewodów termopary występuje mała różnica napięć (zjawisko Seebecka) [11]. Jeśli brak przepływu prądu w przewodnikach termopary to różnica napięć jest funkcją różnicy temperatury. Gdy przez przewody przepływa prąd następuje w nich spadek napięcia (prawo Ohma), wydziela się w nich ciepło Joule'a-Lenza proporcjonalnie do kwadratu prądu. Przy występowaniu gradientu temperatury w przewodnikach wydzielane jest ciepło proporcjonalne do płynącego prądu (zjawisko Thompsona) [11]. Gdy prąd płynie w kierunku gradientu temperatury ciepło jest wydzielane a gdy prąd płynie w kierunku przeciwnym ciepło jest pochłaniane. Przy przepływie prądu przez złącze termoparowe następuje wydzielanie lub pochłanianie ciepła (zjawisko Peltiera) [11]. W stanie ustalonym gdy przez przewody termopary nie płynie prąd zjawiska Peltiera i Thompsona nie odgrywają żadnej roli podczas pomiaru temperatury. W stanie nieustalonym gdy w poprzek przewodów występują gradienty temperatury w przewodach w otoczeniu złącza termopary będą płynąć prądy co implikuje występowanie wszystkich wymienionych zjawisk. Dokładne rozpatrzenie wszystkich wymienionych zjawisk jest bardzo trudne. Wymaga rozwiązania równań mechaniki płynów do opisu wymiany ciepła z powierzchnią przewodników termopary oraz równań opisujących trójwymiarowo zjawiska przepływu prądu i ciepła w toczeniu złącza termopary z uwzględnieniem wszystkich wspomnianych zjawisk.

W niniejszej pracy zostanie rozpatrzony najprostszy przypadek gdy wymianę ciepła z otoczeniem można opisać cząstkowym równaniem różniczkowym, zawierającym jeden wymiar przestrzenny z pominięciem wszystkich wymienionych zjawisk z wyjątkiem zjawiska Seebecka.

## Termiczny model złącza

Jak już wspomniano termopara jest zbudowana z dwóch przewodników o różnych właściwościach. Istotnymi właściwościami dla badania dynamiki złącza termopar są: przewodności cieplne, gęstości i ciepła właściwe obu metali. Metale stosowane na termopary różnią się tymi właściwościami. Z tego względu przy zmianie temperatury płynu w otoczeniu złącza, temperatury obu metali muszą się różnić.

Aby otrzymać prosty wynik przyjmuje się, że oba przewody mają nieskończoną długość oraz że przepływ płynu jest do nich poprzeczny, a temperatura otaczającego je płynu na całej ich długości jest jednakowa. Zakłada się również, że przejmowanie ciepła przez oba przewody jest identyczne. Przyjęcie założenia o nieskończonej długości jest uzasadnione tym, że zwykle stosunek średnicy przewodów termopar do ich długości jest bardzo mały i przyjęte uproszczenie spowoduje nieduże błędy. Ponadto przyjmuje się, że przewodności cieplne, gęstości i ciepła właściwe dla obu przewodów są niezależne od temperatury. Podobne założenia przyjmuje się dla płynu otaczającego przewody.

Równanie opisujące wymianę ciepła przez prosty drut jest często spotykane w odpowiedniej literaturze nie ma potrzeby go wprowadzać [1].

Ma ono postać:

$$\frac{\pi d^2 \lambda_D}{4} \frac{\partial T_w^2(x,t)}{\partial x^2} - \pi \lambda_m Nu [T_w(x,t) - T_p(t)] = \frac{\pi d^2 \rho c_p}{4} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} \quad (1)$$

gdzie:

$c_p$  – ciepło właściwe, J/kgK

$d$  – średnica przewodu, m

$Nu$  – liczba Nusselta, -

$T_p$  – temperatura płynu, K

$T_w$  – temperatura przewodu, K

$\lambda_D$  – współczynnik przewodności cieplnej przewodu, W/Km

$\lambda_m$  – współczynnik przewodności cieplnej płynu, W/Km

$\rho$  – gęstość przewodu, kg/m<sup>3</sup>.

Wprowadzając oznaczenia:

$$M = \frac{4 \lambda_m Nu}{\lambda_D d^2} \quad (2)$$

$$n = \frac{\rho c_p}{\lambda_D} \quad (3)$$

Równanie (1) można przedstawić w postaci:

$$\frac{\partial T_w^2(x,t)}{\partial x^2} - M [T_w(x,t) - T_p(t)] = n \frac{\partial T_w(x,t)}{\partial t} \quad (4)$$

Ponieważ przewodniki termopary mają różne parametry to w miejscu wstąpienia spoiny występuje skokowa zmiana współczynników  $M$  i  $n$ . Z tego względu wygodnie jest umieścić spoinę w zerze układu współrzędnych oraz rozpatrywać rozwiązanie zagadnienia oddzielnie dla dodatnich i ujemnych współrzędnych.

Do rozwiązania zagadnienia potrzebne są warunki brzegowe i początkowe. W początku układu współrzędnych gdzie jest umieszczona spoina przyjmuje się, że po jej obu stronach temperatura termopary ma tę samą wartość. W dużej odległości od spoiny wzdłuż przewodów temperatura ulega tylko bardzo niewielkim zmianom. Wobec tego formalnie warunki brzegowe można przyjąć w nieskończoności.

Zapis ma postać:

$$\text{Dla } x = 0 \quad T_w(0,t) = T_{w0}(t) \quad (5)$$

$$\text{Dla } x \rightarrow \infty \quad \frac{\partial T_w(x,t)}{\partial x} = 0 \quad (6)$$

$$\text{Dla } x \rightarrow -\infty \quad \frac{\partial T_w(x,t)}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

Warunek początkowy przyjmuje się w postaci:

$$T_w(x,0) = T_p(0) \quad (8)$$

Przedstawione warunki brzegowe nie pozwalają wyznaczyć temperatury złącza. Do wyznaczenia temperatury złącza zostanie wykorzystana równość strumieni ciepła po jego dwu stronach. Zgodnie z prawem Fouriera można napisać:

$$-\frac{\pi d^2 \lambda_{D1}}{4} \frac{\partial T_w(0,t)}{\partial x} = -\frac{\pi d^2 \lambda_{D2}}{4} \frac{\partial T_w(0,t)}{\partial x} \quad (9)$$

gdzie:

$\lambda_{D1}$  i  $\lambda_{D2}$  – oznaczają współczynniki przewodności cieplnej odpowiednio pierwszego i drugiego przewodnika, W/Km

Poddając przekształceniu Laplace'a równanie (4) dla warunków brzegowych (5) do (8), po przekształceniach otrzymuje się równanie:

$$\frac{\partial T_w^2(x,s)}{\partial x^2} - (M + ns)T_w(x,s) = -MT_p(s) - nT_w(x,0) = -MT_p(s) + nT_p(0) \quad (10)$$

Jego ogólne rozwiązanie jest postaci:

$$T_w(x,s) = \frac{-MT_p(s) + nT_p(0)}{M + ns} [\cosh(x\sqrt{M + ns}) - 1] + a \cosh(x\sqrt{M + ns}) + \frac{b}{\sqrt{M + ns}} \sinh(x\sqrt{M + ns}) \quad (11)$$

Pochodna tego rozwiązania o zmiennej  $x$  wyraża się wzorem:

$$\frac{\partial T_w(x,s)}{\partial x} = \frac{1}{2} \left[ \frac{-MT_p(s) + nT_p(0)}{\sqrt{M + ns}} + a(\sqrt{M + ns}) + b \right] \exp(x\sqrt{M + ns}) + \frac{1}{2} \left\{ b - \left[ \frac{-MT_p(s) + nT_p(0)}{\sqrt{M + ns}} + a(\sqrt{M + ns}) \right] \right\} \exp(-x\sqrt{M + ns}) \quad (12)$$

Dla lewej części termopary  $x < 0$ , dla której:  $M = M_1$ ,  $n = n_1$ ,  $a = a_1$ ,  $b = b_1$  dla  $x = \infty$  z warunku (7) i wzoru (12) wnika, że musi zachodzić:

$$b_1 - \left[ \frac{-M_1 T_p(s) + n_1 T_p(0)}{\sqrt{M_1 + n_1 s}} + a_1 (\sqrt{M_1 + n_1 s}) \right] = 0 \quad (13)$$

Dla prawej części termopary  $x > 0$ , dla której:  $M = M_2$ ,  $n = n_2$ ,  $a = a_2$ ,  $b = b_2$  dla  $x = \infty$  z warunku (6) i wzoru (12) wnika, że musi zachodzić:

$$b_2 - \frac{-M_2 T_p(s) + n_2 T_p(0)}{\sqrt{M_2 + n_2 s}} + a_2 (\sqrt{M_2 + n_2 s}) = 0 \quad (14)$$

Z warunku (5) wzoru i wzoru (11)

$$T_{w0}(0,s) = a_1 = a_2 \quad (15)$$

Rozwiązanie układu równań (13) i (14) oraz (15) daje następujący wynik:

$$b_1 = \frac{-M_1 T_p(s) + n_1 T_p(0)}{\sqrt{M_1 + n_1 s}} + T_{w0}(0,s) (\sqrt{M_1 + n_1 s}) \quad (16)$$

$$b_2 = - \left[ \frac{-M_2 T_p(s) + n_2 T_p(0)}{\sqrt{M_2 + n_2 s}} + T_{w0}(0,s) (\sqrt{M_2 + n_2 s}) \right] \quad (17)$$

Warunek równości strumieni ciepła płynącego przez złącze ma postać:

$$\lambda_{D1} \frac{\partial T_w(0,t)}{\partial x} = \lambda_{D2} \frac{\partial T_w(0,t)}{\partial x} \quad (18)$$

Wykorzystanie wzorów (11), (16), (17) i (18) przy zerowym warunku początkowym w równaniu (18) po przekształceniach daje wynik:

$$\begin{aligned} \frac{T_{w0}(0,s)}{T_p(s)} = & \frac{\lambda_{D1} M_1}{\lambda_{D1}(M_1 + n_1 s) + \lambda_{D2} \sqrt{M_1 M_2 + (M_2 n_1 + M_1 n_2) s + n_1 n_2 s^2}} + \\ & + \frac{\lambda_{D2} M_2}{\lambda_{D1} \sqrt{M_1 M_2 + (M_2 n_1 + M_1 n_2) s + n_1 n_2 s^2} + \lambda_{D2} (M_2 + n_2 s)} \end{aligned} \quad (20)$$

Powyższy wzór ma postać uniemożliwiającą łatwe oszacowanie właściwości dynamicznych termopar. Po wykorzystaniu podstawień (2), (3) i wprowadzeniu oznaczeń

$$\omega_1 = \frac{4\lambda_m Nu}{d^2 \rho_1 c_{p1}} \quad \omega_2 = \frac{4\lambda_m Nu}{d^2 \rho_2 c_{p2}} \quad (21)$$

oraz zamiany przekształcenia Laplacea na przekształcenie Fouriera można go przedstawić w postaci (22).

$$\begin{aligned} T_r = \frac{T_{w0}(0, j\omega)}{T_p(j\omega)} = & \frac{\omega_1}{\omega_1 + j\omega + \sqrt{\frac{\omega_2 \lambda_{D2}}{\omega_1 \lambda_{D1}} [\omega_1 \omega_2 - \omega^2 + (\omega_1 + \omega_2) j\omega]}} + \\ & + \frac{\omega_2}{\omega_2 + j\omega + \sqrt{\frac{\omega_1 \lambda_{D1}}{\omega_2 \lambda_{D2}} [\omega_1 \omega_2 - \omega^2 + (\omega_1 + \omega_2) j\omega]}} \end{aligned} \quad (22)$$

Jak pokazują wzory (21) i (22) na szybkość działania termopar ma wpływ odbiór ciepła proporcjonalny do wyrażenia  $4\lambda_m Nu$  oraz iloczyny  $d^2 \rho c_p$ . Mniejsze znaczenie mają przewodności cieplne metali. Właściwości metali i ich stopów stosowanych na termopary zostały zebrane w tabeli (1).

Szybkość działania termopar szybko rośnie z odwrotnością kwadratu ich średnicy. Zwykle przewody stosowane na termopary mają średnice nie mniejsze niż 0.2 mm. Dostępne są bardzo cienkie przewody z metali o dużej plastyczności. Takimi metalami są: miedź, molibden, nikiel, platyna, ren i złoto. Bardzo cienkie (rzędu mikrometrów) przewody są również wykonywane ze stopów platyny i rodu. Dostępne są druty o grubości kilkudziesięciu mikrometrów z konstantanu.

Szybkości termopar można zwiększyć powiększając stosunek ich powierzchni do objętości. Procedura polega na wykonaniu złącza z dosyć grubych przewodów a następnie ich spłaszczenia przez kolejno powtarzane procesy kucia i wygrzewania [9].

Liczbę Nusselta dla cienkich drutów umieszczonych w powietrzu dobrze jest obliczać ze wzoru Collinsa-Williamsa [2] zweryfikowanego przez różnych badaczy, stanowiącego aproksymację wyniku pomiarów w powietrzu przy ciśnieniu atmosferycznym, dla  $238 < T_p < 298^\circ\text{C}$ ,  $1.41 < T_w/T_p < 2$ ,  $2070 < l/d < 8660$ ,  $0.25 < V < 42.7 \text{ m/s}$ ,  $0.001 < Kn < 0.03$ .

$$Nu_c = [A + B Re^n] \left[ \frac{T_m}{T_p} \right]^{-0.17} \quad (23)$$

gdzie:

$T_m$  – średnia wartość temperatury powietrza i drutu, K

$T_p$  – temperatura powietrza, K

której współczynniki są zawarte w tabeli (2).

Dla bardzo cienkich przewodów należy uwzględnić stosunek średnicy drutu do średniej odległości przebywanej przez cząsteczki gazu pomiędzy zderzeniami nazywanym liczbą Knudseną z zastosowaniem wzoru [2]:

$$Nu = \frac{Nu_c}{1 + 2KnNu_c} \quad (24)$$

Tab. 1. Termiczne właściwości metali stosowanych na termopary

Lp.	nazwa metalu lub stopu	napięcie względem platyny $\mu\text{V/K}$	gęstość $\rho$ $\text{kg/m}^3$	przewodność cieplna $\lambda$ $\text{W/kgK}$	ciepło właściwe $c_p$ $\text{J/kgK}$	temperatura topnienia $\text{K}$	wytrzymałość na rozrywanie $\text{MPa}$	$\rho c_p \cdot 10^6$ $\text{J/m}^3\text{K}$	źródło danych
1	miedź	–	8920	401	380	1357.6	–	3.39	[12]
		7.6	8900	389	381	1386	–	3.39	[5]
		–	8930	395	383	1356	–	3.42	[10]
2	molibden	14.5 [12]	0280	138	250	2896	–	2.57	[12]
3	nikiel	-14.8 <sup>[5]</sup>	8900	93	446	1728	–	3.97	[10]
4	platyna	–	21090	71.6	130	2041	–	2.74	[12]
		–	21500	70	130	–	350	2.80	[1]
		–	21450	70	133	–	–	2.85	[7]
		–	21400	74	134	–	–	2.87	[3]
		0.00	21400	79.4	134	2042	–	2.87	[5]
5	ren	–	21020	47.9	137	3459	–	2.88	[12]
6	wolfram	11.2 [5]	19250	174	130	3695	–	2.50	[12]
7	złoto	7.8 <sup>2</sup>	19300	317	128	1337	–	2.47	[12]
		–	19290	310.5	129	1366	–	2.49	[10]
8	żelazo	–	7874	80.2	440	1808	–	3.46	[12]
		–	7860	73.3	452	1803	–	3.55	[10]
		19.8	7800	75.3	461.0	1809	–	3.60	[5]
9	Ni 95% Al 2% Mn 2% Si 1%	–	8700	58.6	544	1673	–	4.73	[5]
10	alumel Ni 95% Mn 2% Al 2%	-12.9	8600	33.8	144.8	1673	–	1.25	[5]
11	Ni 85% Cr 12%	28.1	8550	12.5	418.7	1703	–	3.58	[5]
12	kantal P Ni 90% Cr 10%	28.1	8680	23.8	128.0	1703	–	1.11	[5]
13	kantal N Ni 98–97% Si 2–3%	–	8690	33.3	139.0	1683	–	1.21	[5]
14	konstantan Cu 55% Ni 45%	-35.1	8850	41.8	418.7	1543	–	3.71	[5]
15	chromel Ni 90% Cr 10%	28.1	8730	21.9	124.5	1703	–	1.09	[5]
16	Pt 90% Rh 10%	6.47	19900	40	150	–	700	2.99	[5]
17	Pt 80% Ir 20%	6.45	21600	17	130	–	1400	2.81	[5]

Dla małych prędkości, w porównaniu z prędkością dźwięku, liczbę Knudseną wyraża według [4] zależność:

$$Kn = \frac{M_a}{\text{Re}} \sqrt{\frac{\pi\kappa}{2}} = \frac{\eta}{pd} \sqrt{\frac{\pi R_i T_m}{2}} \quad (25)$$

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} \quad (26)$$

gdzie:

$c_p$  – ciepło właściwe gazu przy stałym ciśnieniu, J/kgK

$c_v$  – ciepło właściwe gazu przy stałej objętości, J/kgK

- $p$  – ciśnienie gazu, Pa  
 $R_i$  – indywidualna stała gazowa, J/kilomolK  
 $\eta$  – współczynnik lepkości dynamicznej gazu, Pas.

Tab. 2. Zestawienie parametrów do wzoru (23)

Lp.	1	2	3
1	współczynnik	$0.02 < Re < 44$	$44 < Re < 140$
2	$n$	0.45	0.51
3	$A$	0.24	0

Dla oceny właściwości dynamicznych złączy termoparowych przeliczono charakterystyki częstotliwościowe dla trzech termopar z drutów o grubości 50  $\mu\text{m}$ . Jedna z termopar składa się z drutu złotego i platynowego a druga z drutu chromelowego i konstantanowego natomiast trzecia z drutów z alumelu i kantalu P. Termopary platyna złoto są obecnie intensywnie badane gdyż mają doskonałe właściwości metrologiczne. Do obliczeń została wybrana ta termopara również ze względu na duże różnice w przewodnościach cieplnych obu metali. Dla drugiej termopary różnice przewodności są mniejsze a większe są różnice w pojemnościach cieplnych. Przewody trzeciej termopary wykazują najmniejsze różnice zarówno dla przewodności i pojemności cieplnej. Obliczenia przeprowadzono dla suchego powietrza o prędkości 10 m/s. Dane powietrza przyjęte do obliczeń zostały umieszczone w tabeli (3). A wyniki zostały zamieszczone w tabeli (4).

Tab. 3. Parametry powietrza przyjęte do obliczeń

Lp.	1	2	3	4
Parametr		Wartość	jednostka	Źródło informacji
1	temperatura	293.15	K	–
2	ciśnienie	101325	Pa	–
3	gęstość	1.2041	$\text{kg/m}^3$	–
4	indywidualna stała gazowa	287.056	J/kgK	[8]
5	przewodność cieplna	0.00259	W/Km	[10]
6	współczynnik lepkości dynamicznej	$18.1 \cdot 10^{-6}$	$\text{Ns/m}^2$	[10]

Charakterystyki częstotliwościowe termopar (transmitancje) można aproksymować modelem pierwszego rzędu opisanego poniższym równaniem:

$$T_r = \frac{T_{w0}(0, j\omega)}{T_p(j\omega)} = \frac{\omega_a}{\omega_a + j\omega} \quad (23)$$

gdzie:

$$\omega_a = 2\pi f_a$$

$f_a$  – częstotliwość graniczna, Hz.

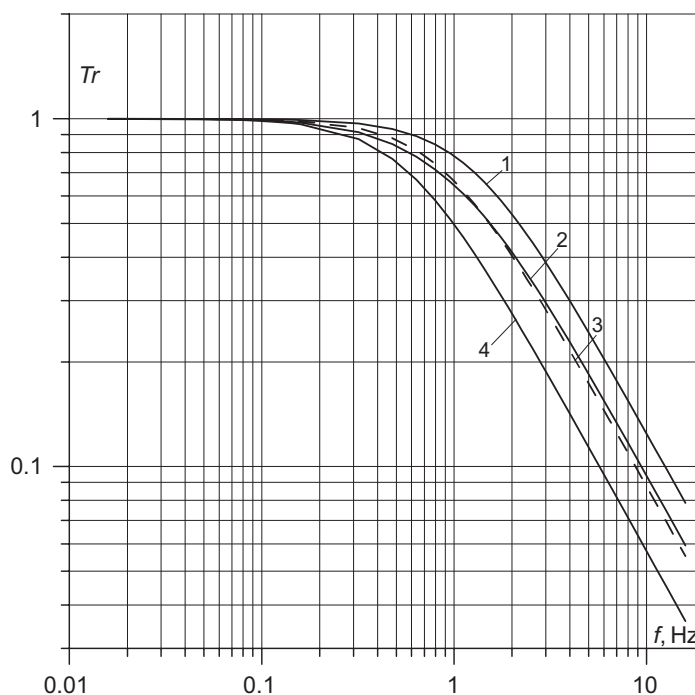
Moduł powyższego wyrażenia ma postać:

$$|T_r| = \left| \frac{T_{w0}(0, j\omega)}{T_p(j\omega)} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{\omega}{\omega_a} \right)^2}} \quad (24)$$

Tab. 4. Zestawienie danych do obliczeń i wyniki

Lp.	1 Parametr	2	3	4	5	6	7	8								
									Rodzaj przewodu							
									Jednostka	Złoto	Platyna	Chromel	Konstantan	Alumel	Kantal P	
1	średnica przewodu	μm	50													
2	prędkość powietrza	m/s	10													
3	liczba Reynoldsa	–	27.62													
4	liczba Knudsen	–	0.0013													
5	liczba Nusselta	–	2.243													
6	przewodność cieplna przewodów	W/Km	313.75	73	21.9	41.8	33.8	23.8								
7	iloczyn ciepła właściwego i gęstości	J/Km <sup>3</sup>	2.48E6	2.83E6	1.09E6	3.71E6	1.25E6	1.11E6								
8	częstotliwość graniczna pojedynczego przewodu	Hz	0.5965	0.5191	1.3572	0.3987	1.1835	1.3327								
9	średnia wartość częstotliwości granicznych obu przewodów termopary	Hz	0.5578		0.8757		1.2581									
10	częstotliwość graniczna termopary aproksymowanej modelem pierwszego rzędu z inercją	Hz	0.5719		0.8815		1.2525									
11	napięcie termopary na jeden Kelwin	μ/K	7.8		63.2		–41.0									

Charakterystyki częstotliwościowe wybranych termopar opisanych w tabeli (4) są pokazane na rysunku 1. Wykresy 2 i 3 pokazują termoparę chromel konstantan. Wykres narysowany linią ciągłą przedstawia pełny model według wzoru (22). Wykres narysowany linią przerywaną pokazuje model pierwszego rzędu opisanego wzorem (24). Przewody termopary chromel konstantan mają największe różnice pojemność cieplnych.



Rys. 1. Wykresy transmitancji (charakterystyk częstotliwościowej) wybranych termopar o średnicy 50 μm umieszczonych w suchym powietrzu, którego prędkość wynosi 10 m.s.

1. termopara alumel-kantal, według wzorów (22) i (24); 2. termopara chromel konstantan, według wzoru (22);
3. termopara chromel konstantan, według wzoru (24); 4. termopara złoto- platyna wzorów (22) i (24)

Wykresy 1 oraz 4 pokazują właściwości termopar złoto-platyna oraz alumel-kantal. Aproksymacja ich charakterystyk wzorem (24) jest tak dokładna, że różnice w skali tego rysunku są niewidoczne.

Porównanie wiersza 9-tego i wiersza 10-ego pozwala wysnuć wniosek, że częstotliwość graniczna według aproksymacji wzorem (24) we wszystkich przypadkach jest nieco większa od średniej wartości częstotliwości granicznych obu par przewodów.

## Wnioski

Z prostej analizy wykresów z rysunku (1) wynika możliwość stosowania dynamicznego modelu termopary w postaci członu inercyjnego pierwszego rzędu. Częstotliwość graniczna takiej termopary (jak to wynika z tabeli (4), wiersze 8 i 9) jest z dosyć dobrym przybliżeniem równa średniej wartości częstotliwości granicznych przewodów termopary.

Praca została wykonana w roku 2009 w ramach prac statutowych realizowanych w IMG PAN w Krakowie, finansowanych przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego.

## Literatura

1. Bruun H.H.: *Hot-wire anemometry, principles and signal analysis*, Oxford University Press, New York 1995.
2. Collis, D.C. Williams, M.J.: *Two-dimensional convection from heated wires at low Reynolds numbers*, J. Fluid Mech. 6, 357-384 1959.
3. Lipczyński J., Sokołowicz M., Olczak S., Rybka E.: *Tablice Matematyczne, Fizyczne i Astronomiczne*, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1984.
4. Lomas Ch.G.: *Fundamentals of hot wire anemometry*, Cambridge University Press.
5. Michalski Michalski L., Eckersdorf K.: *Pomiary temperatury*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1986.
6. Oleśkiewicz-Popiel C., Wojtkowiak J.: *Eksperymenty w wymianie ciepła*. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2007.
7. Strickert H.: *Hitzdrat- und Hitzfilmanemometrie*, VEB Verlag Technik Berlin 1974.
8. Raźniewicz K.: *Tablice Ciepłne z Wykresami*, Tłumaczenie z Raźniewicz, Toplinskie Tablice i Dijagramy, 1964 Technicka Kniga, Zgreb.
9. Rysz J. *Informacja prywatna*.
10. Wiśniewski S.: *Wymiana ciepła*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1979.
11. Wróblewski A.K., Zakrzewski J.A.: *Wstęp do fizyki*, T. 2, Wydawnictwo Naukowe PWN Warszawa 1991.
12. Wikipedia

## Dynamics of temperature measurements using a thermocouple

### Abstract

Thermocouples comprise two conductors differing in their density, thermal conductance and specific heat, which complicates the description of the contact temperature during fast-changing temperature measurements. The study investigates the model of heat transfer through conduits of infinite length. The transmittance (transmission function) is found between the temperature of the medium and thermocouple voltage. Transmittance is calculated for three different types of thermocouples (Fig 1). Thus obtained transmittance functions are approximated by inertial elements of the first order, which gives excellent results apart from the platinum-gold thermocouple in which the differences in thermal conductivity are most significant.

**Keywords:** temperature measurements, thermocouple