

Wyznaczanie współczynnika przejmowania ciepła metodą termooanemometryczną

PAWEŁ JAMRÓZ, JAN KIELBASA

Instytut Mechaniki Górotworu PAN, ul. Reymonta 27; 30-059 Kraków

Streszczenie

W niniejszym artykule przedstawiono prostą metodę wyznaczania współczynnika przejmowania ciepła dla cienkich włókien termorezystancyjnych. Metoda ta jest metodą eksperymentalną, niezależnie ona wyznaczenie współczynnika przejmowania ciepła od stosowanych dotąd formuł opierających się na stosowaniu zależności opisujących liczbę Nusselta w funkcji liczb kryterialnych. Z uwagi na to, że wartość współczynnika przejmowania ciepła może być wyznaczana na bieżąco, metoda ta może znaleźć zastosowanie w termooanemometrycznych pomiarach prędkości (walidacja tworzonych modeli) oraz temperatury (np. zastosowanie w metodach korekcji dynamicznej).

Słowa kluczowe: współczynnik przejmowania ciepła, termooanemometria

1. Wstęp

Termooanemometria jest metodą pomiaru prędkości przepływu polegająca na określaniu ilości ciepła odbieranego od czujnika w przepływie o określonych parametrach. Jej podstawy teoretyczne bazują na równaniu bilansu energetycznego włókna pomiarowego (1) będącego fundamentem do tworzenia modeli matematycznych złożonych systemów do pomiaru prędkości i temperatury przepływu. Weryfikacja tych modeli zakłada poprawne wyznaczenie współczynnika przejmowania ciepła h , występującego w tym równaniu. W najogólniejszy sposób jego wyznaczenie polega na zastosowaniu jednej z dostępnych zależności opisujących liczbę Nusselta, które tworzone są dla konkretnych przypadków pomiarowych i w danych warunkach. W praktyce jednak niemożliwym jest przeprowadzenie pomiarów, w identycznych warunkach i dokonanie dokładnej weryfikacji tworzonych modeli. Powstaje też problem, która zależność będzie najodpowiedniejsza w przypadku danego zagadnienia metrologicznego.

Kolejnym zagadnieniem wymagającym jak najdokładniejszej znajomości wartości współczynnika wymiany ciepła są pomiary temperatury w warunkach niestacjonarnych tj. pomiarach zmieniającej się temperatury medium przy jednoczesnych zmianach jego prędkości przepływu [1,2,3]. W takich przypadkach stosuje się metody korekcji dynamicznej, które znacząco skracają czas estymowania wartości temperatury i pozwalają na pomiary w szerszych granicach częstotliwości zmian mierzonych parametrów przepływów. Stosowane metody korekcji dynamicznej w takich przypadkach również bazują na wykorzystywaniu formuł opisujących liczbę Nusselta, które pozwalają na wyznaczenie wartości współczynnika przejmowania ciepła odpowiadającego za dynamikę procesu pomiarowego. Ważnym zagadnieniem wydaje się być zatem opracowanie metody wyznaczania współczynnika przejmowania ciepła w termooanemometrycznych metodach pomiarowych, która pozwoliłaby na weryfikację opracowywanych modeli w konkretnych warunkach pomiarowych oraz uniezależniłaby procesy pomiarowo-korekcyjne od przyjmowanych formuł opisujących liczbę Nu .

2. Metody wyznaczania współczynnika przejmowania ciepła w zastosowaniach termoanemometrycznych

Fizykalne podstawy termoanemometrii opisuje równanie bilansu energetycznego włókna

$$I_w^2 R_w = Ah(T_w - T_0) \quad (1)$$

gdzie:

- I_w – natężenie prądu płynącego przez włókno,
- R_w – rezystancja nagrzanego włókna,
- A – powierzchnia wymiany ciepła czujnika,
- h – współczynnik przejmowania ciepła,
- T_w – temperatura włókna,
- T_0 – temperatura medium.

W równaniu (1) oprócz parametrów podlegających pomiarom takim jak prąd, rezystancja, temperatura oraz wymiary włókna występuje współczynnik przejmowania ciepła h . Jego wartość określana jest na podstawie zależności (2)

$$h = \frac{Nu\lambda}{d} \quad (2)$$

Równanie to wiąże wartość współczynnika przejmowania ciepła z wymiarem charakterystycznym włókna d , współczynnikiem przewodnictwa cieplnego medium λ oraz liczbą Nusselta – Nu . W literaturze można spotkać wiele zależności, które dla danych przedziałów stosowności z większą lub mniejszą dokładnością przybliżają wartość liczby Nusselta w szczególnych przypadkach jej stosowania (przedziałów stosowności liczb kryterialnych, warunków opływów). Dla włókien termoanemometrycznych literatura przedmiotu podaje różne zależności dla wyrażenia wartości tej liczby. Najbardziej popularne zebrano w tabeli 1

Tab. 1. Zależności na liczbę Nusselta stosowane w termoanemometrii

Autor równania	Przedział stosowności	Postać wzoru
King [4]	$0.055 < Re < 55$	$Nu = 0.318 + 0.69 \cdot Re^{0.5}$
Kramers [5]	$0.01 < Re < 10^4$	$Nu = 0.42 \cdot Pr^{0.2} + 0.57 \cdot Pr^{0.33} \cdot Re^{0.5}$
McAdam [6]	$0.1 < Re < 10^3$	$Nu = 0.32 + 0.43 \cdot Re^{0.52}$
Andrews, Bradley, Hundy [7]	$0.02 < Re < 20$	$Nu = 0.34 + 0.56 \cdot Re^{0.45}$
Van der Hegge Zijnen [8]	$0.1 < Re < 10^5$	$Nu = 0.35 + 0.25 \cdot Re^{0.5} + 0.001 \cdot Re$

Liczba Nusselta występuje w funkcji liczb kryterialnych Reynoldsa oraz Prandtla oznaczonych odpowiednio Re , Pr . Wyrażenia opisujące zależności na wspomniane liczby kryterialne opisano zgodnie ze wzorami (3) i (4).

$$Re = \frac{\rho_a \cdot v \cdot d}{\mu_a} \quad (3)$$

$$Pr = \frac{c_a \cdot \mu_a}{\lambda_a} \quad (4)$$

- ρ_a – gęstość medium opływającego czujnik,
- μ_a – lepkość dynamiczna medium opływającego czujnik,
- d – wymiar charakterystyczny czujnika (średnica dla walca)
- v – prędkość przepływającego medium,
- c_a – ciepło właściwe medium,
- λ_a – współczynnik przewodzenia ciepła medium (przewodność cieplna).

Liczba Nu wyznaczana jest przy pomocy liczb kryterialnych których wartości określone są empirycznie dla konkretnych przypadków opływów w danych warunkach pomiarowych. Tak wyznaczone wartości współczynnika przejmowania ciepła używane są między innymi w modelowaniu czujników oraz systemów termoanemometrycznych. Wykorzystywane są one również w algorytmach korekcji dynamicznej pomiarów zmiennej temperatury w warunkach niestacjonarnych przepływów. W zagadnieniach tych pojawia się problem wyboru odpowiedniej formuły na podstawie której można określić wartość liczby Nu , a w konsekwencji współczynnika przejmowania ciepła zgodnie z (2), wykorzystywanego do wyznaczania korygowanej stałej czasowej czujnika.

3. Metoda wyznaczania współczynnika przejmowania ciepła

Proponowana metoda wyznaczania współczynnika przejmowania ciepła wywodzi się wprost z równania bilansu energetycznego grzanego włókna pomiarowego (1). Po uwzględnieniu w równaniu tym funkcji opisującej zależność rezystancji włókna od temperatury (5), i wyeliminowaniu różnicy temperatur z obu równań otrzymujemy zależność ilorazu rezystancji włókna w temperaturze medium do rezystancji włókna nagrzanego w funkcji kwadratu prądu przepływającego przez to włókno (7).

$$R_w = R_0[1 + \alpha(T_w - T_0)] \quad (5)$$

gdzie:

R_0 – rezystancja włókna w temperaturze medium,

α – współczynnik temperaturowy rezystancji (zależny od materiału czujnika)

$$\frac{\alpha I_w^2 R_0}{Ah} = \frac{(R_w - R_0)}{R_w} = 1 - \frac{R_0}{R_w} \quad (6)$$

$$\frac{R_0}{R_w} = 1 - \frac{\alpha R_0}{Ah} I_w^2 \quad (7)$$

Stosunek wartości rezystancji R_0 do R_w odpowiada wyrażeniu na odwrotność współczynnika nagrzania włókna termoanemometrycznego oznaczanego N . Po uwzględnieniu tej zależności ostatecznie otrzymujemy

$$\frac{1}{N} = 1 - \frac{\alpha R_0}{Ah} I_w^2 \quad (8)$$

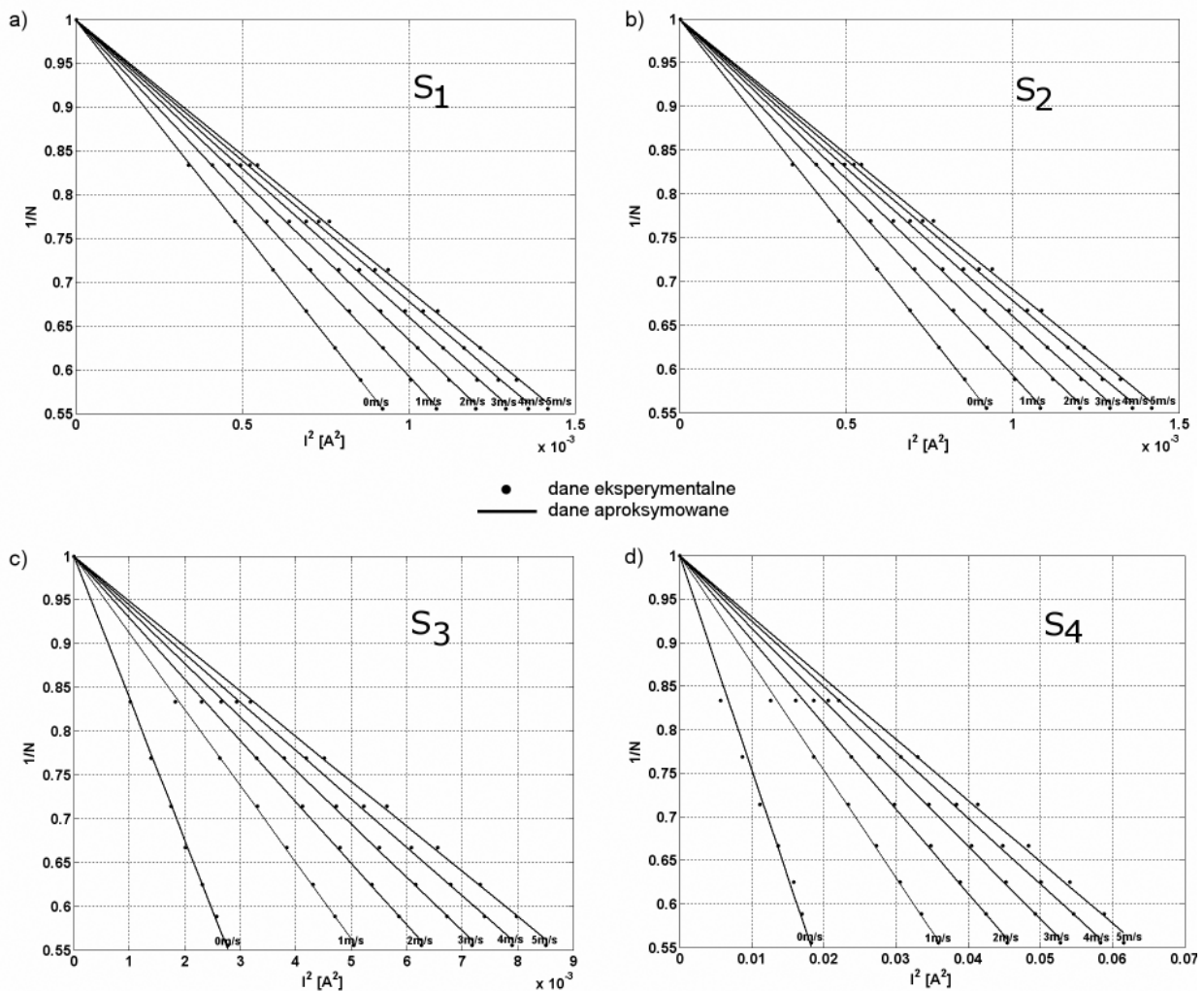
Wzór ten przedstawia wartość odwrotności współczynnika nagrzania włókna termoanemometrycznego w funkcji kwadratu prądu przepływającego przez włókno. Przy założeniu stałości parametru $\frac{\alpha R_0}{Ah}$, zależność odwrotności współczynnika nagrzania od kwadratu prądu płynącego przez włókno (8) można opisać funkcją liniową. Eksperymentalne wyznaczenie takiego przebiegu i jego liniowa aproksymacja prowadzi do wyznaczenia współczynnika przejmowania ciepła, który znajduje się w współczynniku kierunkowym prostej. Jedynym warunkiem jest znajomość parametrów α , R_0 oraz A . W pomiarach termoanemometrycznych jako stałe parametry można przyjąć wartości współczynnika α określonego dla zastosowanego materiału włókna oraz wymiar powierzchni A . Stała pozostaje również wartość rezystancji zmierzona w temperaturze przepływającego medium. Jedynym parametrem który może wpływać na zmienność wartości współczynnika kierunkowego prostej jest współczynnik przejmowania ciepła. Jego wartość będzie zależała od warunków odbierania ciepła od czujnika, a zatem od prędkości medium opływającego czujnik. Wpływ na wartość współczynnika h mogą wywierać również zmiany wartości temperatury czujnika, rodzaj przepływającego medium, w którym umieszczone jest włókno pomiarowe oraz ciśnienie. W celu weryfikacji takich założeń przebadano różne włókna termoanemometryczne. Ich wyniki przedstawia szczegółowa analiza czterech czujników termoanemometrycznych oznaczonych literami S z indeksami od 1 do 4. Dwa pierwsze czujniki wykonane były z wolframu, pozostałe dwa były to czujniki niklowe. Parametry czujników wykorzystywane w badaniach opisano w tabeli 2.

Tab. 2. Parametry badanych czujników

	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄
Materiał	wolfram	wolfram	nikiel	nikiel
d [m]	$3 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-6}$	$10 \cdot 10^{-6}$	$25 \cdot 10^{-6}$
l [m]	$1 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$10 \cdot 10^{-3}$	$20 \cdot 10^{-3}$
α [1/K]	0.0036	0.0036	0.0064	0.0064
R_0 [Ω]	5.8	5.49	9.07	3.28
T_0 [K]	294.65	294,35	294,85	294,85

W eksperymentach wykorzystano stanowisko do badań termooanemometrycznych [9] składające się z tunelu aerodynamicznego oraz stałotemperaturowego termooanemometrycznego systemu pomiarowego (CTA) umożliwiającego zadawanie współczynników nagrzania o różnych wartościach. Eksperyment polegał na umieszczeniu w tunelu aerodynamicznym czujników rezystancyjnych wykonanych z różnych materiałów (wolfram, nikiel) podłączonych do termooanemometrycznego systemu pomiarowego. Następnie dla różnych wartości współczynnika nagrzania mierzono prąd przepływający przez czujnik. Procedurę tą przeprowadzano dla różnych prędkości przepływu. Wyniki tak opisanego eksperymentu dla badanych włókien S₁ do S₄ przedstawiono na rysunku 1.

Eksperyment wykazał, że niezależnie od rodzaju badanych włókien, ich średnicy, czy długości przy zachowaniu stałej prędkości przyprływającego powietrza uzyskane charakterystyki cienkich włókien termooanemometrycznych zgodnie z zależnością (8) można z dużą dokładnością poddać procedurze regresji liniowej. W celu określenia wartości powstałego błędu przy zastosowaniu takiej procedury wyznaczono



Rys. 1. Zależność odwrotności współczynnika nagrzania od kwadratu prądu zasilającego czujnik

maksymalną wartość błędu nieliniowości ΔI dla każdej z prędkości analizowanych przykładów zgodnie z zależnością (9).

$$\Delta I = \max \left| \frac{\frac{1}{N_i} - \frac{1}{N_{a_i}}}{\max\left(\frac{1}{N_i}\right) - \min\left(\frac{1}{N_i}\right)} \right| \cdot 100\% \quad (9)$$

gdzie:

- N – zadany współczynnik nagrzania,
- N_a – współczynnik nagrzania wyznaczony poprzez aproksymację w punktach odpowiadających zmierzonym wartościom prądu przy zadanym współczynniku nagrzania,
- i – indeks kolejnych wartości zmierzonych natężeń prądu dla danej prędkości.

Wartości wyznaczonego błędu nieliniowości dla opisywanych przypadków zebrano w tabeli 3

Tab. 3. Wyniki błędu nieliniowości dla badanych czujników S₁ do S₄ wyrażone w %

v [m/s]		0	1	2	3	4	5
ΔI [%]	S ₁	0.67	0.68	1.09	1.25	1.37	1.38
	S ₂	2.32	0.96	0.82	0.60	0.46	0.46
	S ₃	1.56	1.44	1.09	1.23	1.37	1.49
	S ₄	5.8	2.54	2.43	2.6	2.59	2.69

Uzyskane wartości błędu nieliniowości dla przedstawianych przypadków oraz szeregu innych badanych włókien wykazują powstawanie największych błędów (do 5.8%) dla czujnika o najmniejszej wartości rezystancji S₄. Dla reszty badanych czujników błędy te oscylują w granicach od 0.4 do 2.5%. Odbieganie od liniowej charakterystyki przy stałych prędkościach przepływu spowodowane może być wpływem zmieniającej się temperatury czujnika spowodowanej jego nagrzewaniem wraz z zmieniającą się wartością współczynnika nagrzania. Dla niskich wartości współczynnika nagrzania wyraźnie widoczny jest również wpływ napięcia offsetu stosowanego w zastosowanym termoanemometrze. Zależność (8) w określonych granicach dla stałych prędkości przepływu można uznać za liniową.

Przyjmując zależność liniową pomiędzy odwrotnością współczynnika nagrzania, a kwadratem prądu płynącego przez włókno, do wyznaczenia wartości parametru $\frac{\alpha R_0}{Ah}$ wystarczą dwa punkty pomiarowe, przy dwu różnych wartościach współczynnika nagrzania. Aby móc jednoznacznie określić wartość współczynnika przejmowania ciepła konieczne stają się zatem dwa pomiary z użyciem różnych współczynników nagrzania włókna. Istotnym jest, aby oba pomiary zostały wykonane w tej samej temperaturze medium.

Opisywana termoanemometryczna metoda uniezależnia sposób wyznaczania współczynnika przejmowania ciepła poprzez stosowanie różnych formuł opisujących liczbę Nusselta w funkcji liczb kryterialnych i w odróżnieniu od nich odnosi się do rzeczywistego badanego czujnika pracującego w określonych warunkach pomiarowych. Metoda ta może posłużyć w weryfikacji modeli czujników używanych w pomiarach temperatury z użyciem metod korekcji dynamicznych.

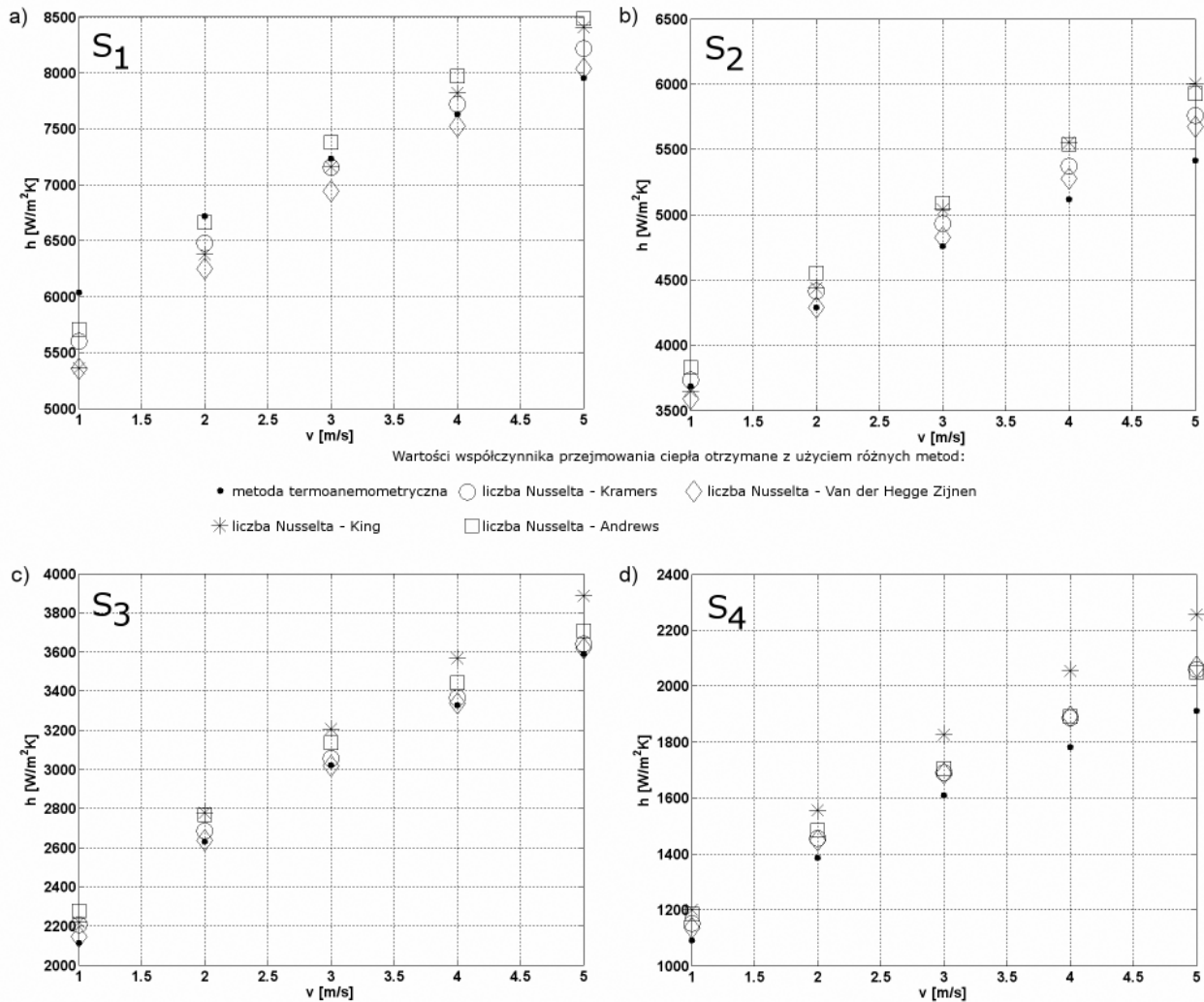
4. Weryfikacja

W celu weryfikacji metody przebadano różne włókna (tabela 2), dla których wyznaczono wartości współczynnika przejmowania ciepła metodą tradycyjną z użyciem zależności (2), wykorzystując najpopularniejsze formuły opisujące liczbę Nusselta stosowane w zagadnieniach opływu włókna przez powietrze. W obliczeniach tych uwzględniono parametry przepływu zasymulowanego jako przepływ powietrza, opisane w tabeli 4.

Tak wyznaczone wartości teoretyczne porównano z wartościami współczynnika przejmowania ciepła wyznaczonymi eksperymentalnie z użyciem metody termoanemometrycznej. Porównanie przedstawiono na rysunku 2.

Tab. 4. Parametry zasymulowanego przepływu

ρ_a	1.29	[kg/m ³]
λ_a	0.0273	[W/mK]
μ_a	$17.08 \cdot 10^{-6}$	[kg/ms]
c_a	1005	[J/kgK]
v	0, 1, 2, 3, 4, 5	[m/s]



Rys. 2. Porównanie wartości współczynnika przejmowania ciepła wyznaczonych z użyciem różnych metod

Otrzymane rezultaty wykazały rozbieżności w wynikach otrzymywanych za pomocą różnych metod (formuł). Opisywana termooanemometryczna metoda wyznaczania współczynnika przejmowania ciepła daje zbliżone wyniki do metod bazujących na półempirycznych zależnościach dla liczby Nusselta. Również kształt linii trendu wyznaczany na podstawie danych eksperymentalnych odpowiada kształtom linii trendów uzyskiwanym przy stosowaniu metod klasycznych.

Nieznajomość wartości rzeczywistej parametru h nie pozwala dla żadnej z metod podać jego niepewności wyznaczenia. W celu pokazania różnicy w uzyskiwanych wynikach otrzymanych za pośrednictwem kolejnych metod, wyznaczono wartości kryterium odległości między poszczególnymi rezultatami na wartość współczynnika przejmowania ciepła. Jako miarę odległości przyjęto średnią bezwzględną wartość różnicy między wartościami h uzyskanymi z zastosowaniem poszczególnych metod. Wartość średnia odnosi się do realizacji po kolejnych prędkościach przepływu. Wyniki z nałożonego kryterium przedstawiono w tabelach 5,6,7,8

Tab. 5. Wyniki kryterium odległości między poszczególnymi metodami dla czujnika S_1 wyrażone w W/m^2K

S_1	Termooanemometryczna	King	Kramers	Andrews	Zijnen
HWA	x	347.62	223.50	280.18	326.50
King	347.62	x	128.18	214.34	203.68
Kramers	223.50	128.18	x	205.24	212.78
Andrews	280.18	214.34	205.24	x	418.02
Zijnen	326.50	203.68	212.78	418.02	x

Tab. 6. Wyniki kryterium odległości między poszczególnymi metodami dla czujnika S_2 wyrażone w W/m^2K

S_2	Termooanemometryczna	King	Kramers	Andrews	Zijnen
HWA	x	300.69	188.56	334.52	116.25
King	300.69	x	130.09	88.41	207.22
Kramers	188.56	130.09	x	145.96	111.34
Andrews	334.52	88.41	145.96	X	257.30
Zijnen	116.25	207.22	111.34	257.30	x

Tab. 7. Wyniki kryterium odległości między poszczególnymi metodami dla czujnika S_3 wyrażone w W/m^2K

S_3	Termooanemometryczna	King	Kramers	Andrews	Zijnen
HWA	x	194.57	53.52	129.70	15.47
King	194.57	x	141.05	87.86	180.90
Kramers	53.52	141.05	x	76.18	39.85
Andrews	129.70	87.86	76.18	X	116.03
Zijnen	15.47	180.90	39.85	116.03	x

Tab. 8. Wyniki kryterium odległości między poszczególnymi metodami dla czujnika S_4 wyrażone w W/m^2K

S_4	Termooanemometryczna	King	Kramers	Andrews	Zijnen
HWA	x	223.11	92.80	107.56	90.67
King	223.11	x	130.32	115.55	132.45
Kramers	92.80	130.32	x	18.07	8.69
Andrews	107.56	115.55	18.07	x	24.95
Zijnen	90.67	132.45	8.69	24.95	x

Wartości kryterium odległości pomiędzy kolejnymi metodami wyznaczania wartości współczynnika przejmowania ciepła pokazują, że omawiane formuły nie mogą być stosowane zamiennie. Uzyskiwane dzięki nim wyniki w granicznych przypadkach mogą różnić się nawet o 15%. Nowa, termooanemometryczna metoda nie osiąga idealnej zbieżności z żadną z analizowanych metod klasycznych. Uzyskane dzięki niej wartości najbardziej zbliżone są do wartości uzyskiwanych przy zastosowaniu formuły Kramersa opisującej liczbę Nusselta. Wyznaczone wartości kryterium odległości pomiędzy poszczególnymi metodami z uwzględnieniem metody termooanemometrycznej nie odbiegają od wartości tego samego kryterium uzyskanymi przy zastosowaniu metod z wykorzystaniem formuł opisujących liczbę Nusselta.

5. Podsumowanie

Przedstawiona termooanemometryczna metoda wyznaczania współczynnika przejmowania ciepła jest prostą eksperymentalną metodą, która może być wykorzystana w pomiarach temperatury i prędkości przepływu metodami termorezystancyjnymi. Nieznajomość rzeczywistych wartości współczynnika h oraz niemożliwość arbitralnego wyznaczenia jego wartości w dowolnych warunkach pomiarowych powoduje brak możliwości weryfikacji metody w odniesieniu do wartości rzeczywistej współczynnika przejmowania ciepła. Dotychczasowe badania metody termooanemometrycznej i uzyskane wyniki nie odbiegają od wyników uzyskiwanych metodami klasycznymi, co potwierdza jej możliwości aplikacyjne.

6. Literatura

- [1] Nabielec J.: *A „Blind” Correction of dynamic error of a nonstationary first order transducer for the periodic case – Simulation Investigation*. Proc. XVIII IMEKO Congress Metrology for Suitable Development, Sept., 17-22, 2006, Rio de Janeiro, Brazil.
- [2] Olczyk A., 2008: *Problems of unsteady temperature measurements on a pulsating flow of gas* Meas. Sci. Technol. 19.
- [3] Jamróz P., Nabielec J.: *Porównanie modelu dynamiki czujników temperatury wykorzystywanych przez metodę korekcji „w ciemno” eksperymentalnymi modelami czujników pomiarowych dla sygnałów okresowych*. KM2007
- [4] King L.V., *On the convection of heat from small cylinders in a stream of fluid: determination of the convection constants of small platinum wires with applications to hot wire anemometry*, Philos. Trans. Roy. Soc. A 214 (1914), pp. 373-432.
- [5] Kramers H., 1946: *Heat transfer from spheres to flowing media*. Physic, 12, 61-80.
- [6] McAdam W.H., 1954: *Heat Transmission*, McGraw-Hill Book Company Inc.
- [7] Van der Hegge Zijnen, *Modified correlation formulae for heat transfer by natural and forced convection from horizontal cylinders*, Appl. Sci. Res. A, vol. 6, no. 2-3, pp. 129-140, 1956.
- [8] Andrews G.E., Bradley D., Hundy G.F.: *Hot wire anemometer calibration for measurements of small gas velocities*. Int. J. Heat Mass. Trans., 1972;15: 1765-86.
- [9] Jamróz P. Ligęza P.: *Stanowisko do badań charakterystyk kierunkowych czujników przepływu w zakresie małych prędkości*, Materiały IX Konferencji Naukowej Czujniki Optoelektroniczne i Elektroniczne COE 2006.

Determination of heat transfer coefficient with the use of hot-wire method

Abstract

This paper presents a simple method of determination of heat transfer coefficient for thin thermoresistance fibres. This method is an experimental one, it makes determination of heat transfer coefficient independent of formulas used so far that are based on the use of dependences describing the Nusselt number in the function of criterial numbers. Due to the fact that the value of heat transfer coefficient can be determined on the current basis, this method can be used in thermoanemometric measurements of flow rate (validation of created models) and temperature (e.g. application in methods of dynamic adjustment).

Keywords: heat transfer coefficient, hot-wire anemometry