

System wzorcowego pomiaru prędkości z zastosowaniem algorytmu analizy wymuszeń złożonych

ANDRZEJ RACHALSKI

Instytut Mechaniki Górotworu PAN, ul. Reymonta 27; 30-059 Kraków

Streszczenie

W pomiarach prędkości przepływu gazu metodą fal cieplnych zastosowano falę o przebiegu złożonym. Opracowano nowy algorytm wyznaczania prędkości przepływu wykorzystujący analizę widmową sygnału z detektorów. W porównaniu stosowanych wcześniej metod opartych o zjawisko fal cieplnych, nowa metoda charakteryzuje się krótszym czasem pomiaru i większą dokładnością. Istotną jej zaletą jest możliwość jej stosowania również w zakresie gdzie prędkość fali cieplnej różni się istotnie od prędkości przepływu gazu; dla powietrza jest to zakres poniżej 30 cm/s.

Słowa kluczowe: pomiar prędkości przepływu, termoanemometria, fale cieplne

1. Wstęp

Idea pomiaru prędkości przepływu gazu metodą fal cieplnych polega na pomiarze różnicy faz rozchodzącej się w płynącym gazie fali cieplnej, jaka występuje w dwóch punktach przestrzeni. Metoda fal cieplnych charakteryzuje się dużą dokładnością, niewrażliwością na zmiany parametrów płynącego gazu. Przy spełnieniu określonych warunków metoda nie wymaga wzorcowania czujników, tak więc może być traktowana jako metoda absolutna. W prowadzonych w ostatnich latach badaniach opracowano wariant metody oparty na pomiarze prędkości na podstawie liniowej zależności pomiędzy przesunięciem fazy fali a jej częstotliwością [1,2], zastosowano nierównoległą konfigurację detektor-nadajnik [3,4] oraz analizowano możliwość pomiaru wektora prędkości metodą fal cieplnych [5]. W dotychczasowych pracach stosowano fale cieplne o wymuszeniu sinusoidalnym. W przypadku wariantu metody ze zmienną częstotliwością wymagało to wykonania kilku następujących po sobie pomiarów dla fal o różnych częstotliwościach, co prowadziło do wydłużenia czasu pomiaru. Niedogodność tę można usunąć przez zastosowanie w pomiarach wymuszenia fali złożonej (niesinusoidalnej). Idea pomiaru polega na analizie widma częstotliwościowego sygnałów z detektorów fali i wyznaczeniu przesunięć fazy dla poszczególnych składowych fali, a następnie na tej podstawie prędkości przepływu gazu. Zastosowanie fali złożonej pozwala skrócić czas pomiaru, oraz rozszerzyć zakres pomiarowy metody w kierunku mniejszych prędkości przepływu, gdzie liniowa zależność przesunięcia fazowego od częstotliwości nie jest spełniona, czyli prędkość gazu różni się od prędkości fali temperaturowej.

2. Opis metody

Do opisu zjawiska propagacji fali cieplnej w płynącym gazie zastosować można równanie bilansu ciepła:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \kappa \Delta \theta - U_G \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{Q}{\rho c} \quad (1)$$

gdzie U_G jest prędkością gazu opływającego źródło, θ – zredukowana temperatura gazu jest stosunkiem temperatury T fali cieplnej do temperatury „zimnego” gazu T_∞ : $\theta = \frac{T}{T_\infty}$, c – ciepło właściwe gazu, κ – przewodnictwo temperaturowe gazu, ρ – gęstość gazu, Q – intensywność źródła fali cieplnej. Szczegółowe założenia, jakie poczyniono przy wyprowadzaniu powyższego równania oraz warunki, w jakich można stosować powyższe równanie zostały przedyskutowane we wcześniejszych pracach poświęconych pomiarom prędkości przepływu za pomocą metody fal cieplnych [6,7,8].

Rozwiązując równanie (1), Kiełbasa [6] otrzymał wyrażenie na rozkład temperatury wokół nieskończonego źródła liniowego o intensywności opisanej zależnością $q = q_0 \exp(-i\omega t) \delta(x-0) \delta(y-0)$, (ω oznacza częstość fali), umieszczonego prostopadłe względem wektora prędkości przepływu:

$$\theta(x, y, t) = \frac{Q_0}{2\pi\kappa\rho c} \exp\left(\frac{U_G x}{2\kappa} - i\omega t\right) \sqrt{\frac{\pi\kappa}{r\sqrt{U_G^2 + i4\kappa\omega}}} \exp\left(-\frac{r}{2\kappa} \sqrt{U_G^2 + i4\kappa\omega}\right) \quad (2)$$

Z powyższego równania otrzymujemy wyrażenie na amplitudę fali:

$$\Theta(x, r, \omega, \kappa, U_G) = \frac{Q_0}{2\pi\kappa\rho c} \sqrt{\frac{\pi}{U_G r}} \left[1 + \frac{16\kappa^2\omega^2}{U_G^4}\right]^{-\frac{1}{8}} \exp\left[\frac{U_G}{2\kappa} \left(x - r \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{16\kappa^2\omega^2}{U_G^4}}\right)}\right)\right] \quad (3)$$

oraz na przesunięcie fazy, jakie występuje na drodze Δr :

$$\Delta\phi(r, \omega, \kappa, U) = \frac{U_G \Delta r}{2\kappa} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{16\kappa^2\omega^2}{U_G^4}} - 1\right)} = \frac{U_G \Delta r}{2\kappa} \sqrt{\frac{1}{2} (\sqrt{1 + P^2} - 1)} \quad (4)$$

gdzie

$$P = \frac{4\kappa\omega}{U_G^2} \quad (5)$$

Gdy $P = \frac{4\kappa\omega}{U_G^2} \ll 1$, uwzględniając dwa pierwsze wyrazy rozwinięcia wewnętrznego pierwiastka otrzymujemy:

$$\Delta\phi = \frac{\omega\Delta r}{U_G} \quad (6)$$

czyli elementarny związek łączący przesunięcie fazy, częstość, odległość i prędkość fazową fali. Oczywiście dla fali temperaturowej mamy:

$$\Delta\phi = \frac{\omega\Delta r}{U_T} \quad (7)$$

Oznacza to, że zachodzi $U_G = U_T$. Jeżeli dokonujemy pomiaru za pomocą fali o jednej częstotliwości, to a priori nie jesteśmy w stanie określić czy warunek małej wartości P jest spełniony, a więc określić dokładności pomiaru. Jest to jeden z powodów, dla których do pomiaru stosowano kolejno zadawane fale o różnych częstotliwościach. Kolejnym powodem jest fakt, że fazę można wyznaczyć tylko z dokładnością do wyrazu 2π ; w sytuacji, gdy długość fali jest mniejsza od odległości między detektorami zmierzone przesunięcie fazy będzie mniejsze od rzeczywistego o wielokrotność 2π . Po trzecie, jak można stwierdzić z analizy wyrażenia (3) amplituda fali maleje z częstotliwością, i dla danej częstotliwości fali i prędkości gazu amplituda sygnału z detektorów może być zbyt mała. Jednak zadawanie kolejnych fal wydłuża czas pomiaru, co sprawia, że parametry mierzonego przepływu takie jak prędkość, temperatura czy skład gazu powinny być stałe, lub podlegać powolnym zmianom. Dlatego też w przedstawianych badaniach postanowiono zastosować falę ze złożonym sygnałem źródła.

Ponieważ operatory w równaniu (1) są liniowe ze względu na θ , to gdy umieścimy w jednym punkcie kilka źródeł fali, to opisuje ono poprawnie propagację fali pochodzącej również od poszczególnych źródeł.

Inaczej mówiąc zachodzi zjawisko superpozycji fal, to znaczy każda składowa rozchodzi się niezależnie, a temperatura w każdym punkcie jest równa sumie rozwiązań pochodzących od poszczególnych źródeł. Założenie to jest spełnione gdyż maksymalna temperatura źródła wynosi ok. 600°C. Z równania (1) dostajemy:

$$\sum \frac{\partial \theta_i}{\partial t} = \kappa \Delta \sum \theta_i - U_G \frac{\partial}{\partial x} \sum \theta_i + \frac{1}{\rho c} \sum q_i \quad (9)$$

gdzie θ_i jest wkładem do temperatury pochodzącym od źródła q_i . Na nadajniku fali zastosujemy sygnał złożony z fal sinusoidalnych w postaci:

$$Q(t) = \sum_i a_i \sin(\omega_i t - \varphi_i) \quad (10)$$

gdzie ω_i oznacza częstotliwość, a_i amplitudę, φ_i fazę początkową i -tej fali. Sygnał na detektorach będzie również sumą fal harmonicznymi o częstotliwościach, (oczywiście amplitudy będą inne), pojawić się mogą też inne składowe. Po rozłożeniu sygnałów na detektorach na składowe harmoniczne, wyznaczamy różnicę faz, jaka występuje pomiędzy odpowiednimi harmonicznymi na pierwszym i drugim detektorze.

Ponieważ moc źródła jest ograniczona, należy dążyć do tego, by udział harmonicznymi, które będą dawały się zmierzyć był możliwie największy. Dlatego też zastosowano sygnał w postaci sumy fal sinusoidalnych. Na przykład zastosowanie sygnałów prostokątnego lub piłokształtnego jest z tego punktu widzenia niekorzystne, gdyż zawierają one składowe harmoniczne o malejącej wraz z częstotliwością amplitudzie, co w połączeniu z ze wzrostem tłumienia fali dla większych częstotliwości sprawia, że tylko kilka początkowych składowych można użyć do pomiaru. Wprowadzenie fazy własnej składowych sygnału jest z kolei podyktowane ograniczeniem wypadkowej amplitudy sygnału przez maksymalny współczynnik nagrzania włókna. Odpowiedni dobór fazy pozwala ją zmniejszyć, co umożliwia zastosowanie większej ilości składowych lub zwiększenie ich amplitudy przy niezmiętej amplitudzie sygnału wypadkowego.

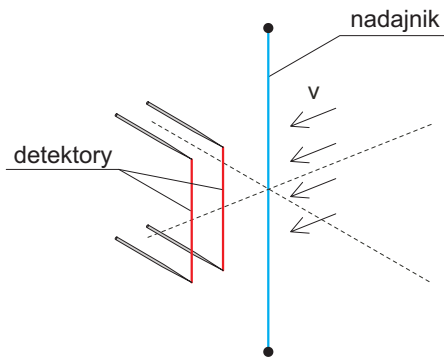
2. Badania eksperymentalne

Badania przeprowadzono na stanowisku pomiarowym, którego szczegółowy opis zamieszczono w pracy [8]. Składa się ono ze sterowanego komputerowo tunelu aerodynamicznego wyposażonego w sterowany stolik do pozycjonowania sond w przepływie oraz komputerowego układu akwizycji i przetwarzania danych. Do wytwarzania fal ciepłych używano sterowanego cyfrowo anemometru, który umożliwia zadawanie współczynnika nagrzania nadajnika zgodnie z założonym w czasie przebiegiem. Badania przeprowadzono dla prędkości przepływu powietrza w zakresie od 0,10 do 3,5 m/s. Jako nadajnika użyto włókna z wolframu o średnicy 8 μm i długości 7 mm. Włókna detektorów wykonane z wolframu miały długość 3 mm i średnicę 5 μm . Zastosowano równoległy układ nadajnik-detektor przedstawiony na rys. 1. Nadajnik i detektory fali były umieszczone pionowo w płaszczyźnie prostopadłej do osi tunelu, a tym samym do wektora prędkości. Odległość między detektorami wynosiła 2 mm, a między pierwszym detektorem a nadajnikiem 5 mm. Na nadajniku stosowano sygnały o częstotliwości podstawowej ω_0 równej 5, 10 i 20 Hz złożone z przebiegów sinusoidalnych o częstotliwościach od $2\omega_0$ do $12\omega_0$. Podstawowa wartość współczynnika nagrzania nadajnika wynosiła 1,7 amplituda sygnału $\pm 20\%$.

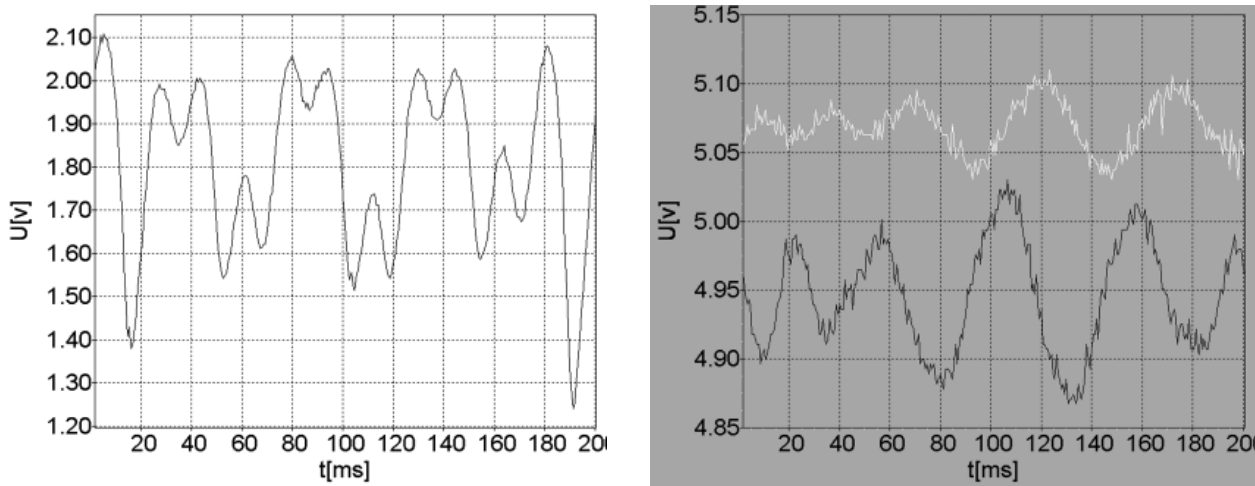
Do analizy widma sygnałów zastosowano algorytm szybkiej transformacji Fouriera (FFT), natomiast do obliczania przesunięcia fazy poszczególnych harmonicznymi użyto dyskretnych szeregów Fouriera. Na rys. 2 i 4 przedstawiono sygnał napięciowy na nadajniku oraz sygnały na detektorach przy wymuszeniu fali

$$k(t) = \sin(30\pi t) - 2\sin(40\pi t) + \sin(50\pi t) + \sin(60\pi t) + \sin(70\pi t) + \\ + \sin(80\pi t) + \sin(90\pi t) + \sin(100\pi t) + \sin(110\pi t) - \sin(120\pi t)$$

dla prędkości przepływu 12 cm/s i 90 cm/s. Należy zwrócić uwagę, że wielkością, którą zadajemy jest współczynnik nagrzania włókna $k(t)$, kształt przebiegu napięcia będzie na nadajnik nieco inny. Porównując wykresy dla różnych prędkości widoczne są różnice przebiegu napięć na detektorach. Wyjaśniają to rys. 3 i rys. 5, na których przedstawiono widmo częstotliwościowe sygnałów. Składowe harmoniczne o większej częstotliwości propagują się gorzej, gdyż ich energia cieplna jest mniejsza a gradient temperatury większy niż dla mniejszych częstotliwości, i rozmycie dyfuzyjne sygnału przebiega szybciej. Przy małych prędkościach efekt ten jest bardziej widoczny z uwagi mniejszą ilość ciepła, jaka jest przekazywana z nadajnika do płynącego gazu.



Rys. 1. Konfiguracja przestrzenna nadajnika i detektorów w przepływie



Rys. 2. Sygnał napięciowy na nadajniku i detektorach. Prędkość przepływu 0.12m/s

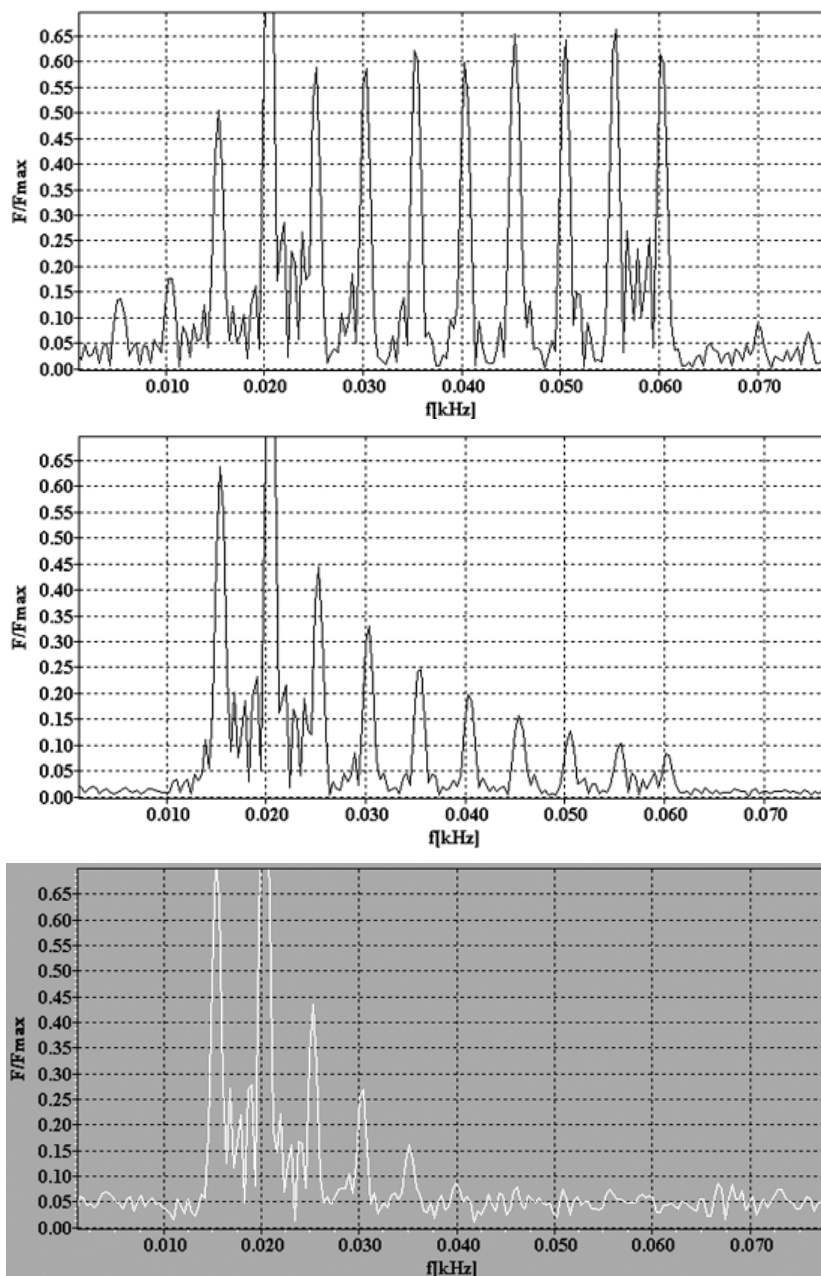
3. Wyznaczanie prędkości przepływu gazu

Jeżeli założymy, że prędkość gazu jest równa prędkości fali cieplnej, to prędkość gazu wyznaczamy wprost z równania (6). Mówiąc ściślej prędkość gazu jest zawsze mniejsza od prędkości fali cieplnej, co wynika z równania (4). W praktyce, uznajemy obie te wielkości za równe sobie, gdy różnica ich wartości jest mniejsza od wymaganej dokładności pomiaru. Na podstawie pomiaru dla jednej tylko częstotliwości fali nie sposób stwierdzić czy to założenie to jest spełnione i z jaką dokładnością. Jeżeli zastosujemy fale o różnych częstotliwościach, to z równania (6) dla i -tej fali:

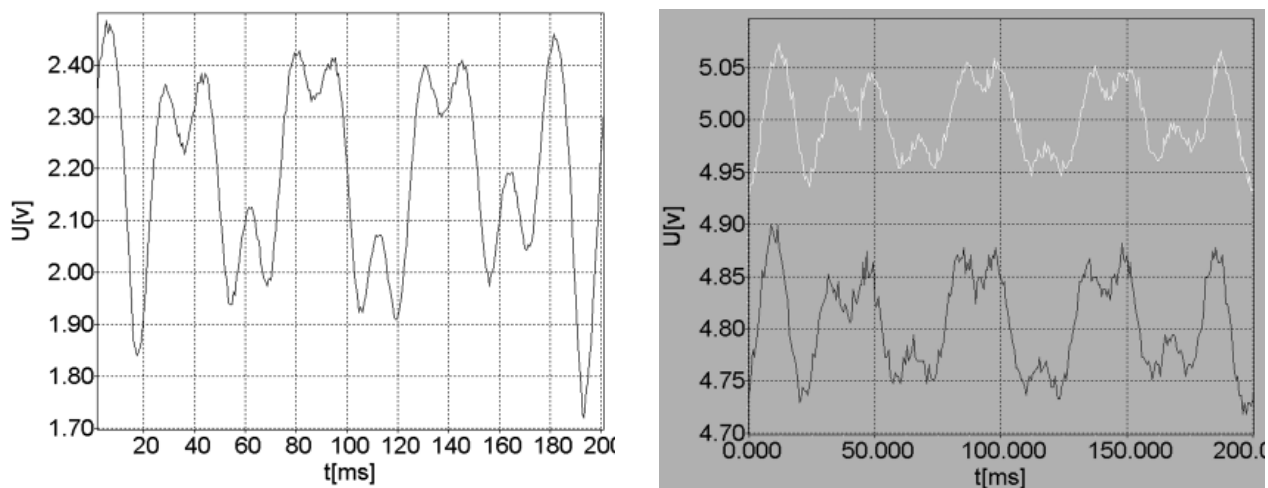
$$\Delta\phi_i = \frac{\omega_i \Delta r}{U_G} \quad (11)$$

otrzymujemy, że liniowa zależność między zmierzonym przesunięciem fali a częstotliwością stanowi kryterium poprawności wyliczenia prędkości gazu z równania (6), a prędkość gazu wyznaczamy ze współczynnika kierunkowego linii prostej otrzymanej przez dopasowanie do danych eksperymentalnych funkcji: $\Delta\phi_i = f(\omega_i) = a\omega_i + b$. Zastosowanie tej metody zwiększa też dokładność pomiaru, jeżeli występuje pewien rozrzut wartości przesunięcia fazowego.

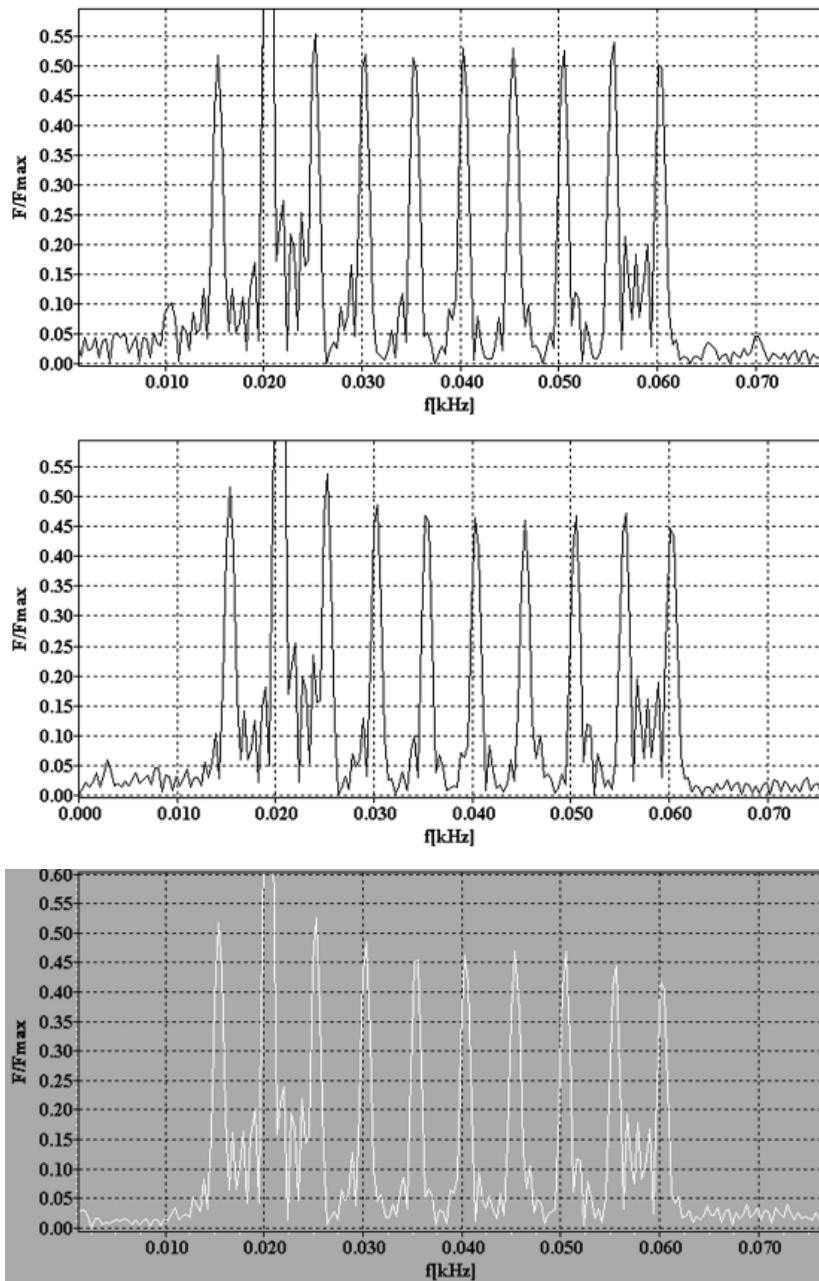
Metody tej nie można jednak zastosować, gdy funkcja $\Delta\phi_i = f(\omega_i)$ nie jest liniowa, co zachodzi, gdy prędkość gazu różni się od prędkości fali temperaturowej (dla powietrza jest zakres poniżej 30 m/s). Trzeba zwrócić uwagę, że ponieważ zgodnie z równaniem (5) wartość parametru P jest funkcją prędkości gazu, przewodnictwa temperaturowego i częstotliwości fali, to w trakcie pomiaru może zajść sytuacja, że liniowa zależność, mimo iż była spełniona, to w kolejnym pomiarze już nie jest. Dlatego też, z praktycznego punktu widzenia, celowe jest usunięcie tej niedogodności.



Rys. 3. Widmo sygnałów na nadajniku i detektorach dla prędkość gazu 12cm/s



Rys.4. Sygnał napięciowy na nadajniku i detektorach. Prędkość przepływu 0.91m/s



Rys. 5. Widmo sygnałów na nadajniku i detektorach dla prędkość gazu 95cm/s

Jeżeli znamy przesunięcie fazy dla kilku częstotliwości, to możemy skorzystać z rozwiązania dokładnego (4). Łącząc wzory (4) i (7) otrzymujemy ścisły związek na prędkość gazu:

$$U_G = U_T \sqrt{1 - \frac{4\kappa^2 \omega^2}{U_T^4}} \quad (12)$$

Niewiadomymi wielkościami są tu prędkość gazu U_G oraz jego przewodnictwo temperaturowe κ . Zapisując powyższe równanie dla każdej częstotliwości, możemy utworzyć dla każdej pary i, j wartości częstotliwości układ:

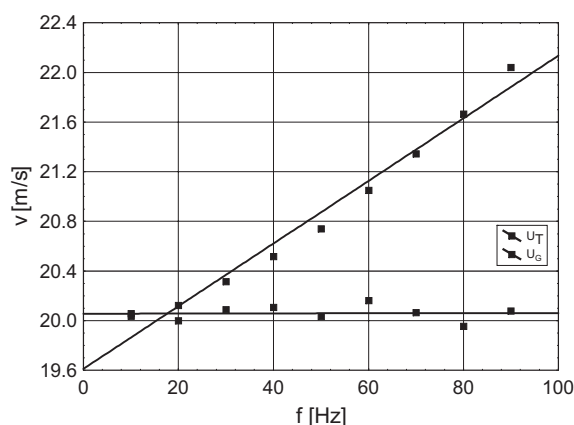
$$U_{Gk} = U_{Ti} \sqrt{1 - \frac{4\kappa_k^2 \omega_i^2}{U_{Ti}^4}} \quad U_{Gk} = U_{Tj} \sqrt{1 - \frac{4\kappa_k^2 \omega_j^2}{U_{Tj}^4}} \quad (13)$$

gdzie indeks k oznacza k -ty układ równań. Ponieważ zmierzone wartości przesunięcia fazowego $\Delta\varphi_i$ a co za tym idzie i wyliczone wartości U_{Ti} są obarczone niedokładnościami, co prowadzi rozrzutu wyników, to

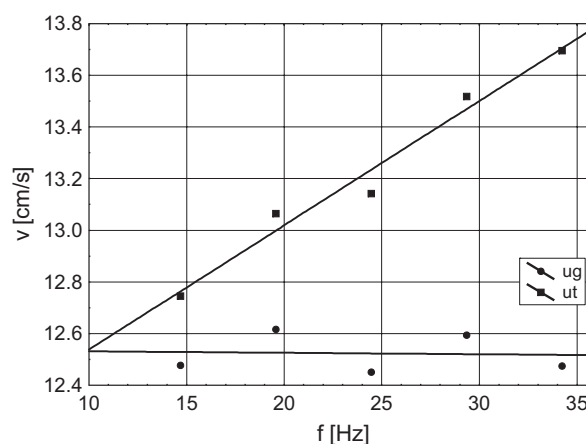
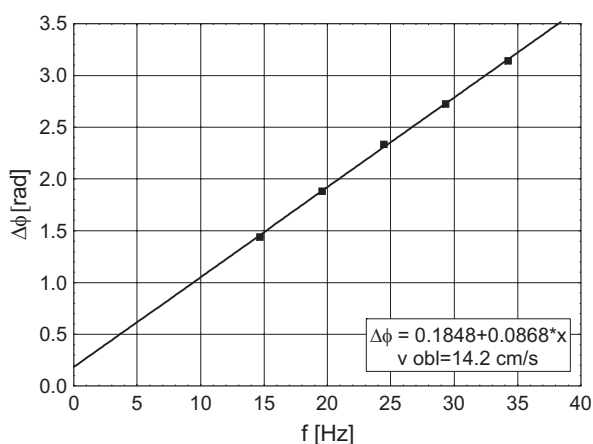
wyliczone wartości niewiadomych mogą być różne w zależności od tego, którą parę częstotliwości i odpowiadających im prędkości użyliśmy do obliczeń. Dlatego też metody tej można użyć tylko do wstępnego oszacowania wartości dyfuzyjności cieplnej.

Do dokładnego wyliczenia prędkości użyjemy algorytmu iteracyjnego.

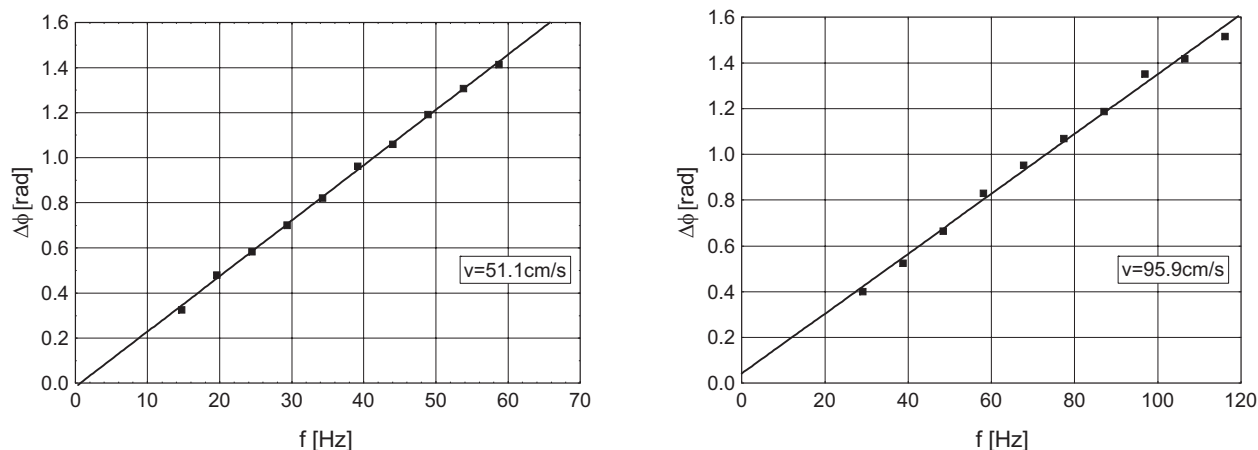
Rys. 6 i 7 przedstawiają wyniki zastosowania algorytmu do dokładnego obliczenia prędkości gazu dla prędkości 20 i 12 cm/s. to policzone wartości prędkości wykazują wyraźną tendencję wzrostową ze wzrostem częstotliwości. Mimo iż na pierwszy rzut oka zależność przesunięcia fazy od częstotliwości jest liniowa (Rys. 7), po zastosowaniu algorytmu tendencja ta znika, i po uśrednieniu otrzymujemy dokładniejszą wartość prędkości pomimo widocznego rozrzutu. Należy zwrócić uwagę, że policzona z nachylenia prostej wartość (14,2 cm/s) różni się od uzyskanej za pomocą algorytmu. Jest ona większa od obliczonej prędkości fali cieplnej, co wskazuje na błędny wynik, gdyż prędkość gazu nie może być większa od prędkości fali temperaturowej. Na rys. 8 przedstawiono przesunięcie fazowe fali cieplnej w funkcji częstotliwości dla prędkości 50 cm/s i 95 cm/s. Jak widać pomimo mniejszej amplitudy składowych harmonicznych fali cieplnej niż to ma miejsce, gdy używamy pojedynczej fali, można poprawnie mierzyć przesunięcie fazowe nawet dla częstotliwości 120 Hz. Występujący rozrzut wokół dopasowany prostych obniża dokładność pomiaru. Jak zaobserwowano zjawisko to zaznacza się wyraźniej ze wzrostem prędkości i można przypuszczać jest spowodowane drganiami sondy pomiarowej lub niestabilnością przepływu w tunelu. Do obliczania prędkości w tym zakresie zastosowano algorytm, lecz różnice między prędkością fali a prędkością gazu są rzędu kilku mm/s, co jest oczywiste w świetle wcześniejszych rozważań.



Rys. 6. Prędkość fali cieplnej U_T oraz obliczona za pomocą algorytmu prędkość gazu U_G



Rys. 7. Zależność przesunięcia fazy fali cieplnej od częstotliwości. Prędkość przepływu obliczona z nachylenia dopasowanej prostej. Prędkość fali cieplnej oraz obliczona za pomocą algorytmu prędkość gazu



Rys. 8. Zależność przesunięcia fazy fali cieplnej od częstotliwości. Prędkość przepływu obliczona z nachylenia dopasowanej prostej

5. Wnioski

Z przeprowadzonych badań wynika, że zastosowanie złożonego sygnału zwiększa możliwości pomiarowe metody fal cieplnych w zastosowaniu do pomiaru prędkości przepływu gazów. Użycie iteracyjnego algorytmu wyliczania prędkości gazu pozwala na stosowanie metody fal cieplnych w zakresie bardzo małych prędkości, w którym prędkość fali cieplnej różni się od prędkości gazu. W obecnym stadium metoda ta jest absolutna, lecz dla bardzo małych prędkości, tylko pod warunkiem, że znamy wartość współczynnika przewodnictwa temperaturowego płynącego gazu. Ponieważ wielkość ta zależy od składu i temperatury gazu, celem dalszych badań będzie opracowanie metody równoczesnego wyznaczenia prędkości i przewodnictwa temperaturowego.

Literatura

- [1] Gawor M., Rachalski A.: *Implementacja i badania parametrów metrologicznych różnicowego anemometru z fala cieplną w adaptacyjnym komputerowym systemie termoanemometrycznym*. Prace Instytutu Mechaniki Górotworu PAN 2005, T. 7, Nr 1-2, 87-99.
- [2] Rachalski A.: *High Precise Anemometer with Thermal Wave*, Rev. Sci. Instrum. 77(2006).
- [3] Rachalski A.: *Analiza konfiguracji przestrzennej układu nadajnik-detektor w anemometrze z oddziaływaniem cieplnym*. Prace Instytutu Mechaniki Górotworu PAN 2006, T.8, Nr1-4, 51-58.
- [4] Rachalski A.: *High Precise Thermo-anemometer*. NCSLI Conference Metrologys' Impact on Society Nashville, USA 2006.
- [5] Rachalski A.: *Analiza anemometru falowego ze skośnym ustawieniem układu nadajnik-detektor*. Prace Instytutu Mechaniki Górotworu PAN 2007, T.9, Nr1-4, 87-98.
- [6] Kielbasa J.: *Fale cieplne w metrologii powolnych przepływów*. Wyd. AGH, Kraków, (1975).
- [7] Kielbasa J.: *Pomiar prędkości przepływu ustalonego metodą fal cieplnych*. Archiwum Górnictwa 2005. Vol. 50, nr 2, 191-208.
- [8] Kielbasa J. et al.: *Eksperymentalna weryfikacja wielokanałowego termoanemometrycznego systemu pomiarowego jako anemometru z falą cieplną*. Prace Instytutu Mechaniki Górotworu PAN, 2004, T. 6, Nr 3-4, 205-216.

System of absolute flow velocity measurement with algorithm of complex signal analysis

Summary

In thermal waves method of gas flow measurement a complex waves has been applied. A novel algorithm of flow velocity determination based on spectral analysis of detectors' signal has been used. In compare to previously applied thermal waves methods, the novel method is jess time consuming and displays a better accuracy. It's essential advantage lies in application for small flow velocity i.e. if gas velocity is different to thermal waves velocity, for air that is below 30cm/s.

Keywords: flow velocity measurements, thermoanemometry, thermal waves