

# Modelowanie analogowego układu generacji fali temperaturowej

PAWEŁ LIGEZA

## Streszczenie

Fale temperaturowe wykorzystywane są w metrologii przepływów do wyznaczania prędkości lub współczynnika dyfuzji cieplnej płynącego medium. W pracy przedstawiono metodę generowania fal temperaturowych w przepływach, model i strukturę analogowego układu realizującego opisaną metodę. Układ składa się z drucikowego nadajnika fali temperaturowej zasilanego z systemu realizującego zadaną funkcję temperatury w czasie. Przedstawiono model matematyczny systemu. System może być także wykorzystany jako termooanemometr stałotemperaturowy ze współczynnikiem nagrzania regulowanym napięciem sterującym.

**Słowa kluczowe:** fale temperaturowe, układ generacji fali, modelowanie

## 1. Wprowadzenie

Fale temperaturowe wytwarzane w płynących cieczach i gazach znajdują zastosowanie w pomiarach prędkości przepływu, oraz innych parametrów, takich jak współczynnik dyfuzji cieplnej i pośrednio skład chemiczny [1-2]. Idea takiego pomiaru polega na wytwarzaniu w przepływie fali temperaturowej o zadanych parametrach, odbieraniu sygnału temperaturowego w wybranych punktach oraz wyznaczeniu mierzonego parametru w oparciu o przyjęty model zjawiska.

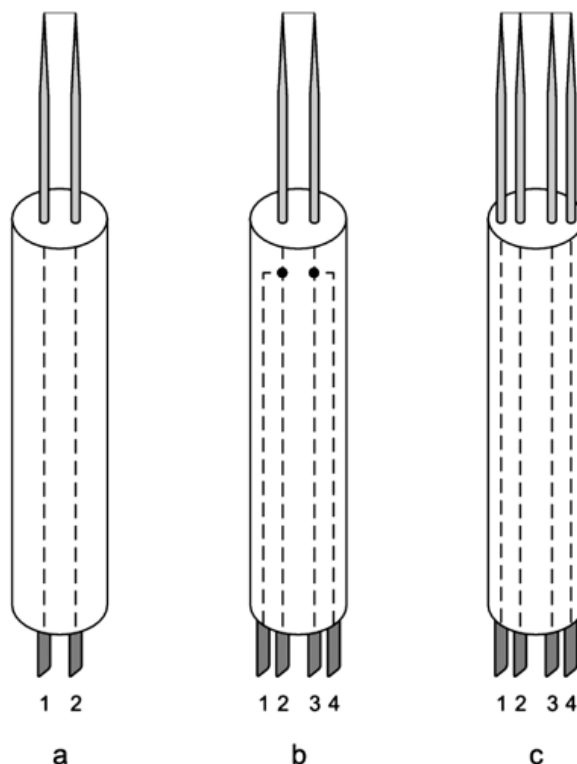
Istotnym zagadnieniem jest sposób wytwarzania i odbioru fali temperaturowej. Jedną z metod jest zastosowanie nadajnika i odbiornika fali wykonanych z bardzo cienkiego drutu z materiału, którego rezystancja w sposób istotny zależy od temperatury. Drut taki rozpięty jest w przestrzeni między specjalnymi wspornikami, przy czym w przypadku nadajnika ogrzewany jest prądem elektrycznym, a jego temperatura mierzona jest poprzez pomiar rezystancji. Odbiornik pracuje w układzie termometru oporowego, zasilany jest prądem umożliwiającym pomiar rezystancji drutu lecz nie wpływającym na jego temperaturę. Nadajnik i odbiornik fali temperaturowej posiadają konstrukcję zbliżoną do czujnika termooanemometrycznego [3].

Układ generacji fali temperaturowej powinien umożliwiać generację fali o zadanym kształcie, amplitudzie i przebiegu czasowym. Możliwa jest realizacja układu generacji z wymuszeniem sygnałem analogowym lub cyfrowym. Układ analogowy omawiany w tej pracy pozwala na generację sygnału ciągłego w czasie wymuszanego na przykład za pomocą generatora napięcia. Natomiast układ cyfrowy pozwala na generację fali o kształcie zadanym za pomocą informacji cyfrowej. Przebieg taki ma charakter dyskretny.

Ważnym problemem jest sposób zasilania nadajnika fali temperaturowej. Z metrologicznego punktu widzenia korzystne jest zasilanie nadajnika w taki sposób, aby jego temperatura zmieniała się w czasie niezależnie od zewnętrznych warunków chłodzenia zgodnie z zadaną funkcją. Zadanie takie można zrealizować w układzie ze sprzężeniem zwrotnym. Układ ogrzewa nadajnik prądem, którego wartość jest wyznaczana na podstawie porównania zmierzonej temperatury nadajnika z wartością zadaną, przy czym różnica tych wielkości sprowadzana jest do zera. Układ pracujący w oparciu o tradycyjny termooanemometryczny mostek stałotemperaturowy posiada ograniczoną dokładność związaną z wpływem rezystancji złącz i doprowadzeń nadajnika na parametry wytwarzanej fali temperaturowej. Opisana poniżej metoda i układ precyzyjnego generowania fali temperaturowej zostały opracowane w oparciu o rozwiązywanie termooanemometru z czteropunktowym pomiarem rezystancji sondy [4].

## 2. Układ generacji fali temperaturowej

Schematyczna budowa nadajników fali temperaturowej stosowanych w prezentowanej metodzie przedstawiona jest na rysunku 1.



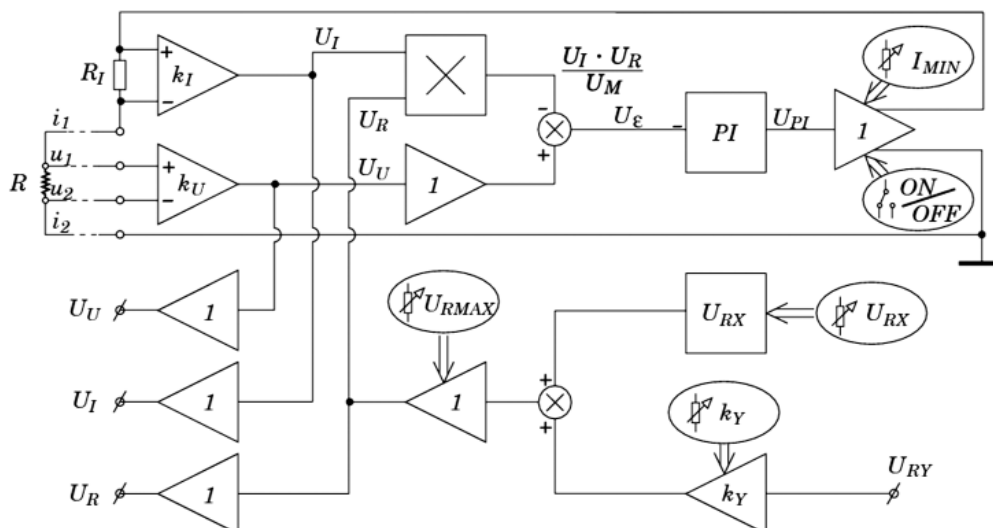
Rys. 1. Nadajniki fali temperaturowej

Elementem czynnym jest cienki drut (włókno) o średnicy kilku mikrometrów i długości od ułamka do kilkudziesięciu milimetrów wykonany z platyny lub wolframu. Jest on rozpięty na wspornikach stanowiących doprowadzenia elektryczne. Przy dużym stosunku długości do średnicy drutu można przyjąć, że włókno takie jest przybliżeniem liniowego, nieskończonego źródła fali temperaturowej, a rozkład temperatury wzdłuż drutu w jednorodnym przepływie jest prawie płaski. Nadajnik przedstawiony jest w trzech wersjach. Na rysunku 1 (a) włókno zasilane jest tradycyjnie dwupunktowo. Na rysunku 1 (b) przedstawiono nadajnik, w którym rozdzielenie doprowadzeń prądowych i napięciowych następuje na końcu wsporników. Natomiast na rysunku 1 (c) przedstawiony jest nadajnik, w którym zastosowano rozdzielenie wsporników doprowadzających prąd od wsporników pomiaru napięcia. Nadajnik ten umożliwia precyzyjny pomiar rezystancji aktywnej części włókna pomiędzy wewnętrznymi wspornikami.

Schemat blokowy analogowego układu zasilania nadajnika przedstawiony jest na rysunku 2.

Układ ten ogrzewa nadajnik  $R$  prądem  $I$  o takiej wartości, aby rezystancja nadajnika, a więc jego temperatura utrzymywana była na zadanej wartości, niezależnie od warunków chłodzenia. Wartość rezystancji zadawana jest poprzez napięcie sterujące  $U_R$ . Wartość tego napięcia, a więc rezystancja i temperatura nadajnika, zadawane są jako suma składowej stałej  $U_{RX}$  ustawianej na potencjometrze i składowej zmiennej  $U_{RY}$  zadawanej z zewnętrznego generatora. Dodatkowo przewidziano możliwość regulacji wzmocnienia  $k_Y$  składowej zmiennej. Napięcie  $U_R$  jest ograniczone do wartości  $U_{RMAX}$  zadawanej na potencjometrze. Ma to na celu ograniczenie maksymalnej temperatury włókna nadajnika, aby uniemożliwić jego przepalenie.

Działanie układu utrzymywania zadanej temperatury nadajnika jest następujące. Prąd nadajnika mierzony jest na rezystorze  $R_I$ . Tworzony jest iloczyn napięcia sterującego  $U_R$  i napięcia proporcjonalnego do prądu  $I$  nadajnika, wzmocnionego we wzmacniaczu różnicowym  $K_I$ . Unormowane napięcie wyjściowe z układu mnożącego  $X$  porównywane jest w węźle sumacyjnym z napięciem nadajnika wzmocnionym we wzmacniaczu różnicowym  $k_U$  do wartości  $U_U$ . Napięcie błędne  $U_\varepsilon$  z węzła sumacyjnego steruje regulator  $PI$ ,



Rys. 2. Analogowy układ generacji fali temperaturowej

którego zadaniem jest wytworzenie takiego napięcia  $U_{PI}$  zasilającego poprzez wtórnik napięciowy nadajnik, aby sygnał błędny  $U_\epsilon$  sprowadzać do zera. Dzięki temu rezystancja, a więc i temperatura włókna nadajnika jest liniową funkcją napięcia sterującego  $U_R$ .

Układ posiada możliwość wyłączenia nadajnika, przy czym po wyłączeniu przez nadajnik płynie stały prąd o zadanej wartości  $I_{MIN}$  umożliwiający pomiar rezystancji włókna nadajnika. Dodatkowo na zewnątrz wyprowadzone są poprzez wtórniki napięcia proporcjonalne do prądu i napięcia nadajnika oraz napięcia sterującego.

### 3. Model matematyczny układu generacji fali temperaturowej

Stworzenie modelu matematycznego układu generowania fal temperaturowych umożliwia przeprowadzenie symulacji komputerowej pracy układu, analizę jego działania i optymalizację parametrów. W metodzie przyjęto liniową zależność rezystancji włókna nadajnika od jego temperatury:

$$R = R_0(1 + \alpha_0(T - T_0)) \quad (1)$$

gdzie:

- $R$  – rezystancja włókna w temperaturze  $T$ ,
- $R_0$  – rezystancja włókna w temperaturze odniesienia  $T_0$ ,
- $\alpha_0$  – temperaturowy współczynnik rezystancji włókna w temperaturze  $T_0$ .

Założenie takie dla platyny i wolframu w najczęściej stosowanym zakresie temperatur jest spełnione z dużą dokładnością. Stosując oznaczenia zgodne z rysunkiem 2 możemy dla układu zasilania nadajnika zapisać poniższe zależności. Napięcie wejściowe regulatora  $PI$  jest równe:

$$U_\epsilon = IRk_U - IR_I k_I \frac{U_R}{U_M} \quad (2)$$

Regulator  $PI$  opisuje następująca zależność:

$$U_{PI} = -k_1 \left( U_\epsilon + \frac{1}{\tau_1} \int_{t_0}^t U_\epsilon d\tilde{t} + U_0 \right) \quad (3)$$

gdzie:

- $k_1, \tau_1$  – parametry regulatora,
- $U_0$  – warunek początkowy.

Związek między napięciem wyjściowym z regulatora i prądem nadajnika jest następujący:

$$U_{PI} = IR + IR_I \quad (4)$$

Nadajnik fali temperaturowej możemy opisać równaniem wynikającym z przeprowadzenia bilansu cieplnego dla włókna, które ma postać:

$$I^2 R = f(V)(R - R_G) + c \frac{dR}{dt} \quad (5)$$

gdzie:

- $f(V)$  – funkcja prędkości przepływu  $V$  związana z odbieraniem ciepła z nadajnika przez przepływ,
- $R_G$  – rezystancja włókna w temperaturze przepływu,
- $c$  – współczynnik związany z magazynowaniem ciepła we włóknie nadajnika.

Powyższe równania stanowią pełny opis układu generacji fali temperaturowej. Można je przekształcić do postaci układu równań różniczkowych wygodnych do modelowania numerycznego. Przyjmując jako zmienne stanu dla układu rezystancję nadajnika oraz napięcie na członie integracyjnym regulatora  $PI$  w postaci:

$$U = \frac{k_I}{\tau_I} \int_{t_0}^t U_\varepsilon d\tilde{t} + U_0 \quad (6)$$

otrzymujemy jako model układu generacji fali temperaturowej układ dwóch równań różniczkowych:

$$\frac{dU}{dt} = - \frac{k_I U \left( R k_U - R_I k_I \frac{U_R}{U_M} \right)}{\tau_I \left( R \left( 1 + k_1 k_U \right) + R_I \left( 1 - k_1 k_I \frac{U_R}{U_M} \right) \right)} \quad (7)$$

$$\frac{dR}{dt} = - \frac{U^2 R}{c \left( R \left( 1 + k_1 k_U \right) + R_I \left( 1 - k_1 k_I \frac{U_R}{U_M} \right) \right)^2} - \frac{f(V)(R - R_G)}{c} \quad (8)$$

Wybór tych zmiennych stanu związany jest z ich ciągłym przebiegiem w czasie, co stanowi warunek konieczny istnienia pochodnych. Układ równań (7), (8) wraz z warunkami początkowymi na zmienne stanu stanowią model matematyczny opisanego układu generacji fal temperaturowych w przepływach. Podczas modelowania należy jednak pamiętać o ograniczeniach związanych z fizyczną realizacją układu. Dla stanu ustalonego układ równań (7), (8) przechodzi w związki:

$$R = R_I \frac{k_I}{k_U} \frac{U_R}{U_M} \quad (9)$$

$$I^2 R = f(V)(R - R_G) \quad (10)$$

gdzie:

$$I = - \frac{U}{R \left( 1 + k_1 k_U \right) + R_I \left( 1 - k_1 k_I \frac{U_R}{U_M} \right)} \quad (11)$$

pokazuje związek między prądem nadajnika, a napięciem na członie integracyjnym regulatora  $PI$ , przyjętym jako zmienna stanu.

Równanie (9) pokazuje liniową zależność rezystancji  $R$  nadajnika od napięcia sterującego  $U_R$  w stanie ustalonym, co stanowi istotę układu generacji fali temperaturowej. Natomiast równanie (10) jest typową statyczną zależnością termooanemometryczną dla włókna nadajnika.

Utworzony model matematyczny pozwala na prowadzenie badań modelowych układu. Celem badań modelowych jest poznanie właściwości i cech charakterystycznych oraz wyznaczenie i optymalizacja parametrów metrologicznych badanego układu, ze szczególnym uwzględnieniem parametrów dynamicznych. Badania przeprowadzone są metodą wielokrotnego numerycznego rozwiązywania układu równań przyjętych jako model matematyczny układu pomiarowego dla różnych parametrów. Rozwiązanie takie ma charakter komputerowej symulacji pracy systemu. Wykorzystuje się tu język MATLAB, będący uniwersalnym interakcyjnym środowiskiem do wykonywania naukowych obliczeń oraz ich wizualizacji. Do rozwiązywania układu równań różniczkowych stosuje się dostępną w MATLAB – ie numeryczną metodę Rungego – Kuty piątego rzędu. Metoda niższego rzędu nie daje dobrej zbieżności rozwiązań. Metoda numeryczna wymaga określenia wartości wszystkich parametrów układu. Do obliczeń przyjmuje się parametry zbliżone do stosowanych w rzeczywistych systemach pomiarowych. Osobnym zagadnieniem jest zapewnienie zbieżności metody numerycznej, szczególnie istotne podczas badań złożonych systemów nieliniowych. Stosuje się tu klasyczne środki, polegające na badaniu przebiegu rozwiązań dla różnych warunków początkowych oraz zmianie kroku iteracyjnego i zakładanej dokładności rozwiązania. Istotną pomocą jest tu także znajomość przebiegów uzyskiwanych w rzeczywistych systemach pomiarowych.

W oparciu o zaprezentowaną metodę został wykonany układ elektroniczny przeznaczony do generowania fal temperaturowych w przepływach. Został on zastosowany w stanowisku doświadczalnym przeznaczonym do badań rozchodzenia się fal temperaturowych w przepływach. Badania eksperymentalne oraz przeprowadzona symulacja komputerowa potwierdzają przydatność przedstawionej metody do generowania fal temperaturowych w przepływach.

Praca realizowana w ramach Projektu Badawczego NCN 2012/07/B/ST8/03041: „Badania przestrzennej propagacji oraz optymalizacja metod generacji, detekcji i analizy fal temperaturowych w aspekcie bezwzględnej pomiaru prędkości przepływu i dyfuzyjności cieplnej gazów”

## Literatura

- [1] Rachalski A.: *High-precision anemometer with thermal wave*. Rev. of. Sci. Instr. 77, 9, 2006.
- [2] Rachalski A.: *Absolute measurement of low gas flow by means of the spectral analysis of the thermal wave*. Rev. of. Sci. Instr. 84, 2, 2013
- [3] Ligeza P.: *Układy termooanemometryczne – struktura, modelowanie, przyrządy i systemy pomiarowe*. Wydawnictwa AGH, Kraków, 2001
- [4] Ligeza P.: *Four-point non-bridge constant-temperature anemometer circuit*. Exp. in Fluids, 28, 5, 2000.

## Modeling of thermal wave generation analog circuit

### Abstract

Thermal waves are used in metrology for determining the velocity of flow or thermal diffusivity of the flowing medium. The paper presents a method of generating thermal waves in the flow and the model and the structure of an analog system implementing the described method. The system consists of a thin hot-wire transmitter supplied from the electronic circuit. A mathematical model of the system has been described and analyzed.

**Keywords:** thermal wave, wave generation circuit, modeling