

Niepewność oznaczania wytrzymałości na ściskanie z użyciem foremnych próbek skał

JANUSZ NURKOWSKI 

Instytut Mechaniki Górotworu PAN, ul. Reymonta 27; 30-059 Kraków

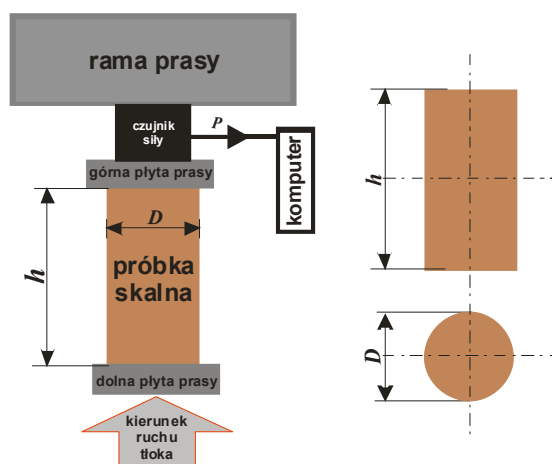
Streszczenie

W związku z rozpoczętą procedurą akredytacji stanowiska do pomiaru wytrzymałości próbek skał, niezbędnym okazało się przeprowadzenie obliczeń i bilansu niepewności dotyczących pomiaru. Pomiaru takie wykonywane są w maszynie wytrzymałościowej firmy Instron, na wyposażeniu Pracowni Odkształceń Skał PAN. Obiektami generującymi niepewność są dynamometr mierzący siłę działającą na próbkę, który stanowi wyposażenie maszyny Instron, oraz suwmiarka – niezbędna do wyliczenia przekroju badanej próbki skały. Wykonano odpowiednie obliczenia z tym związane. W opracowaniu odniesiono się również do wpływu zmian temperatury w laboratorium.

Słowa kluczowe: wytrzymałość skał, niepewność pomiaru wytrzymałości, dynamometr

1. Pomiar dotyczy wyznaczenia wytrzymałości skał zwięzłych na ściskanie z użyciem próbek foremnych, na potrzeby górnictwa, budownictwa lądowego, hydrotechnicznego i podziemnego. Pomiar wykonywany jest według normy PN-G-04303 [1,2].

2. Schemat układu pomiarowego



3. Wytrzymałość skały na ściskanie (R_c) obliczana jest według wzoru:

$$R_c = \frac{P_{kr}}{A} = \frac{4P_{kr}}{\pi D^2} \quad (1)$$

w którym:

- P_{kr} – wartość siły, przy której nastąpiło zgniecenie próbki, w meganiutonach;
- A – powierzchnia poprzecznego przekroju próbki, w metrach kwadratowych;
- D – średnica próbki.

4. Wysokość próbki może przyjąć dwie wartości:

- równą średnicy, w przypadku walcowej próbki (smukłość 1),
- równą dwukrotności jej średnicy (smukłość 2).

Dla próbki o smukłości 1 obliczony wynik wytrzymałości należy pomnożyć przez ułamek 8/9.

5. Wartość siły P_{kr} otrzymuje się wprost z siłomierza, z odczytem cyfrowym, podczas obciążania próbki.

6. Powierzchnię poprzecznego przekroju A walcowej próbki wylicza się z pomiaru jej średnicy D suwmiarką z odczytem cyfrowym przed obciążaniem próbki. Przyjmuje się stałość średnicy próbki podczas jej obciążania siłą. Wynika to ze znikomego przyrostu jej średnicy podczas obciążania równego:

$$\Delta D \approx \nu \cdot \varepsilon_{\max} \cdot \Delta h \approx 0,3 \cdot 10^{-3} \cdot 50 \text{ mm} = 15 \mu\text{m} \quad (2)$$

gdzie:

- ν – współczynnik Poissona,
- ε_{\max} – szacunkowe maksymalne odkształcenie osiowe próbki,
- h – wysokość próbki.

7. Niepewność określenia wytrzymałości próbki [3] będzie sumą geometryczną niepewności pomiaru siły i średnicy próbki:

$$U(R_c) = \sqrt{U(P_{kr})^2 + U(D)^2} \quad (3)$$

8. Niepewność określenia wytrzymałości próbki określona na podstawie wzoru (1) będzie:

$$U(R_c) = \sqrt{\left(\frac{\partial R_c}{\partial P_{kr}} u(P_{kr})\right)^2 + \left(\frac{\partial R_c}{\partial D} u(D)\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{4}{\pi D^2} u(P_{kr})\right)^2 + \left(-\frac{8 P_{kr}}{\pi D^3} u(D)\right)^2} \quad (4)$$

9. Niepewność bezwzględną wyznaczenia średnicy próbki U_D określi zależność:

$$U_D = \sqrt{U_{Dg}^2 + U_{Dw}^2 + U_{DT}^2} \quad (5)$$

gdzie:

- U_{Dg} – niepewność związana z odstępstwem próbki od kształtu walca,
- U_{Dw} – niepewność związana z wzorcowaniem suwmiarki,
- U_{DT} – niepewność związana z odstępstwem temperatury pomieszczenia od 20°C.

9.1. Niepewność związana z odstępstwem próbki od kształtu walca wynika z niedoskonałości obróbki powierzchni bocznej wydrzeniowanej próbki w docierarce

Aby to określić mierzona jest suwmiarką średnica dotartej próbki w odległości 10% jej wysokości od podstaw oraz w środku próbki. Wykonywane są dwie serie pomiarów w kierunku prostopadłym do siebie otrzymując 6 wyników [4]. Następnie obliczana jest wartość średnia i odchylenie standardowe:

$$\bar{D}_g = \frac{1}{6} \sum_{k=1}^6 D_k \quad (6)$$

$$S_D = 1,11 \cdot \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n=6} (D_k - \bar{D}_g)^2}{5}} \quad (7)$$

gdzie współczynnik 1.11 jest współczynnikiem rozkładu Studenta [5] dla $n = 6$.

Odchyleniem standardowym eksperymentalnym średniej czyli niepewnością standardową będzie:

$$U(\bar{D}_g) = \bar{S}_D = \frac{S_D}{\sqrt{6}} = 0,4082S_D = 1,11 \cdot \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n=6} (D_k - \bar{D}_g)^2}{30}} = 0,2027 \sqrt{\sum_{k=1}^{n=6} (D_k - \bar{D}_g)^2} \quad (8)$$

Jako przykład podano wynik pomiaru średnicy próbki dolomitu

49,98	49,92	49,93	49,80	49,91	49,96
-------	-------	-------	-------	-------	-------

- Wartość średnia z pomiarów: 49,917 mm,
- Odchylenie standardowe: 0,0697 mm
- Niepewność średnia standardowa: 0,0697 mm * 0,408 = 0,0284 mm
- Wartość średnia skorygowana: 49,917 mm – 0,0220 mm = 49,90

9.2. Niepewność związana z odstępstwem temperatury pomieszczenia od 20°C przy pomiarze średnicy próbki

Dla nieklimatyzowanego pomieszczenia nie obserwuje się większych odchyłeń od średniej temperatury pomieszczenia w którym umieszczona jest maszyna wytrzymałościowa równej 22°C niż od 18°C do 26°C. Ze względu na to iż badane są różne rodzaje skał, których wartości rozszerzalności termicznej α_s nie ma w tablicach, przyjęto że ogólnie mają one 10-krotnie mniejszą rozszerzalności w porównaniu do rozszerzalności termicznej stali α_{Fe} , z której wykonana jest suwmiarka. Przyjmując trójkątny rozkład prawdopodobieństwa niepewność określi wzór:

$$U_{DT} = \frac{\Delta T(\alpha_{Fe} - \alpha_s)D}{\sqrt{6}} = \frac{4^\circ\text{C}(11,5 - 1,5) \cdot 10^{-6} \cdot ^\circ\text{C}^{-1} \cdot 50\text{mm}}{\sqrt{6}} = 2 \cdot 10^{-3}\text{mm} \quad (9)$$

Tab. 1. Przykładowy budżet niepewności pomiaru średnicy próbki

Symbol wielkości X_i	Estymata wielkości x_i	Niepewność standardowa u_i	Rozkład prawdopodobieństwa	Współczynnik Wrażliwości c_i	Udział włożonej niepewności standardowej $u_i(y)$
U_{Dg}	50 mm	0,0282 mm	trójkątny	1,0	0,028 mm
U_{Dw}	50 mm	0,0033 mm	prostokątny	1,0	0,0033 mm
U_{DT}	50 mm	$2,0 \times 10^{-3}$ mm	trójkątny	1,0	0,002 mm
E_D	—	—	—	—	0,0285 mm = $2,85 \times 10^{-5}$ m

10. Niepewność pomiaru maksymalnej siły ściskającej

Maszyna wytrzymałościowa Instron wyposażona jest w dwa siłomierze o zakresie 500 kN i 2500 kN współpracujące z elektronicznym systemem o odczycie cyfrowym. Maszyna została wywzorcowana przez INSTRON CALIBRATION LABORATORY (CERTIFICATE NUMBER: E144121120134126), według standardu ISO 7500-1:2018 i otrzymano, że dla poszczególnych siłomierzy pomiar siły mieści się w następujących klasach dokładności:

- Siłomierz 500 kN uzyskał klasę $K_{500} = 0,5$
- Siłomierz 2500 kN uzyskał klasę $K_{2500} = 2$.

Powyższe rezultaty wzorcowania nie uwzględniają dryfu długoterminowego i zmian temperatury otoczenia na pomiar. Dryf długoterminowy będzie eliminowany w corocznych wzorcowaniach, zgodnie z zaleceniem podmiotu wzorcującego. Wpływ zmian temperatury na pomiar jest mało istotny ze względu na krótki czas pomiaru, rzędu kilku minut. Ponadto pomieszczenie zostało wyposażenie w zewnętrzne zasłony a temperatura w pomieszczeniu jest monitorowana. W sumie nie dopuszcza się do wahań temperatury ponad $\pm 1^\circ\text{C}$ w trakcie pomiaru.

Stąd błąd graniczny jest określony zależnością:

$$\Delta P_p = KP_{\max} \quad (10)$$

gdzie:

- ΔP_p – niepewność graniczna siłomierza,
- K – klasa przyrządu,
- P_{\max} – maksymalny zakres pomiarowy siłomierza.

Ostatecznie niepewność standardowa wnoszona przez przyrząd ze względu na prostokątny rozkład prawdopodobieństwa [6] będzie:

$$U(P) = \frac{\Delta P_p}{\sqrt{3}} = \frac{KP_{\max}}{\sqrt{3}} \quad (11)$$

Aktualnie rozdzielczość rejestracji pomiarów wynosi $\Delta d = 0,2$ kN, stąd całkowita niepewność będzie sumą geometryczną tych dwóch składowych:

$$U(P) = \sqrt{\left(\frac{KP_{\max}}{\sqrt{3}}\right)^2 + (0,5\Delta d)^2} = \sqrt{\left(\frac{KP_{\max}}{\sqrt{3}}\right)^2 + (0,5\Delta d)^2} \quad (12)$$

Z powyższej zależności wynika, że niepewność standardowa będzie dla czujnika o zakresie:

- 500 kN $U(P) = 1,44$ kN
- 2500 kN $U(P) = 28,9$ kN

11. Poprawki ze względu na wzorcowanie elektronicznej suwmiarki z odczytem cyfrowym

a) Wzorzec odniesienia

Suwmiarka wzorcowana jest na płytce Johanssona o długości 50 mm klasy II. Przyjęto, że długość środkowa jest równa długości nominalnej przy wartościach odchyłek zawartych w granicach $\pm 0,001$ mm.

b) błąd wskazania suwmiarki otrzymuje się z zależności:

$$E_w = l_{wi} - l_s + L_s (\delta\alpha \cdot \Delta T) + \delta l_{wp} + \delta l_{wr} \quad (13)$$

gdzie:

- l_{wi} – wartość wskazywana przez suwmiarkę,
- l_s – rzeczywista długość płytki wzorcowej,
- α_{Fe} – współczynnik rozszerzalności suwmiarki i płytki wzorcowej,
- ΔT – odchyłka temperatury od temperatury odniesienia 20°C ,
- δl_{wp} – poprawka ze względu na błąd przyłożenia i oddziaływania mechaniczne,
- δl_{wr} – poprawka ze względu na rozdzielczość suwmiarki.

c) Poprawki ze względu na temperaturę ($\delta\alpha \cdot \Delta T$)

Liniowe współczynniki rozszerzalności termicznej płytki wzorcowej i suwmiarki mieszczą się w granicach $(11,5 \pm 1,0) \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Łącząc dwa rozkłady prostokątne różnica liniowych współczynników rozszerzalności cieplnej przyjmuje kształt rozkładu trójkątnego o granicach $\pm 2 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Odchylenie średniej temperatury pomiaru od temperatury odniesienia $t_0 = 20^\circ\text{C}$ oszacowano jako wartość mieszczącą się w przedziale $\pm 0,5^\circ\text{C}$ z prostokątnym rozkładem prawdopodobieństwa. Szczątkowe różnice pomiędzy temperaturą płytki wzorcowej a suwmiarką zaniedbano.

Iloczyn niepewności standardowych związanych z czynnikami członu $\delta\alpha \cdot \Delta T$ będzie:

$$u(\delta\alpha \cdot \Delta T) = \Delta R_c = \frac{\delta\alpha}{\sqrt{6}} \frac{\Delta T}{\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \cdot 2^\circ\text{C}}{\sqrt{6}} \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,943 \cdot 10^{-6} \quad (14)$$

d) Poprawki ze względu na powtarzalność δl_{wp} zawierają również czynnik oddziaływania mechanicznego w suwmiarce i suwmiarki na płytkę wzorcową oraz niedokładność przyłożenia. Wykonano 10 pomiarów na płytce wzorcowej otrzymując 8 wyników równych 50,02 mm i dwa pomiary 50,03 mm. Zatem:

- wartość średnia $\delta l_{wp} = 0,0220$ mm,
- odchylenie standardowe $s(\delta l_{wp}) = 0,00422$ mm,
- niepewność standardowa $u(\delta l_{wp}) = \frac{0,00422}{\sqrt{10}} = 0,00133$ mm

e) Rozdzielczość suwmiarki (δl_{wr})

Wartość działki elementarnej wynosi 0,01 mm. Zmienność wskazań wynosi więc $\pm 0,005$ mm, przy założeniu prostokątnego rozkładu prawdopodobieństwa.

Tab. 2. Budżet niepewności wzorcowania suwmiarki

Symbol wielkości X_i	Estymata wielkości x_i	Niepewność standardowa u_i	Rozkład prawdopodobieństwa	Współczynnik Wrażliwości c_i	Udział włożonej niepewności standardowej $u_i(y)$
l_{wi}	50,022	—	—	—	—
l_s		0,000577 mm	prostokątny	1,0	0,00058 mm
δl_{wp}	0,022 mm	0,00133 mm	normalny	1,0	0,0013 mm
$\delta\alpha \cdot \Delta T$	0	$0,943 \cdot 10^{-6}$	—	50 mm	47 nm
δl_{wr}	0	0,00289 mm	prostokątny	1,0	0,0029 mm
E_w	0,022 mm	—	—	—	0,0033 mm

Wniosek: wyliczona niepewność wzorcowania suwmiarki jest poniżej rozdzielczości jej pomiaru, więc można tą niepewność pominąć w budżecie niepewności.

12. Złożona niepewność wyznaczenia wytrzymałości

Korzystając z uprzednio podanych zależności, w szczególności z (1), (4), (5) i (11), oraz z faktu, że pomiar siły i średnicy nie są ze sobą skorelowane, niepewność tę, dla siły wyrażonej w kN, określi sumaryczny wzór:

$$U(R_c) = \sqrt{\left(\frac{4U(P)}{\pi D^2}\right)^2 + \left(-\frac{8P_{kr} \cdot U(D)}{\pi D^3}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{4 \cdot U(P)}{\pi D^2}\right)^2 + \left(\frac{8P_{kr} \sqrt{U_{Dg}^2 + U_{Dw}^2 + U_{DT}^2}}{\pi D^3}\right)^2} \quad (15)$$

Pomijając niepewności od wzorcowania U_{Dw} i (szczególnie) zmian temperatury U_{DT} , które są wielokrotnie mniejsze od niepewności związanej z nierównością powierzchni walcowej próbki, oraz odpowiednio przekształcając dostaniemy:

$$U(R_c) \approx \sqrt{\left(\frac{4}{\pi D^2} U(P)\right)^2 + \left(\frac{8P_{kr} \cdot U_{Dg}}{\pi D^3}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{4}{\pi D^2} U(P)\right)^2 + \left(\frac{8}{\pi D^3} P_{kr} \cdot 0,203 \sqrt{\sum_{k=1}^{n=6} (D_k - \bar{D}_g)^2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1,273}{D^2} U(P)\right)^2 + \left(0,517 \frac{P_{kr}}{D^3} \sqrt{\sum_{k=1}^{n=6} (D_k - \bar{D}_g)^2}\right)^2} \quad (16)$$

Tab. 3. Budżet niepewności wyznaczania wytrzymałości na rozrywanie

Symbol wielkości X_i	Estymata wielkości x_i	Niepewność standardowa u_i	Rozkład prawdopodobieństwa	Współczynnik Wrażliwości c_i	Udział włożonej niepewności standardowej $u_i(y)$
P	P_{kr}	wzór (16) $U(P) = \sqrt{\left(\frac{KP_{\max}}{\sqrt{3}}\right)^2 + (0,5\Delta d)^2}$	prostokątny	$\frac{4}{\pi D^2}$	$c_{iP} \times u(P)$
D	\bar{D}_g	wzór (9) $U(\bar{D}) = 0,2027 \sqrt{\sum_{k=1}^{n=6} (D_k - \bar{D})^2}$	trójkątny	$\frac{8P_{kr}}{\pi D^3}$	$c_{iD} \times u(D)$

13. Rozszerzona całkowita niepewność wyznaczenia wytrzymałości próbki

Ze względu na prostokątny rozkład prawdopodobieństwa niepewności standardowej pomiaru siły i średnicy próbki współczynnik niepewności rozszerzonej $k = 1,65$, stąd:

$$U_r(R_c) = k \cdot U(R_c) = 1,65 \cdot U(R_c) \quad (17)$$

Wartość niepewności wylicza komputer i zamieszcza w protokole pomiarowym.

14. Przykład wyliczenia wytrzymałości próbki i niepewności tego wyliczenia

14.1. Wyliczenie wytrzymałości próbki

- Do pomiaru siły użyty był dynamometr o zakresie 500 kN i próbka uległa destrukcji przy sile $P_{kr} = 250,22$ kN.
- Średnia, z 6 pomiarów, średnica próbki $\bar{D}_g = 50,12$ mm, a poprawka na wskazania suwmiarki $D_p = 0,02$ mm

Ze wzoru (1) i (6) otrzymamy, że próbka osiągnęła wytrzymałość:

$$R_c = \frac{4P_{kr}}{\pi D^2} = 1,273 \frac{P_{kr}}{\left(\bar{D}_g - D_p\right)^2} = 1,273 \frac{250,22 \text{ kN}}{(50,12 \text{ mm} - 0,02 \text{ mm})^2} =$$

$$0,12695 \frac{\text{kN}}{\text{mm}^2} = 126,95 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 126,95 \text{ MPa}$$

14.2. Niepewność wyliczenia wytrzymałości próbki

Z pomiarów średnicy próbki wynika, że $\sum_{k=1}^{n=6} (D_k - \bar{D}_g)^2 = 0,0197 \text{ mm}^2$, stąd całkowita niepewność pomiaru wytrzymałości będzie:

$$U(R_c) = \sqrt{\left(\frac{1,273}{D^2} U(P)\right)^2 + \left(0,517 \frac{P_{kr}}{D^3} \sqrt{\sum_{k=1}^{n=6} (D_k - \bar{D}_g)^2}\right)^2} =$$

$$\sqrt{\left(\frac{1,273 \cdot 1,44 \text{ kN}}{(50,10 \text{ mm})^2}\right)^2 + \left(0,517 \frac{250,22 \text{ kN}}{(50,10 \text{ mm})^3} \sqrt{\sum_{k=1}^{n=6} 0,0197 \text{ mm}^2}\right)^2} =$$

$$\sqrt{\left(0,7303 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kN}}{\text{mm}^2}\right)^2 + \left(0,1444 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kN}}{\text{mm}^2}\right)^2} = 0,7444 \text{ MPa}$$

Niepewność rozszerzona:

$$U_r(R_c) = kU(R_c) = 1,65 \cdot 0,7444 \text{ MPa} = 1.228 \text{ MPa}$$

Komentarz:

W obliczeniach posłużono się jednostkami pochodnymi, czyli [mm] i [kN], gdyż w takich jednostkach wyskalowane są przyrządy.

Tab. 4. Przykład budżetu niepewności wyznaczania wytrzymałości na rozrywanie

Symbol wielkości X_i	Estymata wielkości x_i	Niepewność standardowa u_i	Rozkład prawdopodobieństwa	Współczynnik Wrażliwości c_i	Udział włożonej niepewności standardowej $u_i(y)$
P	250,22	$U(P) = \sqrt{\left(\frac{KP_{\max}}{\sqrt{3}}\right)^2 + (0,5\Delta d)^2}$	prostokątny	$\frac{4}{\pi D^2}$	0,7303MPa
D	50,10	$U(\bar{D}_g) = 0,203 \sqrt{\sum_{k=1}^{n=6} (D_k - \bar{D})^2}$	trójkątny	$\frac{8P_{kr}}{\pi D^3}$	0,1444MPa
E_w suma geometryczna:				0,74 MPa (0,7444MPa)	

14.3. Zapis wyliczenia wytrzymałości próbki i niepewności tego wyliczenia

Wytrzymałość próbki na ściskanie wynosi $(250,2 \pm 1.2)$ MPa, lub $250,2 \text{ MPa} \pm 0,5\%$, dla poziomu ufności 95%.

Uwaga:

Według normy PN-G-04303:1997, punkt 2.7: „wynik należy podać z dokładnością do 0,1 MPa”.

15. Uwagi dodatkowe

15.1. Wpływ temperatury na pomiar

Producent urządzenia Instron gwarantuje poprawne jego działanie wespół z czujnikiem siły w zakresie temperatury pomieszczenia $22^\circ\text{C} \pm 4^\circ\text{C}$. Jak wykazały odpowiednie obliczenia w tym zakresie temperatur poprawki pomiaru średnicy próbki skalnej z tego względu są zbędne. Ponadto pomieszczenie z urządzeniem Instron znajduje się na parterze ogrzewanego z zimy budynku i jest wyposażone w zasłony przeciwsłoneczne. Wnioskuje się więc, że pomieszczenie to nie musi być klimatyzowane.

16. Wnioski

Pracownię należy doposażyć w siłomierz o mniejszym zakresie pomiarowym np. do 50 kN, który byłby użyty do badania skał o mniejszej wytrzymałości. W przeciwnym razie zastosowanie dynamometru o zakresie 500 kN spowoduje powstanie niepewności o niedopuszczalnej wartości.

Literatura

- [1] PN-G-04303:1997 *Skały zwięzłe – Oznaczanie wytrzymałości na ściskanie z użyciem próbek foremnych*.
- [2] PN-G-04307:1998 *Skały zwięzłe – Oznaczanie wytrzymałości na ściskanie z użyciem próbek nieforemnych*.
- [3] *Ewaluacja danych pomiarowych – Przewodnik wyrażania niepewności pomiaru*. Dokument opracowany przez Grupę Roboczą 1 Wspólnego Komitetu ds. Przewodników w Metrologii, (JCGM /WG 1), Wrzesień 2008.
- [4] Kubiacyk A.: *Określanie niepewności pomiarów*. Wydział Fizyki, Politechnika Warszawska, Warszawa, luty 2019.
- [5] Szydłowski H.: *Pracownia fizyczna wspomaganą komputerowo*. PWN (2012).
- [6] *Wyznaczanie niepewności pomiaru przy wzorcowaniu*. Wrzesień 2013 wyd. 01. Publikacja została przygotowana przez grupę roboczą Komitetu EA ds. Laboratoriów.

Uncertainty in determining compressive strength with regular rock samples

Summary

Due to the commenced procedure of accreditation of the stand for measuring the strength of rock samples, it turned out to be necessary to perform calculations and balance the uncertainty related to the measurement. Such measurements are performed in a testing machine by Instron, on the equipment of the Rock Deformation Laboratory of the Polish Academy of Sciences. The objects generating uncertainty are the dynamometer measuring the force acting on the sample, which is part of the Instron machine, and the caliper – necessary to calculate the cross-section of the tested rock sample. Relevant calculations related to this have been made. The study also referred to the influence of temperature changes in the laboratory.

Keywords: rock strength, strength measurement uncertainty, dynamometer