Prace Instytutu Mechaniki Górotworu PAN
Tom 24, nr 1-4, Marzec-Grudzień 2022, s. 27-35

Niepewność wyniku oznaczenia wytrzymałości skały na rozciąganie przy pomocy testu poprzecznego ściskania („brazylijskiego")

Janusz Nurkowski, Andrzej Nowakowski, Rafał Misa

Instytut Mechaniki Górotworu PAN; ul. Reymonta 27, 30-059 Kraków

Streszczenie

W związku z rozpoczętą procedurą akredytacji stanowiska do pomiaru wytrzymałości próbek skał, niezbędnym okazało o się przeprowadzenie obliczeń i bilansu niepewności pomiaru siły obciążającej próbkę oraz pojawiających się w niej w wyniku obciążania naprężeń. Odpowiednie eksperymenty wykonywane są z wykorzystaniem maszyny wytrzymałościowej INSTRON 8800 Rock Testing System znajdującej się na wyposażeniu Pracowni Odkształceń Skal IMG PAN.

Obiektami generującymi niepewność są w tym przypadku: dynamometr – mierzący siłę obciążającą próbkę (element wyposażenia maszyny INSTRON), oraz suwmiarka – służąca do pomiaru odpowiednich wymiarów badanej próbki. Wykonano odpowiednie obliczenia oraz sporządzono bilans niepewności dla wyznaczania wytrzymałości próbki na rozciąganie na podstawie wyników testu poprzecznego ściskania. W opracowaniu odniesiono się również do wpływu zmian temperatury w laboratorium na wynik końcowy pomiaru

Przedstawiony poniżej materiał jest kontynuacją omówionego w roku 2021 zagadnienia, które dotyczyło oznaczania niepewności oznaczania wytrzymałości na ściskanie.

Słowa kluczowe: wytrzymałość na rozciąganie, niepewność pomiaru, dynamometr, suwmiarka

1. Podstawowe informacje o eksperymencie poprzecznego ściskania

Wartość wytrzymałości skały na rozciąganie wyznacza się zazwyczaj na podstawie eksperymentu poprzecznego ściskania popularnie zwanego testem „brazylijskim". Test ten został opracowany w 1943 r. przez brazylijskiego inżyniera Fernando Carneiro (stąd nazwa: test „brazylijski") dla wyznaczania wytrzymałości na rozciąganie betonu.

W teście tym przedmiotem eksperymentu jest próbka skalna w kształcie walca o wysokości h i średnicy D wycięta w taki sposób, aby smukłość próbki λ – zdefiniowana jako iloraz jej wysokości i średnicy – była w przybliżeniu równa 0,5 ($\lambda = h : D \approx 0{,}5$). Tak przygotowana próbka jest następnie ściskana wzdłuż pobocznicy siłą P.

Zakładając, że badany materiał jest jednorodny, izotropowy oraz liniowo-sprężysty (tj. podlegający prawu Hooke'a) i wiedząc, że wartość siły obciążającej w chwili pęknięcia próbki wynosi P_{kr}, wytrzymałość próbki na rozciąganie w σ_T wyznacza się według wzoru:

$$\sigma_T = \frac{2P_{kr}}{\pi D h} \tag{1}$$

Szczegółowe postanowienia i zalecenia dotyczące sposobu wykonywania testu „brazylijskiego znaleźć można w normach, np. PN-G-04302:1997, ASTM-D3967-16 oraz zaleceniach Międzynarodowego Towarzystwa Mechaniki Skał, Ulusay i Hudson [2007]. Wzór (1) jest wzorem obowiązującym we wszystkich tych dokumentach, niezależnie od innych występujących miedzy nimi różnic.

2. Niepewność oznaczenia wytrzymałości próbki na rozciąganie – informacje podstawowe

Niepewność oznaczenia wytrzymałości próbki na rozciąganie – $U(\sigma_T)$ będzie sumą geometryczna trzech niepewności:

- niepewności pomiaru siły $U(P)$,
- niepewności pomiaru wysokości próbki $U(h)$,
- niepewności pomiaru średnicy próbki $U(D)$,

co można zapisać wzorem:

$$U(\sigma_T) = \sqrt{U(P)^2 + U(D)^2 + U(h)^2} \tag{2}$$

Wstawiając teraz we wzorze (2) odpowiednie zależności różniczkowe otrzymujemy związek:

$$U(\sigma_T) = \sqrt{\left(\frac{\partial \sigma_T}{\partial P_R} u(P)\right)^2 + \left(\frac{\partial \sigma_T}{\partial D} u(D)\right)^2 + \left(\frac{\partial \sigma_T}{\partial h} u(h)\right)^2} =$$

$$= \frac{2}{\pi}\sqrt{\left(\frac{u(P)}{Dh}\right)^2 + \left(-\frac{P_{kr} u(D)}{D^2 h}\right)^2 + \left(-\frac{P_{kr} u(h)}{Dh^2}\right)^2} \tag{3}$$

3. Niepewność oznaczania wymiarów próbki

Wyznaczenie niepewności oznaczenia wymiarów próbki wymaga wyliczenia dwóch wielkości składowych:

- bezwzględnej niepewności wyznaczenia średnicy próbki U_D, oraz
- bezwzględnej niepewności wyznaczenia wysokości próbki U_h.

3.1. Niepewność bezwzględna wyznaczenia średnicy próbki U_D

Niepewność ta jest średnią geometryczną dwóch następujących niepewności:

- U_{Dg} – niepewności związanej z odstępstwem próbki od kształtu walca, oraz
- U_{Dw} – niepewności związanej z wzorcowaniem suwmiarki,

czyli dana jest wzorem:

$$U_D = \sqrt{U_{Dg}^2 + U_{Dw}^2} \tag{4}$$

Niepewność związaną z odstępstwem temperatury pomieszczenia od 20°C uznano za nieistotną.

Niepewność związana z odstępstwem próbki od kształtu walca wynika z niedoskonałości powierzchni bocznej próbki po wyrdzeniowaniu. Aby określić tę niepewność mierzona jest suwmiarką średnica próbki w odległości 10% jej wysokości od podstaw oraz w środku próbki. Wykonywane są dwie serie pomiarów w kierunku prostopadłym do siebie otrzymując 6 wyników [por. Kubiaczyk, 2019]. Następnie obliczana jest dla wykonanych pomiarów wartość średnia i odchylenie standardowe według wzorów:

$$\bar{D} = \frac{1}{6}\sum_{k=1}^{6} D_k \tag{5}$$

$$S_D = 1{,}11 \cdot \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n=6} (D_k - \bar{D})^2}{5}} \tag{6}$$

gdzie liczba 1,11 we wzorze (6) jest współczynnikiem rozkładu Studenta dla $n = 6$ (por. Szydłowski, 2012). Natomiast odchylenie standardowe średniej eksperymentalnej, czyli niepewność standardowa, dana będzie związkiem:

$$U(\bar{D}) = S_{\bar{D}} = \frac{S_D}{\sqrt{6}} = 0{,}408 S_D = 1{,}11 \cdot \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n=6} (D_k - \bar{D})^2}{30}} = 0{,}203 \sqrt{\sum_{k=1}^{n=6} (D_k - \bar{D})^2} \tag{7}$$

Poniżej przykład odpowiednich obliczeń, dla 6 pomiarów średnicy próbki cylindrycznej wyciętej z dolomitu:

Numer pomiaru:	1	2	3	4	5	6
D [mm]:	49,98	49,92	49,93	49,80	49,91	49,96

- wartość średnia z pomiarów: 49,917 mm,
- odchylenie standardowe: 0,0697 mm
- niepewność średnia standardowa: 0,0697 mm × 0,408 = 0,0284 mm
- wartość średnia skorygowana: 49,917 mm – 0,0220 mm = 49,900 mm

3.2. Niepewność bezwzględna wyznaczenia wysokości próbki U_h

Niepewność ta jest średnią geometryczną dwóch następujących niepewności:
- U_{hg} – niepewności związanej z odstępstwem próbki od kształtu walca, oraz
- U_{hw} – niepewności związanej z wzorcowaniem suwmiarki

i dana jest wzorem:

$$U_h = \sqrt{U_{hg}^2 + U_{hw}^2} \tag{8}$$

gdzie:

U_{hg} – niepewność związana z odstępstwem próbki od kształtu walca,
U_{hw} – niepewność związana z wzorcowaniem suwmiarki.

Niepewność związaną z odstępstwem temperatury pomieszczenia od 20°C uznano za nieistotną.

Wysokość próbki mierzona jest suwmiarką w odległości 10% jej średnicy od brzegu oraz Wysokość środku próbki. Wykonywane są dwie serie pomiarów w kierunku prostopadłym do siebie otrzymując 6 wyników. Następnie obliczana jest wartość średnia i odchylenie standardowe, analogicznie jak w przypadku obliczania niepewności pomiaru średnicy:

$$\bar{h} = \frac{1}{6}\sum_{k=1}^{6} h_k \tag{9}$$

$$S_h = 1{,}11 \cdot \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n=6} (h_k - \bar{h})^2}{5}} \tag{10}$$

gdzie liczba 1,11 we wzorze (6) jest współczynnikiem rozkładu Studenta dla $n = 6$ [por. Szydłowski, 2012]. Natomiast odchylenie standardowe eksperymentalne średniej czyli niepewność standardowa będzie, zakładając trójkątny rozkład wyników pomiarów, dana związkiem:

$$U(\bar{h}) = S_{\bar{h}} = \frac{S_h}{\sqrt{6}} = 0{,}408 S_h = 1{,}11 \cdot \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n=6} (h_k - \bar{h})^2}{30}} = 0{,}203 \sqrt{\sum_{k=1}^{n=6} (h_k - \bar{h})^2} \tag{11}$$

Poniżej przykład odpowiednich obliczeń, dla 6 pomiarów średnicy próbki cylindrycznej wyciętej z dolomitu:

Numer pomiaru:	1	2	3	4	5	6
h [mm]:	22,91	22,89	22,79	22,94	22,88	22,67

- wartość średnia z pomiarów: 22,847 mm,
- odchylenie standardowe: 0,100 mm,
- niepewność średnia standardowa: 0,100 mm × 0,408 = 0,0408 mm,
- wartość średnia skorygowana: 22,847 mm – 0,0220 mm = 44,865 mm.

4. Niepewność pomiaru siły

Maszyna wytrzymałościowa INSTRON 8800 Rock Testing System wyposażona jest w dwa siłomierzy o zakresie 500 kN i 2500 kN współpracujące z elektronicznym systemem o odczycie cyfrowym. Tory pomiarowe maszyny zostały wywzorcowane przez INSTRON CALIBRATION LABORATORY (CERTIFICATE NUMBER: E144121120134126), według standardu ISO 7500-1:2018 i pomiar siły mieścił się dla poszczególnych siłomierzy w następujących klasach dokładności:

- siłomierz 500 kN uzyskał klasę $K_{500} = 0,5$
- siłomierz 2500 kN uzyskał klasę $K_{2500} = 2,0$.

Powyższe rezultaty wzorcowania nie uwzględniają dryfu długoterminowego i zmian temperatury otoczenia na pomiar. Dryf długoterminowy będzie eliminowany w corocznych *wzorcowaniach*, zgodnie z zaleceniem podmiotu wzorcującego. Wpływ zmian temperatury na pomiar jest ograniczony ze względu na krótki czas pomiaru, rzędu kilku minut. Ponadto pomieszczenie zostało wyposażenie w zewnętrzne zasłony a temperatura w pomieszczeniu jest monitorowania. W sumie nie dopuszcza się do wahań temperatury ponad ±1°C w trakcie pomiaru.

Błąd graniczny pomiaru siły P określony jest zależnością:

$$\Delta P_p = K P_{\max} \tag{12}$$

w której:

ΔP_p – niepewność graniczna siłomierza,
K – klasa przyrządu
$P_{\max}$ – maksymalny zakres pomiarowy siłomierza.

Stąd niepewność standardowa wnoszona przez przyrząd ze względu na prostokątny rozkład prawdopodobieństwa (por. „Wyznaczanie niepewności…”) dana będzie wzorem:

$$U(P_p) = \frac{\Delta P_p}{\sqrt{3}} = \frac{K P_{\max}}{\sqrt{3}} \tag{13}$$

Aktualnie rozdzielczość rejestracji pomiarów wynosi $\Delta d = 0,2$ kN, stąd całkowita niepewność będzie sumą geometryczną tych dwóch składowych:

$$U(P) = \sqrt{\left(\frac{K P_{\max}}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(0,5\Delta d\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{K P_{\max}}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(0,5\Delta d\right)^2} \tag{14}$$

Z powyższej zależności wynika, że niepewność standardowa siłomierzy $U(P)$ będzie kształtować się następująco:

– dla siłomierza 500 kN $U(P) = 1,44$ kN,
– dla siłomierza 2500 kN $U(P) = 28,9$ kN.

5. Poprawki i niepewność pomiaru długości ze względu na wzorcowanie elektronicznej suwmiarki z odczytem cyfrowym

Suwmiarka wzorcowana jest na płytce Johanssona o długości 25 mm klasy II. Przyjęto, że długość środkowa jest równa długości nominalnej przy wartościach odchyleń zawartych w granicach ±0,001 mm. Błąd wskazania suwmiarki otrzymuje się z zależności:

$$E_{w} = l_{wi} - l_s + L_s\left(\delta\alpha \cdot \Delta T\right) + \delta l_{wp} + \delta l_{wr} \tag{15}$$

w której:

l_{wi} – wartość wskazywana przez suwmiarkę,
l_s – rzeczywista długość płytki wzorcowej,
α – współczynnik rozszerzalności suwmiarki i płytki wzorcowej
ΔT – odchyłka temperatury od temperatury odniesienia 20°C,
δl_{wp} – poprawka ze względu na błąd przyłożenia i oddziaływania mechaniczne,
δl_{wr} – poprawka ze względu na rozdzielczość suwmiarki.

Poprawki ze względu na temperaturę ($\delta\alpha \cdot \Delta T$)

Liniowe współczynniki rozszerzalności termicznej płytki wzorcowej i suwmiarki a mieszczą się w granicach$(11{,}5 \pm 1{,}0) \cdot 10^{-6}$ °C^{-1}. Łącząc dwa rozkłady prostokątne różnica liniowych współczynników rozszerzalności cieplnej przyjmuje kształt rozkładu trójkątnego o granicach $\pm 2 \cdot 10^{-6}$ °C^{-1}. Odchylenie średniej temperatury pomiaru od temperatury odniesienia t_0 = 20°C oszacowano jako wartość mieszczącą się w przedziale ±0,5°C z prostokątnym rozkładem prawdopodobieństwa. Szczątkowe różnice pomiędzy temperaturą płytki wzorcowej a suwmiarką zaniedbano.

Iloczyn niepewności standardowych związanych z czynnikami członu $\delta\alpha \cdot \Delta T$ będzie

$$u\left(\delta\alpha \cdot \Delta T\right) = \Delta R_c = \frac{\delta\alpha}{\sqrt{6}} \frac{\Delta T}{\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot 10^{-6}\,°\mathrm{C}^{-1}}{\sqrt{6}} \cdot \frac{2°\mathrm{C}}{\sqrt{3}} = 0{,}943 \cdot 10^{-6} \tag{16}$$

Poprawki wprowadzane ze względu na powtarzalność błędu przyłożenia δl_{wp}.

Zawierają one czynnik oddziaływania mechanicznego w suwmiarce i suwmiarki na płytkę wzorcową oraz niedokładność przyłożenia. Aby je określić wykonano 10 pomiarów na płytce wzorcowej otrzymując następujące wyniki:

– 7 wyników równych 25,02 mm,
– 3 wyniki równe 25,03 mm.

W efekcie:

- wartość średnia Δl_{wp} = 25,023 mm,
- poprawka Δl_{wp} = 0,023 mm,
- odchylenie standardowe $s(\Delta l_{wp})$ = 0,00483 mm,
- niepewność standardowa $u\left(hl_{wp}\right) = \frac{0{,}00483}{\sqrt{10}} = 0{,}00153\,\mathrm{mm}$.

Rozdzielczość suwmiarki (δl_{wr})

Szacowano ją wiedząc, że wartość działki elementarnej wynosi 0,01 mm. Oznacza to, ze zmienność wskazań wyniesie ±0,005 mm, przy założeniu prostokątnego rozkładu prawdopodobieństwa.

Poniżej, w tabeli 1 zestawiono budżet niepewności wzorcowania suwmiarki.

Tab. 1. Budżet niepewności wzorcowania suwmiarki

Symbol wielkości X_i	**estymata wielkości x_i**	**Niepewność standardowa u_i**	**Rozkład prawdopodobieństwa**	**Współczynnik Wrażliwości c_i**	**Udział w złożonej niepewności standardowej $u_i(y)$**
l_{wi}	50,022	—	—	—	—
l_s		0,000577 mm	prostokątny	1,0	0,00058 mm
δl_{wp}	0,022 mm	0,00133 mm	normalny	1,0	0,0013 mm
$\delta\alpha \times \Delta T$	0	$0{,}943 \times 10^{-6}$	—	50 mm	47 nm
δl_{wr}	0	0,00289 mm	prostokątny	1,0	0,0029 mm
E_w	0,022 mm	—	—	—	0,0033 mm

Wniosek: wyliczona niepewność wzorcowania suwmiarki jest poniżej rozdzielczości jej pomiaru, więc można tą niepewność pominąć w budżecie niepewności.

6. Złożona niepewność wyznaczenia wytrzymałości na rozciąganie σ_T

Korzystając z uprzednio podanych zależności oraz z faktu, że pomiar siły i średnicy nie są ze sobą skorelowane, niepewność wyznaczenia wytrzymałości określi sumaryczny wzór:

$$U(\sigma_T)=\frac{2}{\pi}\sqrt{\left(\frac{1}{\bar{D}\bar{h}}\frac{KP_{\max}}{\sqrt{3}}\right)^2+\left(-\frac{P_{kr}\sqrt{U_{Dg}^2+U_{Dw}^2+U_{DT}^2}}{\bar{D}^2\bar{h}}\right)^2+\left(-\frac{P_{kr}\sqrt{U_{hg}^2+U_{hw}^2+U_{hT}^2}}{\bar{D}\bar{h}^2}\right)^2}=$$

$$=\frac{2P_{kr}}{\pi}\sqrt{\left(\frac{1}{\bar{D}\bar{h}P_{kr}}\frac{KP_{\max}}{\sqrt{3}}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{U_{Dg}^2+U_{Dw}^2+U_{DT}^2}}{\bar{D}^2\bar{h}}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{U_{hg}^2+U_{hw}^2+U_{hT}^2}}{\bar{D}\bar{h}^2}\right)^2} \tag{17}$$

Pomijając składowe niepewności od wzorcowania U_{Dw}, U_{hw} i (szczególnie) zmian temperatury U_{DT}, U_{hT}, których wartość jest około mikrometra (patrz tabela), dostaniemy:

$$U(\sigma_T)=\frac{2}{\pi}\sqrt{\left(\frac{1}{\bar{D}\bar{h}}\frac{KP_{\max}}{\sqrt{3}}\right)^2+\left(\frac{P_{kr}}{\bar{D}^2\bar{h}}U_{Dg}\right)^2+\left(\frac{P_{kr}}{\bar{D}\bar{h}^2}U_{hg}\right)^2}=$$

$$=\frac{2P_{kr}}{\pi}\sqrt{\left(\frac{1}{\bar{D}\bar{h}P_{kr}}\frac{KP_{\max}}{\sqrt{3}}\right)^2+\left(\frac{P_{kr}}{\bar{D}^2\bar{h}}U_{Dg}\right)^2+\left(\frac{P_{kr}}{\bar{D}\bar{h}^2}U_{hg}\right)^2} \tag{17a}$$

Rozwijając powyższy wzór dla 6 pomiarów średnicy i 6 pomiarów wysokości próbki (rozkład Studenta) oraz trójkątnego rozkładu niepewności tych pomiarów i przyjmując prostokątny rozkład dla pomiaru siły, będzie:

$$U(\sigma_T)=\frac{2}{\pi}\sqrt{\left(\frac{1}{\bar{D}\bar{h}}\frac{KP_{\max}}{\sqrt{3}}\right)^2+\left(\frac{P_{kr}}{\bar{D}^2\bar{h}}1{,}11\sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n=6}(D_k-\bar{D})^2}{30}}\right)^2+\left(\frac{P_{kr}}{\bar{D}\bar{h}^2}1{,}11\sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n=6}(h_k-\bar{h})^2}{30}}\right)^2}=$$

$$=\frac{2}{\pi}\sqrt{\left(\frac{1}{\bar{D}\bar{h}}\frac{KP_{\max}}{\sqrt{3}}\right)^2+\left(0{,}2027\frac{P_{kr}}{\bar{D}^2\bar{h}}\sqrt{\sum_{k=1}^{n=6}(D_k-\bar{D})^2}\right)^2+\left(0{,}2027\frac{P_{kr}}{\bar{D}\bar{h}^2}\sqrt{\sum_{k=1}^{n=6}(D_k-\bar{D})^2}\right)^2} \tag{18}$$

Do wyliczenia składowych niepewności powyższy wzór można przekształcić do postaci:

$$U(\sigma_T)=\sqrt{\left(\frac{2}{\pi}\frac{1}{\bar{D}\bar{h}}\frac{KP_{\max}}{\sqrt{3}}\right)^2+\left(\frac{2}{\pi}0{,}2027\frac{P_{kr}}{\bar{D}^2\bar{h}}\sqrt{\sum_{k=1}^{n=6}(D_k-\bar{D})^2}\right)^2+\left(\frac{2}{\pi}0{,}2027\frac{P_{kr}}{\bar{D}\bar{h}^2}\sqrt{\sum_{k=1}^{n=6}(D_k-\bar{D})^2}\right)^2}=$$

$$=\sqrt{\left(0{,}6366\frac{1}{\bar{D}\bar{h}}\frac{KP_{\max}}{\sqrt{3}}\right)^2+\left(0{,}1290\frac{P_{kr}}{\bar{D}^2\bar{h}}\sqrt{\sum_{k=1}^{n=6}(D_k-\bar{D})^2}\right)^2+\left(0{,}1290\frac{P_{kr}}{\bar{D}\bar{h}^2}\sqrt{\sum_{k=1}^{n=6}(D_k-\bar{D})^2}\right)^2} \tag{18a}$$

Tab. 2. Budżet niepewności wyznaczania wytrzymałości na rozrywanie

Symbol wielkości X_i	**Estymata wielkości** x_i	**Niepewność standardowa** u_i	**Rozkład prawdopodobień-stwa**	**Współczynnik Wrażliwości** c_i	**Udział w złożonej niepewności standardowej** $u_i(y)$
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
P	P_{kr}	wzór (16) $U(P)=\sqrt{\left(\frac{KP_{\max}}{\sqrt{3}}\right)^2+(0{,}5\Delta d)^2}$	prostokątny	$\frac{1}{\bar{D}\bar{h}}$	$c_{iP}\times u\,(P)$

Tab. 2. Ciąg dalszy

1	2	3	4	5	6
D	$\overline{D}_g$	wzór (9) $U(\overline{D}) = 0,2027\sqrt{\sum_{k=1}^{n=6}(D_k - \overline{D})^2}$	trójkątny	$\frac{P_{kr}}{\overline{D}^2\overline{h}}$	$c_{iD} \times u\,(D)$
h	$\overline{h}_g$	wzór (13) $U(\overline{h}) = 0,2027\sqrt{\sum_{k=1}^{n=6}(h_k - \overline{h})^2}$	trójkątny	$\frac{P_{kr}}{\overline{D}\,\overline{h}^2}$	$c_{ih} \times u\,(h)$

E_w	$\sqrt{\left(c_{iP} \cdot u(P)\right)^2 + \left(c_{iD} \cdot u(D)\right)^2 + \left(c_{ih} \cdot u(h)\right)^2}$	0,82 MPa

7. Rozszerzona całkowita niepewność wyznaczenia wytrzymałości próbki

Ze względu na prostokątny rozkład prawdopodobieństwa niepewności standardowej pomiaru siły i średnicy próbki współczynnik niepewności rozszerzonej k = 1,65, stąd:

$$U_r(\sigma_T) = 1,65\frac{2}{\pi}\sqrt{\left(\frac{1}{\overline{D}\,\overline{h}}\frac{KP_{\max}}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(0,2027\frac{P_{kr}}{\overline{D}^2\,\overline{h}}\sqrt{\sum_{k=1}^{n=6}(D_k - \overline{D})^2}\right)^2 + \left(0,2027\frac{P_{kr}}{\overline{D}\,\overline{h}^2}\sqrt{\sum_{k=1}^{n=6}(D_k - \overline{D})^2}\right)^2}$$

$$= 1,050\sqrt{\left(\frac{1}{\overline{D}\,\overline{h}}\frac{KP_{\max}}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(0,2027\frac{P_{kr}}{\overline{D}^2\,\overline{h}}\sqrt{\sum_{k=1}^{n=6}(D_k - \overline{D})^2}\right)^2 + \left(0,2027\frac{P_{kr}}{\overline{D}\,\overline{h}^2}\sqrt{\sum_{k=1}^{n=6}(D_k - \overline{D})^2}\right)^2} \quad (19)$$

Wartość niepewności wylicza komputer i zamieszcza w protokole pomiarowym.

8. Przykład wyliczenia wytrzymałości próbki i niepewności tego wyliczenia

8.1. Wyliczenie wytrzymałości próbki dla:

P_{kr} = 250,65 kN, $\overline{D}$ = 50,12 mm, $\overline{h}$ = 22,85 mm, poprawki $\Delta h_p = \Delta D_p$ = 0,02 mm

stąd wytrzymałość próbki na rozerwanie będzie:

$$R_c = \frac{2P_R}{\pi Dh} = 0,637\frac{P_R}{\left(\overline{D} - \Delta D_p\right)\left(\overline{h} - \Delta h_p\right)} = 0,637\frac{250,65\,\text{kN}}{\left(50,12\,\text{mm-}0,02\,\text{mm}\right)\left(22,85\text{-}0,02\,\text{mm}\right)}$$

$$0,637\frac{250,65\,\text{kN}}{50,10\,\text{mm} \cdot 22,83\,\text{mm}} = 219,14 \cdot 10^{-3}\,\frac{\text{kN}}{\text{mm}^2} = 219,14\,\text{MPa}$$

gdzie:

$\overline{D}, \overline{h}$ – średnia arytmetyczna 6 pomiarów próbki suwmiarką,

$\Delta D_p, \Delta h_p$ – poprawka na wskazania suwmiarki.

8.2. Niepewność wyliczenia wytrzymałości próbki dla:

klasy dynamometru $K = 0,5 \cdot 10^{-2}$, o zakresie $P_{\max}$ = 500 kN, P_R = 219,14 kN

$$\sum_{k=1}^{n=6}(D_k - \overline{D})^2 = 0,0197\,\text{mm}^2, \quad \sum_{k=1}^{n=6}(h_k - \overline{h})^2 = 0,0125\,\text{mm}^2$$

Zgodnie z zależnością (18a):

$$U(\sigma_T) = \sqrt{\left(0{,}6366\frac{1}{\overline{D}\,\overline{h}}\frac{KP_{\max}}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(0{,}1290\frac{P_{kr}}{\overline{D}^2\,\overline{h}}\sqrt{\sum_{k=1}^{n=6}(D_k-\overline{D})^2}\right)^2 + \left(0{,}1290\frac{P_{kr}}{\overline{D}\,\overline{h}^2}\sqrt{\sum_{k=1}^{n=6}(D_k-\overline{D})^2}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\begin{array}{l}\left(0{,}6366\dfrac{1{,}44\,\mathrm{kN}}{50{,}10\,\mathrm{mm}\cdot 22{,}83\,\mathrm{mm}}\right)^2 + \left(0{,}1290\dfrac{250{,}65\,\mathrm{kN}\cdot\sqrt{0{,}0197\,\mathrm{mm}^2}}{(50{,}10\,\mathrm{mm})^2\cdot 22{,}83\,\mathrm{mm}}\right)^2 + \\ + \left(0{,}1290\dfrac{250{,}65\,\mathrm{kN}\cdot\sqrt{0{,}0125\,\mathrm{mm}^2}}{50{,}10\,\mathrm{mm}\cdot(22{,}83\,\mathrm{mm})^2}\right)^2\end{array}}$$

$$\sqrt{\left(0{,}8015\cdot 10^{-3}\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{mm}^2}\right)^2 + \left(0{,}07920\cdot 10^{-3}\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{mm}^2}\right)^2 + \left(0{,}1384\cdot 10^{-3}\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{mm}^2}\right)^2} = 0{,}8172\,\mathrm{MPa}$$

Niepewność rozszerzona $U_r(\sigma_T)$ =1,65 × 0,8172 MPa = 1,35 MPa

8.3. Zapis wyliczenia wytrzymałości próbki i niepewności tego wyliczenia

Wytrzymałość próbki na rozciąganie metodą poprzecznego ściskania dla poziomu ufności 95% wynosi: (219,1 ± 1,3) MPa, lub 219,1 MPa ± 0,6%.

Uwaga: Według normy PN-G-04303:1997, punkt 2.7: „wynik należy podać z dokładnością do 0,1 MPa".

Tab. 3. Budżet niepewności wyznaczania wytrzymałości na rozrywanie wg danych z przykładu

Symbol wielkości X_i	Estymata wielkości x_i	Niepewność standardowa u_i	Rozkład prawdopodobieństwa	Wsp. wrażliwości c_i	Udział w złożonej niepewności standardowej $u_i(y)$
P	250,65	$U(P)=\sqrt{\left(\frac{KP_{\max}}{\sqrt{3}}\right)^2+(0{,}5\Delta d)^2}$	prostokątny	$2\,(\pi Dh)^{-1}$	0,8015 MPa
D	50,10	$U(\overline{D})=0{,}203\sqrt{\sum_{k=1}^{n=6}(D_k-\bar{D})^2}$	trójkątny	$2P_{kr}(\pi D^2h)^{-1}$	0,07920 MPa
h	22,83	$U(\bar{h})=0{,}203\sqrt{\sum_{k=1}^{n=6}(h_k-\bar{h})^2}$	trójkątny	$2P_{kr}\,(\pi Dh^2)^{-1}$	0,1384 MPa

E_w	suma geometryczna:	0,82 MPa (0,8172 MPa)

Artykuł powstał na podstawie wyników prac statutowych prowadzonych w Pracowni Odkształceń Skał Instytutu Mechaniki Górotworu PAN w 2022 r.

Literatura

ASTM D3967-16. Standard Test Method for Splitting Tensile Strength of Intact Rock Core Specimens, Annual Book of ASTM Standards, vol. 4, ASTM, West Conshohocken, PA.

Ewaluacja danych pomiarowych - Przewodnik wyrażania niepewności pomiaru, Dokument opracowany przez Grupę Roboczą 1 Wspólnego Komitetu ds. Przewodników w Metrologii, (JCGM /WG 1), wrzesień 2008.

Kubiaczyk A., 2019: *Określanie niepewności pomiarów*, Wydział Fizyki, Politechnika Warszawska, Warszawa.

PN-G-04302:1997. *Skały zwięzłe – Oznaczanie wytrzymałości na rozciąganie metodą poprzecznego ściskania.*

Ulusay R., Hudson J. A., (eds.), 2007: *Suggested Methods for Determining Tensile Strength of Rock Materials*. In: "The Complete ISRM Suggested Methods for Rock Characterization, Testing and Monitoring: 1974-2006", Kozan Ofset Matbaacilik San. Ve Tic. Sti., Ankara, Turkey, pp. 179-183.

Grupa Robocza Komitetu EA ds. Laboratoriów, 2013 wrzesień, wyd.01: *Wyznaczanie niepewności pomiaru przy wzorcowaniu.*

Uncertainty of the result of tensile rock strength determination by means of the transverse compression („Brazilian") test

Abstract

Due to the initiated procedure of accreditation of the stand for measuring the strength of rock samples, it was necessary to carry out calculations and balance the measurement uncertainty of the force loading the sample and the stresses appearing in it as a result of loading. Appropriate experiments are performed using the INSTRON 8800 Rock Testing System testing machine, which is part of the equipment of the Rock Deformation Laboratory of the Strata Mechanics Institute of the Polish Academy of Sciences.

Measurement uncertainty is generated in this case by the following sources: dynamometer – measuring the force loading the sample (part of the INSTRON machine equipment), and caliper – used to measure the appropriate dimensions of the tested sample. Appropriate calculations were performed and an uncertainty balance was prepared for determining the tensile strength of the sample based on the results of the transverse compression test. The study also refers to the impact of temperature changes in the laboratory on the final result of the measurement.

The material presented in the article is a continuation of the issue discussed in 2021, which concerned the determination of uncertainty in the determination of compressive strength.

Keywords: tensile strength, measurement uncertainty, dynamometer, caliper